

Institutt for fysikk, NTNU

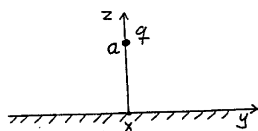
Faglig kontakt under eksamen:
Professor J.S.Høyve
Tlf. 93654

EKSAMEN I FAG 74233 ELEKTRISITET OG MAGNETISME
Torsdag 22.mai 1997
kl.0900 – 1300.

Tillatte hjelpemidler:
Rottmann: Mathematische Formelsammlung.
Barnett and Cronin: Mathematical Formulae.
Øgrim og Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk.
Knutsen: Formler og data i fysikk.
Godkjent kalkulator.

Oppgave 1

- a) Utled hvordan elektriske ladninger er plassert på ledere i statisk likevekt (se bort fra hulrom for enkelthets skyld.)
En ladet metallkule berører innsiden av et lukket metallhulrom (dvs. hulrom i leder). Hva skjer med ladningen til metallkula?
Vis at sammenhengen mellom overflateladning (ladning pr. arealenhet) σ og elektrisk felt langs en metalloverflate er $\sigma = \epsilon_0 E$.



$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0} \left(\frac{1}{(\rho^2 + (z-a)^2)^{3/2}} - \frac{1}{(\rho^2 + (z+a)^2)^{3/2}} \right)$$

En ladning q er plassert på z -aksen i posisjonen $a > 0$ over xy -planet som er en ledende metalloverflate. For denne situasjonen kan det vises at det elektriske potensialet V for $z > 0$ er gitt ved

der $\rho^2 = x^2 + y^2$, og ϵ_0 er permittiviteten for vakuum. (Dette er samme V som for to motsatte ladninger plassert i posisjonene $z=a$ og $z=-a$ på z -aksen.)
Skisser feltlinjer for det elektriske feltet E og tilhørende ekvipotensialflater i yz -planet for $z > 0$. Angi vinkelen mellom kurvene (linjene).

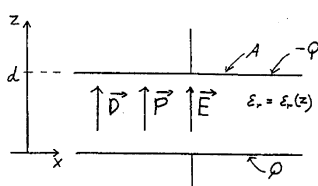
- c) Det elektriske feltet E vil induisere overflateladning i metallflaten. Hva blir denne overflateladningen $\sigma = \sigma(\rho)$?

Oppgitt: $\epsilon_0 \oint E dA = Q$
$$\nabla V = \frac{\partial V}{\partial x} \hat{x} + \frac{\partial V}{\partial y} \hat{y} + \frac{\partial V}{\partial z} \hat{z}$$

Oppgave 2

- a) Utled uttrykket $C_0 = \epsilon_0 \frac{A}{d}$ for kapasitansen til en luftfylt kondensator (kapasitans) bestående av plane parallelle plater som hver har areal A mens avstanden mellom dem (som anses liten) er lik d . Permittiviteten for vakuum er ϵ_0 . Angi hva kapasitansen C blir når det er et dielektrisk medium med konstant relativ permittivitet (dielektrisitetskonstant) ϵ_r mellom platene. Hva er den numeriske verdien til C dersom $A = 120 \text{ cm}^2$, $d = 3,0 \text{ mm}$ og $\epsilon_r = 5,6$. Permittiviteten for vakuum $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ As/Vm}$.

- b)



$$\epsilon_r = \epsilon_r(z) = a + bz \quad \text{for } 0 < z < d.$$

Istedenfor et medium med konstant permittivitet lages det et medium der relativ permittivitet varierer med posisjonen z mellom platene som angitt på figuren. Anta at ϵ_r varierer mellom platene slik at

La ladningen på platene være $\pm Q$ som angitt på figuren. Bestem som funksjon av z størrelsen på den elektriske flukstettheten (forskyvningen) D , det elektriske feltet E og polarisasjonen P (dvs. bestem z -komponentene til disse vektorene). Hva blir kapasitansen C_v til denne kondensatoren med varierende ϵ_r ?

Bestem også bunden romladningstetthet (ladning pr. volumenhet) $\rho_b = \rho_b(z)$ mellom platene. (Det skal ikke settes inn tallverdier i denne delen av oppgaven.)
Oppgitt:

$$\oint D dA = Q$$

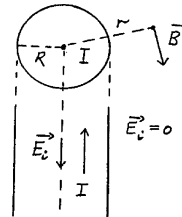
$$\nabla D = \rho$$

$$\nabla D = \text{div } D = \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z}$$

$$D = \epsilon_0 E + P = \epsilon_r \epsilon_0 E$$

Oppgave 3

- a)



En homogen sirkelformet leder med radius R , som angitt på figuren, fører en konstant strøm I (rettet inn i papiplanet). Beregn størrelsen på magnetfeltet B som funksjon av avstanden r fra sentrum både innenfor og utenfor lederen. Permeabiliteten for vakuum er μ_0 .

Hva blir magnetfeltet B innenfor en sirkelformet jernring med relativ permeabilitet μ_r dersom den legges konsentrisk om sentrum til lederen. ($r > R$).

- b) Lederen har resistivitet ρ . Hvor stor spenning V trengs for å drive en strøm I gjennom en slik leder av lengde L ? Hva er størrelsen på den tilhørende elektriske feltstyrken E langs lederen? Beregn verdien til spenningen V numerisk når lederen er av aluminium med resistivitet $\rho = 2,82 \cdot 10^{-8} \Omega \text{m}$ ($1 \Omega = 1 \text{ohm} = 1 \text{ V/A}$), har radius $R = 5,0 \text{ mm}$, lengde $L = 400 \text{ m}$, og strømstyrken er $I = 35 \text{ A}$.

- c) En lar nå strømmen I gjennom lederen være vekselstrøm gitt ved
 $I = I_0 \sin \omega t$

der t er tiden og ω er vinkelfrekvensen. Det vekslende magnetfeltet fører da til at det induiseres et elektrisk felt E_i i lederen (langs denne) som angitt på figuren foran. Dette induerte feltet som viser seg å være null på overflaten av lederen, øker innover mot sentrum av denne og bidrar til å redusere strømtettheten. Beregn størrelsen på E_i i sentrum av lederen når en ser bort fra denne reduksjonen i strømmen.

Oppgitt: $\oint E ds = - \frac{d}{dt} (\phi_B)$
 $\oint H ds = I + \frac{d}{dt} (\phi_D)$
 $B = \mu_0 (H + M) = \mu_r \mu_0 H$