

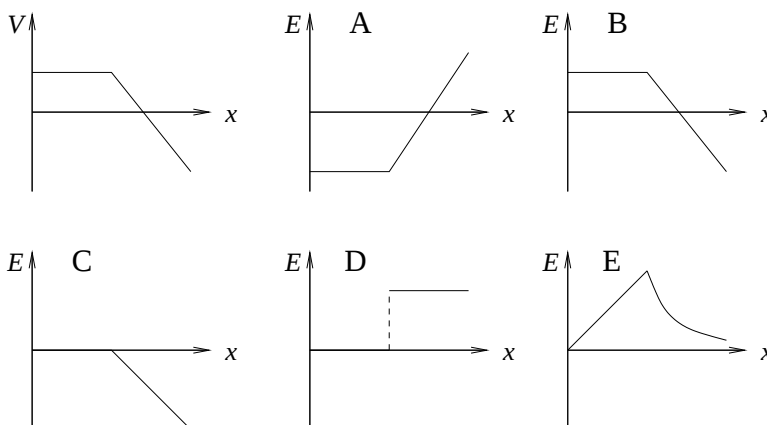
Oppgave 1. (Tolv flervalgsspørsmål. Vekt: teller 30 %)

a. Den potensielle energien til et elektron og et proton i innbyrdes avstand 1.6 nm er

- A -0.9 J B 900 MeV C -14.4 J D -0.9 eV E 14.4 kJ

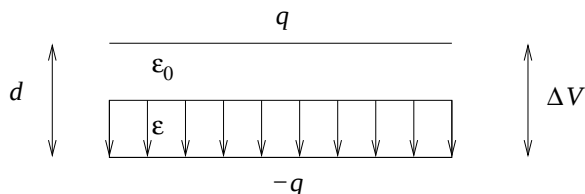
(Null potensiell energi velges for uendelig stor innbyrdes avstand.)

b. En ladningsfordeling er opphav til potensialet $V(x)$ i figuren nedenfor (øverst til venstre). Hvilken av figurene A – E viser den tilhørende elektriske feltstyrken $E(x)$? Her er det elektriske feltet $\vec{E}(x) = E(x)\hat{i}$.



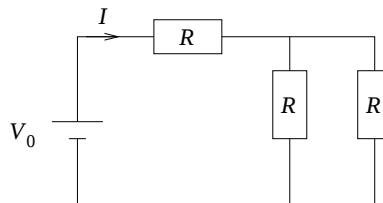
c. To tilnærmet uendelig store parallelle metallplater ligger i innbyrdes avstand d . De to metallplatene har ladning henholdsvis q og $-q$. Et dielektrikum med permittivitet $\epsilon > \epsilon_0$ fyller den nederste halvdelen av rommet mellom platene, som vist i figuren. I den øverste halvdelen har vi vakuum. Pilene i figuren angir da feltlinjer for

- A elektrisk flukstetthet $\vec{D}$
 B elektrisk felt $\vec{E}$
 C elektrisk polarisering $\vec{P}$
 D både $\vec{E}$ og $\vec{P}$
 E både $\vec{D}$ og $\vec{E}$



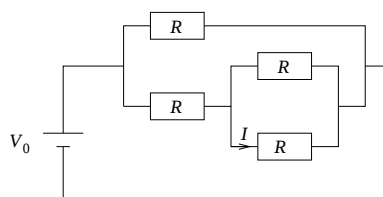
d. Hva blir strømstyrken I angitt i kretsen til høyre?

- A V_0/R
 B $V_0/3R$
 C $3V_0/2R$
 D $V_0/2R$
 E $2V_0/3R$



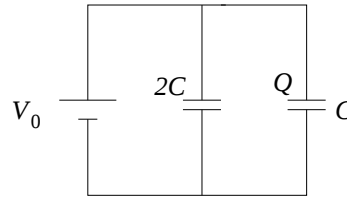
e. Hva blir strømstyrken I angitt i kretsen til høyre?

- A V_0/R
 B $V_0/3R$
 C $3V_0/2R$
 D $V_0/2R$
 E $2V_0/3R$



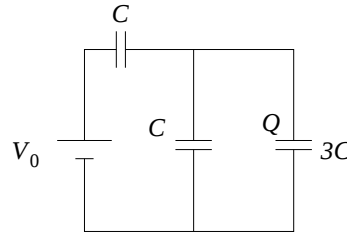
f. Hva blir ladningen Q angitt i kretsen til høyre?

- A $3V_0C/2$
- B V_0C
- C $3V_0C/5$
- D $3V_0C$
- E $V_0C/3$



g. Hva blir ladningen Q angitt i kretsen til høyre?

- A $3V_0C/2$
- B V_0C
- C $3V_0C/5$
- D $3V_0C$
- E $V_0C/3$



h. Et elektron med masse m_e og ladning $-e$ befinner seg i et uniformt magnetfelt $\vec{B} = B_0 \hat{k}$. Ved tidspunktet $t = 0$ har elektronet hastighet $\vec{v} = v_0 \hat{i} + v_0 \hat{j}$. Hva slags bevegelse får elektronet?

- A Sirkelbevegelse med radius $m_e v_0 / e B_0$
- B Sirkelbevegelse med radius $\sqrt{2} m_e v_0 / e B_0$
- C Sirkelbevegelse med radius $\sqrt{2} e B_0 / m_e$
- D Sirkelbevegelse med radius $\sqrt{2} m_e / e B_0$
- E Sirkelbevegelse med radius $e B_0 / m_e$

i. Hva er magnetisk dipolmoment for en ledersløyfe formet som en regulær sekskant med sidekanter 1.0 cm og strømstyrke 1.0 A i ledertråden?

- A 0.02 Acm^2
- B 0.1 Acm^2
- C 0.5 Acm^2
- D 1.1 Acm^2
- E 2.6 Acm^2

j. Hva er (absoluttverdien av) impedansen til en kondensator med kapasitans 100 nF når den er koblet til en vekselspenningskilde med vinkelfrekvens 10^6 s^{-1} ?

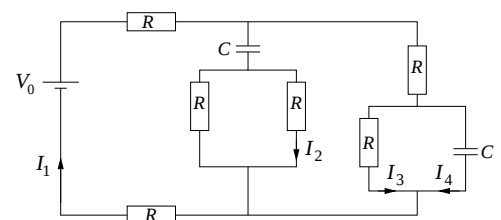
- A 0.1Ω
- B 1.0Ω
- C 10Ω
- D 100Ω
- E 1000Ω

k. Hva er (absoluttverdien av) impedansen til en spole med selvinduktans 100 pH når den er koblet til en vekselspenningskilde med vinkelfrekvens 10^6 s^{-1} ?

- A $0.1 \text{ m}\Omega$
- B $1.0 \text{ m}\Omega$
- C $10 \text{ m}\Omega$
- D 0.1Ω
- E 1.0Ω

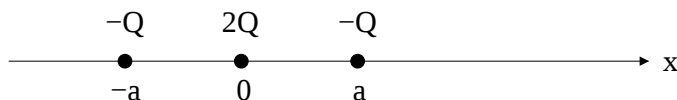
l. I kretsen til høyre har spenningskilden V_0 vært tilkoblet så lenge at strømmene i kretsen ikke lenger endrer seg med tiden. Hva er da de 4 angitte strømstyrkene I_j , $j = 1, 2, 3, 4$?

- A $I_1 = V_0/4R$, $I_2 = 0$, $I_3 = V_0/4R$, $I_4 = 0$
- B $I_1 = V_0/4R$, $I_2 = V_0/4R$, $I_3 = V_0/4R$, $I_4 = V_0/4R$
- C $I_1 = V_0/2R$, $I_2 = 0$, $I_3 = V_0/4R$, $I_4 = 0$
- D $I_1 = 3V_0/4R$, $I_2 = V_0/4R$, $I_3 = V_0/4R$, $I_4 = V_0/4R$
- E $I_1 = V_0/4R$, $I_2 = 0$, $I_3 = V_0/2R$, $I_4 = 0$



Oppgave 2. (Elektrostatikk, Coulombs lov. Vekt: a teller 10%, b teller 20%. Totalt 30%.)

a. Tre punktladninger er plassert på x -aksen, $-Q$ i $x = \pm a$ og $2Q$ i $x = 0$.

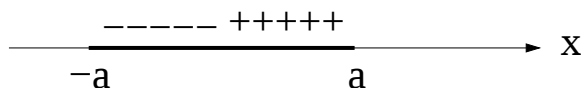


i) Hva er systemets netto ladning?

ii) Hva er systemets elektriske dipolmoment?

iii) Bestem det elektriske potensialet V på x -aksen i punktet $x = 2a$. (Anta referansen $V = 0$ uendelig langt borte.)

b. Vi betrakter deretter en linjeladning på x -aksen, mellom $-a$ og a , nærmere bestemt positiv ladning λ pr lengdeenhet på $0 < x < a$ og negativ ladning $-\lambda$ pr lengdeenhet på $-a < x < 0$:



i) Hva er dette systemets nettoladning?

ii) Hva er dette systemets elektriske dipolmoment?

iii) Bestem det elektriske potensialet $V(x)$ på x -aksen. (Anta $x > a$, samt referansen $V = 0$ uendelig langt borte.)

iv) Langt ute på x -aksen kan $V(x)$ tilnærmet skrives på formen

$$V(x) \simeq \alpha x^{-n}.$$

Vis dette og fastlegg derved α og n . (n er heltallig.) [Med "tilnærmet" menes her til såkalt "ledende orden" i den lille dimensjonsløse størrelsen a/x , dvs første ledd i en polynomutvikling i a/x . Merk at punkt iv) langt på vei kan besvares med utgangspunkt i punkt ii), i tilfelle du ikke har fått til punkt iii).]

Oppgitt:

$$(1 + \beta)^j \simeq 1 + j\beta \quad (|\beta| \ll 1) \quad , \quad \ln(1 + \beta) \simeq \beta \quad (|\beta| \ll 1)$$

$$\vec{p} = \int \vec{r} dq \quad \text{evt} \quad \vec{p} = \sum_i \vec{r}_i q_i \quad , \quad \int \frac{dz}{c - z} = -\ln(c - z)$$

Coulombpotensialet, liten ladning dq : $V(r) = dq/4\pi\epsilon_0 r$.

Oppgave 3. (Elektrostatikk, Gauss' lov. Vekt: teller 10 %.)

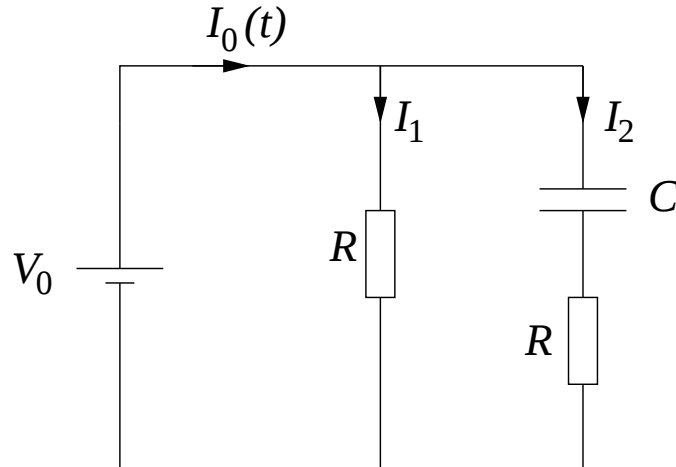
Ei kule med radius R har kulesymmetrisk ladning pr volumenhet $\rho(r) = \rho_0 R/r$. Her er ρ_0 en konstant (med dimensjon ladning pr volumenhet). Bestem den elektriske feltstyrken $E(r)$, både inni og utenfor kula. Lag en skisse av $E(r)$. Hva blir potensialforskjellen $\Delta V = V(0) - V(R)$ mellom sentrum og overflaten av kula?

Oppgitt: Gauss' lov (vakuum):

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q/\epsilon_0$$

Oppgave 4. (RC-krets. Vekt: teller 10 %.)

Vi skal se på følgende elektriske krets, med to motstander R , en kondensator med kapasitans C , og en likespenningskilde V_0 :



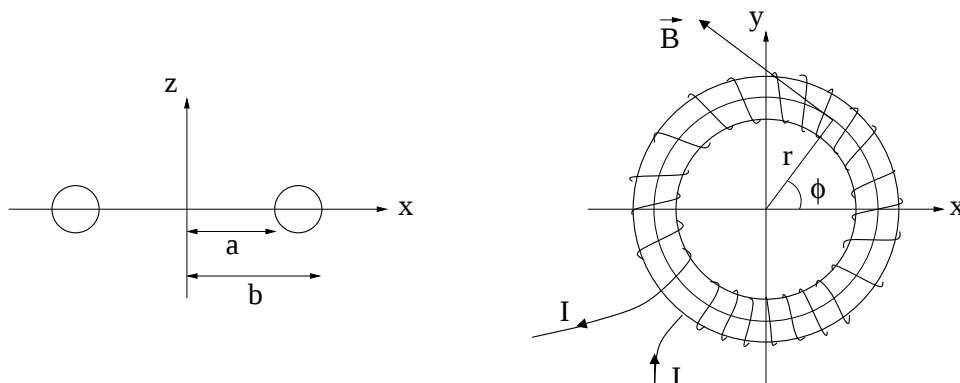
Anta at spenningskilden V_0 kobles til kretsen ved tidspunktet $t = 0$. Vi antar videre at det er null ladning på kondensatoren før tilkobling av V_0 . Umiddelbart etter tilkobling "leverer" spenningskilden en strøm $I_0(0)$. Ved stasjonære forhold ($t \rightarrow \infty$) leverer spenningskilden en strøm $I_0(\infty)$. Bestem strømmen $I_0(t)$, og deretter forholdet

$$\frac{I_0(\infty)}{I_0(0)}$$

Tips: Bruk Kirchhoffs spenningsregel på sløyfa som inneholder V_0 , C og R , og dessuten at $dQ(t)/dt = I_2(t)$ og $I_0(t) = I_1 + I_2(t)$.

Oppgave 5. (Amperes lov. Vekt: teller 10 %)

En luftfylt og tettviklet spole har N viklinger og form som en torus ("smultring"). Spoletråden fører en strøm I . Torusen har indre radius a og ytre radius b . Av symmetrigrunner er magnetfeltet overalt rettet tangentielt til en sirkel med sentrum på torusens akse (z -aksen i figuren nedenfor), med andre ord $\vec{B} = B(r)\hat{\phi}$ i sylinderkoordinater (r, ϕ, z) . I figuren til høyre er en feltlinje for $\vec{B}$ tegnet inn, i avstand r fra z -aksen. Figuren til venstre viser et snitt gjennom spolen, i xz -planet.



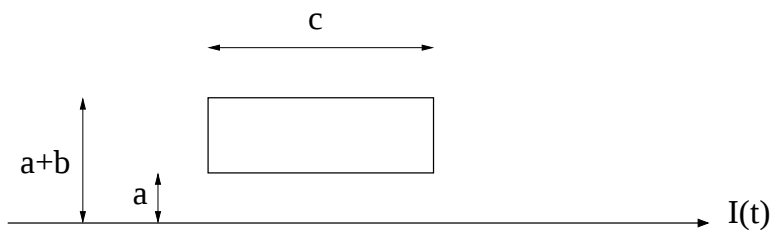
Bruk Amperes lov til å vise at $\vec{B} = 0$ (overalt) utenfor spolen. Bestem så $B(r)$ inni spolen.

Oppgitt: Amperes lov (vakuum):

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I_c$$

Oppgave 6. (Magnetisk fluks og induksjon. Vekt: teller 10 %)

En (tilnærmet uendelig) lang og rett leder ligger i avstand a fra ei rektangulær ledersløyfe med sidekanter b og c . (Ledersløyfa ligger i et plan som passerer gjennom den rette lederen.)



Bestem induert elektromotorisk spenning $\mathcal{E}(t)$ i ledersløyfa når strømmen $I(t)$ i den lange rette lederen skrus på ved tiden $t = 0$ og varierer med t slik (positiv strøm mot høyre):

$$I(t) = \begin{cases} \alpha t I_0 & 0 < t < 1/\alpha \\ I_0 & t \geq 1/\alpha \end{cases}$$

I hvilken retning vil den induserte strømmen i ledersløyfa gå, med eller mot klokka? Gi en kort begrunnelse for svaret. Tips 1: Det er ikke påkrevd med noen *utledning* av magnetfeltet fra den lange rette lederen. Bruk hukommelsen eller andre tillatte hjelpemidler.

Tips 2: $\int dx/x = \ln x$.

Formelliste

TFY4155/FY1003 Elektrisitet og magnetisme

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene.

(Q , ρ og σ uten indeks viser til *frie* ladninger. Q_i , ρ_i og σ_i er induert ladning)

Coulombs lov: $\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{\mathbf{r}} \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r^2} \hat{\mathbf{r}}$

Gauss' lov integralform: $\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q/\epsilon \quad \oint \vec{P} \cdot d\vec{A} = -Q_i \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$

Gauss' lov differensialform: $\text{div} \vec{D} = \rho \quad \text{div} \vec{E} = \rho/\epsilon \quad \text{div} \vec{P} = -\rho_i \quad \text{div} \vec{B} = 0$

Fluks: $\Phi_E = \iint \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad \Phi = \iint \vec{D} \cdot d\vec{A} = \epsilon \Phi_E \quad \Phi_B = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A}$

Amperes lov: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu \left(I_c + \epsilon \frac{\partial \Phi_E}{\partial t} \right) \quad \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = I_c + \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad \text{curl} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Faradays lov: $\mathcal{E} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -L \frac{dI}{dt} \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} \quad \text{curl} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Maxwells likninger: $\text{div} \vec{D} = \rho \quad \text{div} \vec{B} = 0 \quad \text{curl} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \text{curl} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Elektrisk dipolmoment: $\vec{p} = q\vec{d}$ (fra - til +) Polarisering: $\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}}{V}$

Magnetisk (dipol)moment: $\vec{\mu} = I\vec{A}$ Magnetisering: $\vec{M} = \frac{\sum \vec{\mu}}{V}$

$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} \quad \vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E} \quad \epsilon_r = 1 + \chi_e$

$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} = \mu \vec{H} = \mu_r \mu_0 \vec{H} \quad \vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad \mu_r = 1 + \chi_m$

Elektrisk potensial: $V_a - V_b = -\int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{s}, \quad \vec{E} = -\vec{\nabla} V,$

Energi og energitetthet: $U = \frac{1}{2} \iiint V dq \quad \text{Elektrisk: } u = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E} \quad \text{Magnetisk: } u = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$

Kondensatorer: $C = \frac{Q}{V} \quad \text{Kulekondensator: } C = 4\pi\epsilon_0 R \quad \text{Energi: } U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2$

Platekondensator: $C = \epsilon \frac{A}{d} \quad \text{Parallellkopling: } C = \sum_i C_i \quad \text{Seriekopling: } \frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$

Kraft på strømførende leder: $d\vec{F} = Id\vec{s} \times \vec{B} \quad \text{Lorentzkrafta: } \vec{F} = q \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right)$

Biot-Savarts lov: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2} \quad d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{s} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$

H -felt rundt ∞ lang leder: $H_\theta = \frac{I}{2\pi r} \quad H$ -felt i lang, tynn solenoide: $H = I \cdot n = I \cdot \frac{N}{\ell}$

Ohms lov: $V = RI, \quad \sigma \vec{E} = \vec{J} \quad \text{Strømtetthet: } \vec{J} = nq\vec{v}_d \quad \text{der } \vec{v}_d = \mu \vec{E} = \text{driftsfart.}$

Spoler: $L = N \frac{\Phi_B}{I} \quad U = \frac{1}{2} LI^2$

Lenz lov: En induert strøm er alltid slik at den forsøker å motvirke forandringen i den magnetiske fluks som er årsak til strømmen.

Infinitesimal volumelement:

$$d\tau = dx dy dz$$

$$d\tau = r^2 dr \sin \theta d\theta d\phi \xrightarrow{\text{kulesymmetri}} 4\pi r^2 dr$$

$$d\tau = r dr d\phi dz \xrightarrow{\text{syl.symmetri}} 2\pi r dr \ell$$