



NTNU

Det skapende universitet

Institutt for fysikk

Eksamensoppgave i

TFY4155 ELEKTRISITET OG MAGNETISME

FY1003 ELEKTRISITET OG MAGNETISME

Faglig kontakt under eksamen: Institutt for fysikk v/Arne Mikkelsen,
Tlf.: 486 05 392

Eksamensdato: Onsdag 25. mai 2016

Eksamenstid: 09:00 - 13:00

Tillatte hjelpemidler (kode C):

Bestemt enkel godkjent kalkulator.

Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).

C. Angell og B. E. Lian: Fysiske størrelser og enheter.

Vedlagt formelark.

Annen informasjon:

1. Denne eksamen teller 90 % på endelig karakter, laboratorierapport 10 %. For studenter med laboratorium godkjent 2012 og før teller denne eksamen 100 %.
2. Prosenttallene i parentes etter hver oppgave angir hvor mye den vektlegges ved bedømmelsen (summerer til 100 %).
3. Noen generelle faglige merknader:
 - Størrelser angis i kursiv (f.eks. V for potensial), mens enheter angis uten kursiv (f.eks. V for volt)
 - $\hat{i}$, $\hat{j}$ og $\hat{k}$ er enhetsvektorer i henholdsvis x -, y - og z -retning.
 - Ved tallsvar kreves både tall og enhet.
4. I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E (stor bokstav) eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 p, galt svar eller flere svar gir 0 p, blank (ubesvart) gir 1 p.**
5. Svar på flervalgsspørsmålene fører du på **siste ark** i dette oppgavesettet. Arket skal innleveres.
6. Oppgavene er utarbeidet av Arne Mikkelsen og vurdert av Magnus B. Lilledahl.

Målform/språk: Bokmål.

Antall sider (uten denne forsida): 8.

Antall sider vedlegg: 3.

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave:

Originalen er: 2-sidig; sort/hvitt

Dato

Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

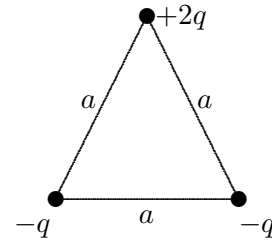
(blank side)

Oppgave 1. Flervalgsspørsmål. (Teller 50 %, hvert spørsmål teller like mye.)

1-1. Tre punktladninger, en positiv ($2q$) og to negative ($-q$), er plassert i hvert sitt hjørne av en likesidet trekant med sidekanter

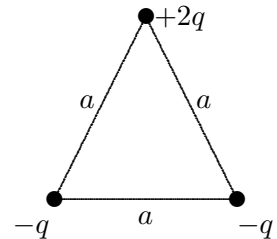
a. Hva er systemets dipolmoment $|\vec{p}|$?

- A) $qa/\sqrt{3}$
- B) $\sqrt{3}qa/2$
- C) $\sqrt{3}qa$
- D) $2\sqrt{3}qa$
- E) qa .



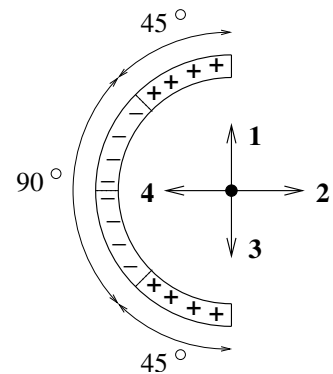
1-2. Tre punktladninger, en positiv ($2q$) og to negative ($-q$), er plassert i hvert sitt hjørne av en likesidet trekant med sidekanter a . Hva er den potensielle energien til de tre ladningene? (Dvs. i forhold til om de tre ladningene var uendelig langt fra hverandre.)

- A) $3q^2/4\pi\epsilon_0 a$
- B) 0
- C) $q^2/4\pi\epsilon_0 a$
- D) $-3q^2/4\pi\epsilon_0 a$
- E) $-q^2/4\pi\epsilon_0 a$.



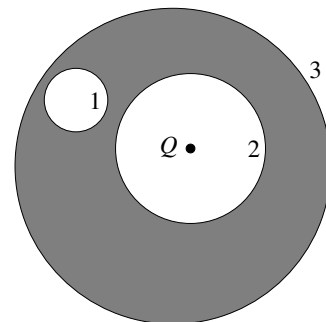
1-3. Figuren viser tverrsnittet av en halvsirkelformet stav med uniform ladning per lengdeenhet, enten negativ ($-\lambda$, merket med "-") eller positiv (λ , merket med "+") på ulike deler av staven, slik at staven totalt har ladning lik null. Hvilken pil angir da riktig retning på den elektriske krafta som virker på et elektron som er plassert i "sentrumspunktet" (dvs. det som ville ha vært sentrum av en hel sirkel)?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) Krafta er null.

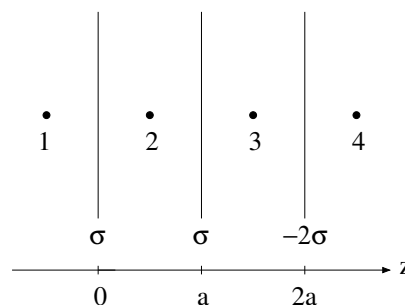


1-4. Ei nøytral metallkule har to kuleformede hulrom i sitt indre. Hulrom 1 er tomt. I hulrom 2 er det en punktladning Q . (Hele systemet har altså ladning Q .) Hvor mye induert ladning q_j har vi på de tre overflatene til metallkula, dvs. på de indre overflatene (q_1 og q_2) som avgrenser hulrommene og på kulas ytre overflate (q_3)?

- A) $q_1 = 0$ $q_2 = -Q$ $q_3 = Q$
- B) $q_1 = -Q$ $q_2 = -Q$ $q_3 = 2Q$
- C) $q_1 = 0$ $q_2 = 0$ $q_3 = 0$
- D) $q_1 = Q$ $q_2 = 0$ $q_3 = -Q$
- E) $q_1 = 0$ $q_2 = Q$ $q_3 = 2Q$



Tre store parallelle plan har innbyrdes avstand a som vist i figuren til høyre. Planene har ladning per flateenhet σ , σ , og -2σ (fra venstre mot høyre, og $\sigma > 0$). To to neste spørsmålene refererer til denne figuren.



1-5. I situasjonen i figuren over kan det elektriske feltet skrives på formen $\mathbf{E}(z) = E(z) \hat{\mathbf{k}}$. Hvilken figur (nedenfor, til høyre) viser korrekt $E(z)$?

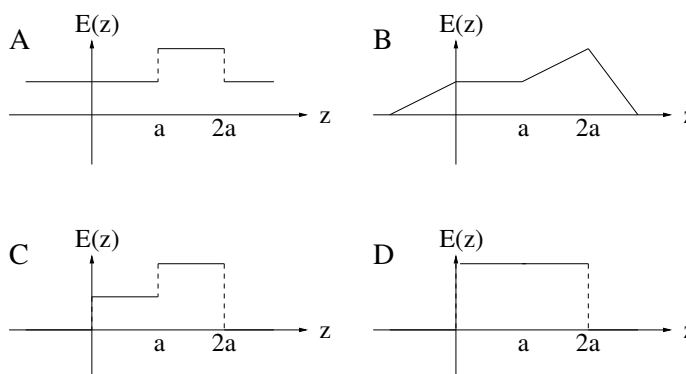
A) A

B) B

C) C

D) D

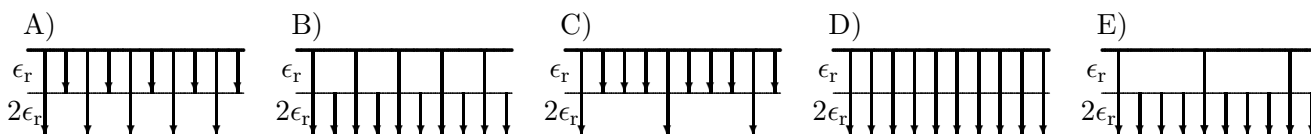
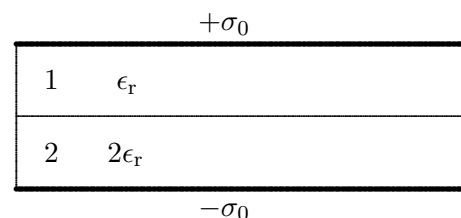
D) Ingen av figurene.



1-6. I figuren over, ranger det elektriske potensialet i de fire punktene merket med 1, 2, 3 og 4.

A) $V_1 > V_2 > V_3 > V_4$ B) $V_1 > V_4 > V_2 = V_3$ C) $V_4 = V_1 > V_2 = V_3$ D) $V_1 = V_4 > V_3 > V_2$ D) $V_4 = V_1 > V_2 > V_3$.

1-7. Figuren til høyre viser to store metalliske plan med areal A og ladning per flateenhet henholdsvis σ_0 (øverste plate) og $-\sigma_0$ (nederste plate). Volumet mellom metallplatene er fylt med to dielektriske skiver. Medium 1 i øverste halvdel har relativ permittivitet ϵ_r , mens medium 2 i nederste halvdel har relativ permittivitet $2\epsilon_r$. Hvilken av figurene nedenfor illustrerer best feltlinjer for det elektriske feltet $\vec{E}$?

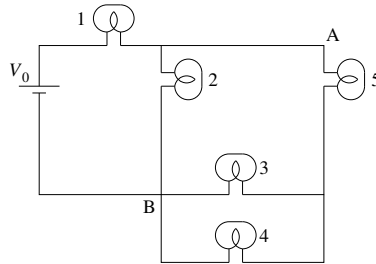


1-8. Hva er den minste kapasitansen du kan lage med fem like kondensatorer, hver med kapasitans $5,0 \text{ mF}$?

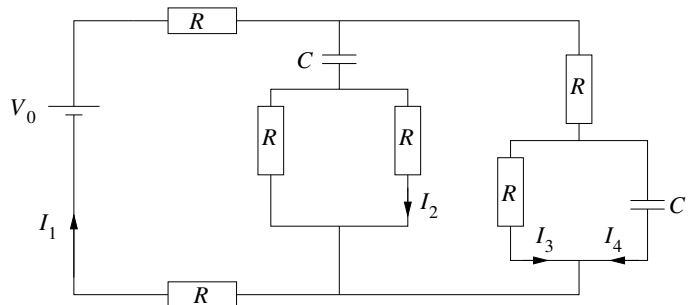
A) $25,0 \text{ mF}$ B) $10,0 \text{ mF}$ C) $5,0 \text{ mF}$ D) $2,5 \text{ mF}$ E) $1,0 \text{ mF}$

1-9. Hver av de fem lyspærene kan betraktes som en ideell ohmsk motstand R . Økt spenning over ei lyspære (og dermed økt strømstyrke) gir økt lysstyrke i lyspæra. I kretsen vist i figuren, hvilke(n) lyspære(r) lyser sterkest?

- A) 1
- B) 2
- C) 3 og 4
- D) 5
- E) 2 og 5



1-10. I kretsen til høyre har spenningskilden V_0 vært tilkoblet så lenge at strømmene i kretsen ikke lenger endrer seg med tida. Hva er da de 4 angitte strømstyrkene I_j , $j = 1, 2, 3, 4$?



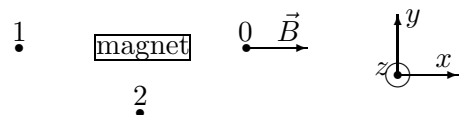
- A) $I_1 = V_0/4R$ $I_2 = V_0/4R$ $I_3 = V_0/4R$ $I_4 = V_0/4R$
- B) $I_1 = 3V_0/4R$ $I_2 = V_0/4R$ $I_3 = V_0/4R$ $I_4 = V_0/4R$
- C) $I_1 = V_0/4R$ $I_2 = 0$ $I_3 = V_0/2R$ $I_4 = 0$
- D) $I_1 = V_0/4R$ $I_2 = 0$ $I_3 = V_0/4R$ $I_4 = 0$
- E) $I_1 = V_0/4R$ $I_2 = 0$ $I_3 = V_0/2R$ $I_4 = 0$

1-11. I hvilket tilfelle er den totale magnetiske fluksen ut gjennom ei lukka overflate positiv?

- A) Hvis nordpolen til en magnet, men ikke sydpolen, ligger innenfor den lukka overflata.
- B) Hvis sydpolen til en magnet, men ikke nordpolen, ligger innenfor den lukka overflata.
- C) Hvis både nordpolen og sydpolen til en magnet ligger innenfor den lukka overflata.
- D) Hvis overflata omslutter et område med forskyvningsstrøm.
- E) Magnetisk fluks kan ikke være positiv ut fra ei lukka overflate.

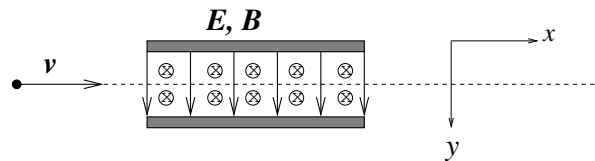
1-12. Figuren viser en sylindrisk stavmagnet med akse i papirplanet. Magnetisk flukstetthet $\vec{B}$ ved et punkt 0 er vist i diagrammet. Koordinatretninger er gitt. Hva er retningen på $\vec{B}$ ved punkt 1 (rett til venstre for magneten) og ved punkt 2 (midt under magneten)?

- A) 1: negativ x -retning, 2: positiv x -retning
- B) 1: negativ x -retning, 2: negativ x -retning
- C) 1: positiv x -retning, 2: negativ x -retning
- D) 1: positiv x -retning, 2: positiv y -retning
- E) 1: negativ x -retning, 2: negativ y -retning



1-13. Partikler, alle med ladning forskjellig fra null, med ulike masser og hastigheter (men alle med hastighet i positiv x -retning) kommer inn i et område der det elektriske feltet er $\vec{E} = E_0 \hat{j}$ (nedover i figuren) mens magnetfeltet er $\vec{B} = B_0 \hat{k}$ (inn i planet). Hvis $E_0 = 10,0 \text{ kV/m}$ og $B_0 = 50,0 \text{ mT}$, må de partiklene som passerer gjennom området med elektrisk felt og magnetfelt *uten å avbøyes*

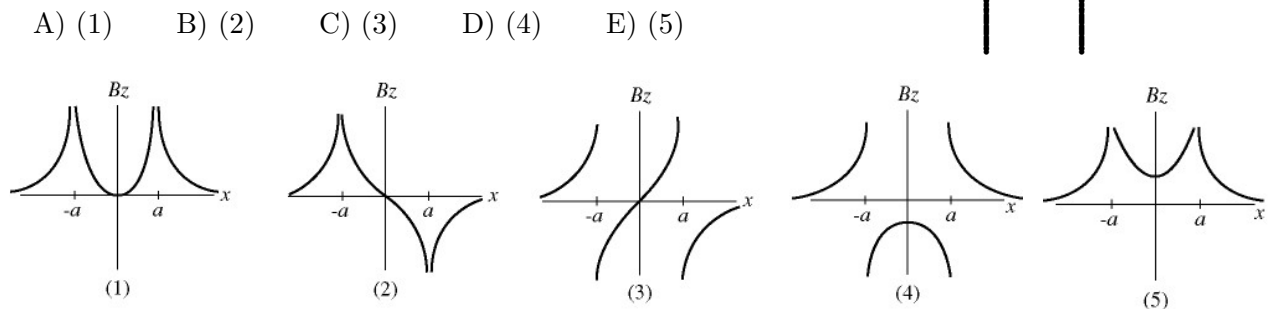
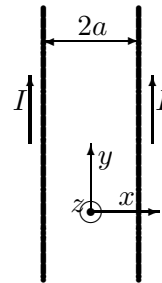
- A) være elektroner
- B) være protoner
- C) ha hastighet 500 m/s
- D) ha hastighet 200 m/s
- E) ha hastighet 200 km/s .



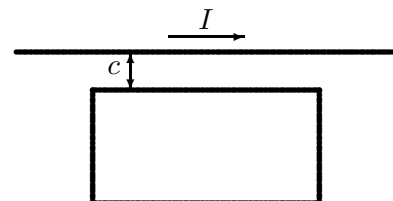
1-14. En tett viklet solenoide er $31,42 \text{ cm}$ lang, har 200 viklinger, et tverrsnitt $1,00 \text{ cm}^2$ og fører en spolestrøm på $2,0 \text{ A}$. Solenoiden har en jernkjerne med magnetisk susceptibilitet $\chi_m = 1500$. Hvis du ser bort fra endeeffekter, vil du finne at verdien til magnetisk flukstetthet B i sentrum er omtrentlig

- A) $16 \mu\text{T}$
- B) 16 mT
- C) 24 mT
- D) $2,4 \text{ T}$
- E) 16 T .

1-15. To svært lange, parallelle ledninger i xy -planet ligger i avstand $2a$ fra hverandre, er parallell med y -aksen og fører en lik strøm I i samme retning. Vist i figuren til høyre med origo for koordinatsystem midt mellom ledningene. Hvilken graf nedenfor viser best z -komponenten til B -feltet i xy -planet, som funksjon av x ? (OBS: grafene viser ikke magnetiske feltlinjer).

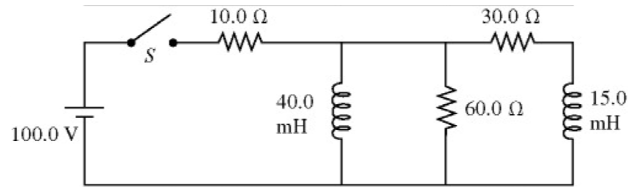


1-16. En rektangulær sløyfe er plassert parallelt med en lang rett strømførende leder som vist i figuren. Den rette lederen fører en strøm I mot høyre og avstanden c mellom lederen og den nærmeste sidekanten av sløyfa er fast. Strømmen i den rette lederen øker jamt med tida: $I(t) = I_0 + kt$ (der k er en konstant med enhet A/s). Strømmen induisert i den rektangulære sløyfa



- A) går mot klokka og er proporsjonal med k^2
- B) går med klokka og er proporsjonal med k^2
- C) går mot klokka og er proporsjonal med k
- D) går med klokka og er proporsjonal med k
- E) er lik null.

I kretsen i figuren til høyre har spenningskilden ingen indre motstand og spolene (induktorene) har null motstand. To to neste spørsmålene refererer til denne figuren.



1-17. I figuren over har bryteren har vært åpen i veldig lang tid. Umiddelbart etter bryteren slås på er strømmen gjennom $60,0\ \Omega$ -motstanden lik

- A) 0,00 A B) 1,43 A C) 2,50 A D) 3,33 A E) 10,0 A

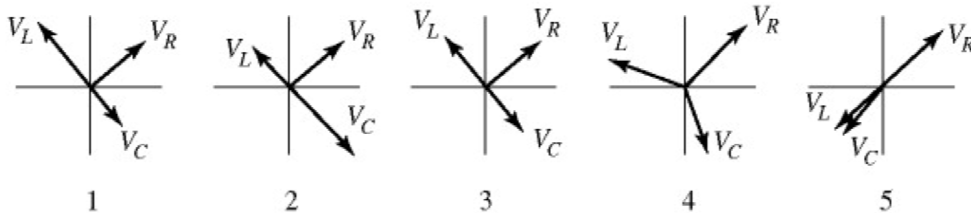
1-18. Når bryteren har vært lukket i svært lang tid i figuren over er potensialforskjellen over $60,0\ \Omega$ -motstanden lik

- A) 0,00 V B) 66,7 V C) 85,7 V D) 90,0 V E) 100,0 V

1-19. En vekselspenning $V(t) = V_0 \sin \omega t$ med amplitude $V_0 = 50\ \text{mV}$ og frekvens $f = 50\ \text{Hz}$ er koblet til en spole med induktans $L = 50\ \mu\text{H}$. Hva blir amplituden I_0 til den harmonisk varierende strømmen i kretsen?

- A) $I_0 = 2,18\ \text{A}$
 B) $I_0 = 2,79\ \text{A}$
 C) $I_0 = 3,18\ \text{A}$
 D) $I_0 = 3,79\ \text{A}$
 E) $I_0 = 4,18\ \text{A}$

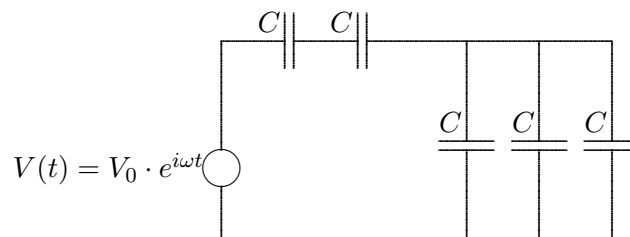
1-20. Hvilket av viserdiagrammene representerer best en RLC -krets som drives av en spenningskilde ved kretsens resonansfrekvens?



- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1-21. To kondensatorer kobles i serie med tre kondensatorer i parallell som vist i figuren. Alle kondensatorene har kapasitans C . Hva er kretsens komplekse impedans?

- A) $5 \frac{1}{i\omega C}$
 B) $\frac{7}{2} \frac{1}{i\omega C}$
 C) $\frac{7}{3} \frac{1}{i\omega C}$
 D) $\frac{7}{3} i\omega C$
 E) $\frac{7}{2} i\omega C$



1-22. En lysstråle går i positiv x -retning. Den elektriske feltvektoren

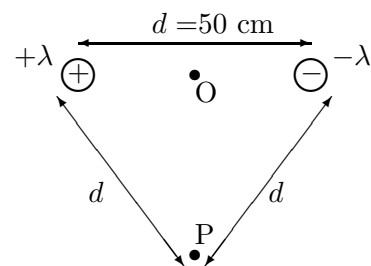
- A) kan oscillere i hvilken som helst retning i rommet
- B) må oscillere i z -retningen
- C) må oscillere i x -retningen
- D) må oscillere i yz -planet
- E) må ha en konstant komponent i x -retningen.

1-23. Hvilken påstand er sann?

- A) Både $\vec{B}$ og $\vec{E}$ i en elektromagnetisk bølge må tilfredsstille bølgelikningen.
- B) Fasefaktoren til en bølge som vandrer i negativ z -retning er $(kz + \omega t)$.
- C) Farten til en elektromagnetisk bølge i vakuum er gitt av $(\epsilon_0 \mu_0)^{-1/2}$.
- D) Amplitudeverdien for E er større en amplitudeverdien for B med en faktor c .
- E) Alle disse påstandene er sanne.

Oppgave 2. Potensial. (teller 11 %)

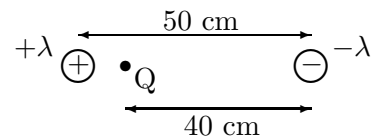
To svært lange, parallelle staver har motsatt ladning $\pm\lambda$ per lengdeenhet, med $\lambda = 2,5 \text{ nC/m}$. Avstanden mellom stavene er $d = 50 \text{ cm}$. Stavene står normalt på papirplanet i figuren. Referanse for elektrisk potensial, $V = 0$, er valgt i punktet O midt mellom de to parallelle stavene. Det oppgis at elektrisk feltstyrke i avstand r fra en meget lang stav med ladning λ per lengdeenhet er $\frac{\lambda}{2\pi\epsilon_0 r}$.



a) Finn verdi og retning for det elektriske feltet $\vec{E}$ i et punkt P som ligger i avstand $d = 50 \text{ cm}$ fra begge de to parallelle stavene (se figur).

b) Hva er verdien av potentialet V i punktet P?

c) Hva er verdien av potentialet V i punktet Q, i avstand 10 cm fra den positive og 40 cm fra den negative linjeladningen?

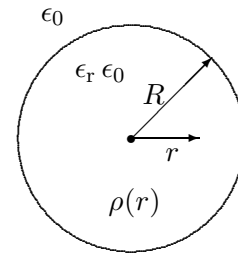


Oppgave 3. Elektrostatikk. (teller 14 %)

Ei dielektrisk kule med radius R og relativ permittivitet $\epsilon_r = 2,00$ har overskuddsladning fordelt inni kula med ladningstetthet

$$\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R} \quad (r < R)$$

der r er avstand fra kulas sentrum. Utenfor kula er permittiviteten ϵ_0 .



- a) Hva er kulas totalladning Q , uttrykt med bl.a. ρ_0 og R ?
- b) Bruk Gauss' lov til å bestemme det elektriske feltet $\vec{E}(r)$ som funksjon av avstanden r fra kulas sentrum for alle verdier av r (inni og utenfor kula). Uttrykk svaret med bl.a. ρ_0 og R , sett inn verdi for ϵ_r .
Lag også en håndskisse av $E(r)$ mellom $r = 0$ og $r = 2R$.

- c) Finn uttrykk for polariseringen $P(r)$ i kula for $r \leq R$. Hvilken retning har $\vec{P}$?

Oppgave 4. Magnetfelt (teller 12%)

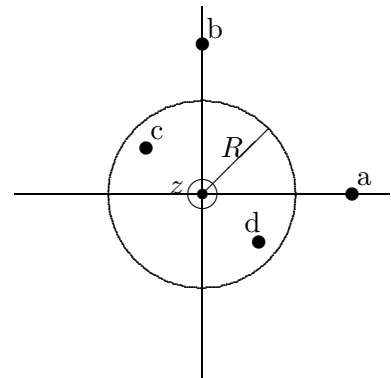
En tilnærmet uendelig lang og rett, sylinderformet leder med radius R fører en konstant elektrisk strøm. Strømtettheten (strøm per flateenhet) i lederen er avhengig av avstanden, r , fra lederens senterakse:

$$\vec{J}(r) = J_0 \left(1 - \frac{r^2}{R^2} \right) \hat{\mathbf{k}} \quad (r < R).$$

Vi har valgt koordinatsystem slik at lederens senterakse sammenfaller med z -aksen, og slik at strømmen går i positiv z -retning. Permeabiliteten er overalt μ_0 .

OPPGITT: Total strøm i lederen er $I_0 = \int_0^R J(r) \cdot 2\pi r dr = \frac{\pi}{2} J_0 R^2$.

Figuren til høyre er et snitt gjennom lederen i et plan normalt på lederen, slik at $\vec{J}$ kommer opp av planet.



- a) Tegn vektorer som representerer magnetfeltet $\vec{B}$ i de fire punktene a, b, c og d.
(Ved bedømmelsen legges det vekt på retningen til vektorene, ikke lengden av disse.)

- b) Bruk Amperes lov til å finne magnetfeltet $B_u(r)$ *utenfor* den strømførende lederen (dvs. for $r > R$) uttrykt med bl.a. J_0 .

- c) Magnetfeltet *inni* den strømførende lederen ($r < R$) kan uttrykkes

$$B_i(r) = C_1 \cdot r + C_3 \cdot r^3.$$

Bruk Amperes lov til å bestemme konstantene C_1 og C_3 uttrykt med bl.a. J_0 .

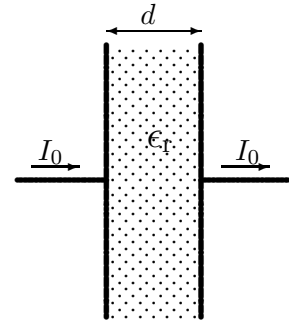
Oppgave 5. Kondensator og forskyvningsstrøm. (teller 13 %)

En stor parallellplatekondensator har plateareal $A = 50,0 \text{ dm}^2$ og plater i en avstand $d = 2,00 \text{ mm}$. Området mellom platene er fylt av et dielektrikum med $\epsilon_r = 8,00$. Se bort fra randeffekter. Kondensatoren lades med en konstant strøm $I_0 = 10,0 \mu\text{A}$ i nøyaktig $1,00 \text{ s}$. Vi definerer positiv retning fra venstre mot høyre.

OPPGITT:

Kondensatorens kapasitans:

$$Q/V = C = \epsilon_r \epsilon_0 A/d = 17,7 \text{ nF}.$$



a) Hva er forskyvningsstrømmen I_d mellom kondensatorplatene (i dielektrikumet) under oppladningen av kondensatoren? Presiser retningen på I_d .

Etter kondensatoren er ladd i $1,00 \text{ s}$ som beskrevet og har fått ladning $Q_0 = 10,0 \mu\text{C}$ og en viss spenning V_0 , koples tilførselsledninger ifra og kondensatoren overlates til seg sjølv. Vi definerer dette tidspunktet som $t = 0$. Dielektrikumet i kondensatoren er ikke en perfekt isolator men har endelig resistivitet $\rho = 2,00 \cdot 10^{12} \Omega \text{ m}$. Kondensatorens ladning tappes derfor gradvis ut gjennom dielektrikumet med en liten strøm $I(t)$.

b) Hva er denne strømmen I ved tida $t = 1,00 \text{ min}$? Presiser retningen på I .

TIPS: Finn en diff.likning for $I(t)$ fra bl.a. $I(t) = -\frac{dQ}{dt}$ og Ohms lov $V(t) = I(t) R$.

c) Hva er forskyvningsstrømmen I_d mellom kondensatorplatene (i dielektrikumet) ved tida $t = 1,00 \text{ min}$? Presiser retningen på I_d .

Vedlegg: FORMELLISTE.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene.

Q, ρ og σ uten indeks viser til *frie* ladninger. Q_i, ρ_i og σ_i er indusert ladning.

I og $\vec{J}$ uten indeks er ledningsstrøm (conducting current), I_d og $\vec{J}_d$ er forskyvningsstrøm (displacement current).

$$\text{Coulombs lov: } \vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12} \quad \vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r^2} \hat{r}$$

$$\text{Gauss' lov integralform: } \oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q/\epsilon \quad \oint \vec{P} \cdot d\vec{A} = -Q_i \quad \oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\text{Gauss' lov differensialform: } \operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad \operatorname{div} \vec{E} = \rho/\epsilon \quad \operatorname{div} \vec{P} = -\rho_i \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0$$

$$\text{Fluks: } \Phi_E = \iint \vec{E} \cdot d\vec{A} \quad \Phi = \iint \vec{D} \cdot d\vec{A} = \epsilon \Phi_E \quad \Phi_B = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\text{Ampères lov: } \oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu \left(I + \epsilon \frac{\partial \Phi_E}{\partial t} \right) \quad \oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = I + \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad \operatorname{curl} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{Faradays lov: } \mathcal{E} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -L \frac{dI}{dt} \quad \oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} \quad \operatorname{curl} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$$

$$\text{Maxwells likninger: } \operatorname{div} \vec{D} = \rho \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0 \quad \operatorname{curl} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t} \quad \operatorname{curl} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{Forskyvningsstrøm: } I_d = \frac{\partial \Phi}{\partial t}, \quad \vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

$$\text{Elektrisk dipolmoment: } \vec{p} = q\vec{d} \quad (\text{fra} - \text{til} +) \quad \text{Polarisering: } \vec{P} = \frac{\sum \vec{p}}{\text{volum}}$$

$$\text{Magnetisk (dipol)moment: } \vec{\mu} = \vec{m} = I\vec{A} \quad \text{Magnetisering: } \vec{M} = \frac{\sum \vec{\mu}}{\text{volum}}$$

$$\text{Kraftmoment: } \vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E} \quad \vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$$

$$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E} \quad \vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E} \quad \epsilon_r = 1 + \chi_e$$

$$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} = \mu \vec{H} = \mu_r \mu_0 \vec{H} \quad \vec{M} = \chi_m \vec{H} \quad \mu_r = 1 + \chi_m$$

$$\text{Elektrisk potensial: } V_a - V_b = - \int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{s}, \quad \vec{E} = -\vec{\nabla} V, \quad \text{Relativt } \propto: \quad V(r) = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon r}$$

$$\text{Energi og energitetthet: } U = \frac{1}{2} \iiint V dq \quad \text{Elektrisk: } u = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E} \quad \text{Magnetisk: } u = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$$

$$\text{Kondensatorer: } C = \frac{Q}{V} \quad \text{Kulekondensator: } C = 4\pi\epsilon_0 R \quad \text{Energi: } U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2$$

$$\text{Platekondensator: } C = \epsilon \frac{A}{d} \quad \text{Parallellkopling: } C = \sum_i C_i \quad \text{Seriekopling: } \frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

$$\text{Kraft på strømførende leder: } d\vec{F} = Id\vec{s} \times \vec{B} \quad \text{Lorentzkrafta: } \vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$$

$$\text{Biot-Savarts lov: } \vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \hat{r}}{r^2} \quad d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$$

$$\text{H-felt rundt } \infty \text{ lang leder: } H_\theta = \frac{I}{2\pi r} \quad \text{H-felt i lang, tynn solenoide: } H = I \cdot n = I \cdot \frac{N}{\ell}$$

$$\text{Ohms lov: } V = RI, \quad R = \rho \frac{\ell}{A} = \frac{1}{\sigma} \frac{\ell}{A}; \quad P = VI$$

$$\sigma \vec{E} = \vec{J}, \quad \text{der strømtetthet} = \vec{J} = nq\vec{v}_d \quad \text{og } \vec{v}_d = \mu \vec{E} = \text{driftsfart.}$$

$$\text{Induktans: } \mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt} \quad \mathcal{E}_2 = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}, \quad M_{21} = M_{12} \quad \text{Spoler: } L = N \frac{\Phi_B}{I} \quad U = \frac{1}{2} LI^2$$

Lenz lov: En induisert strøm er alltid slik at den forsøker å motvirke forandringen i den magnetiske fluks som er årsak til strømmen.

$$\text{Kompleks AC-signal: } V(t) = V_0 e^{i\omega t} = |V_0| e^{i\alpha} e^{i\omega t} \quad I(t) = I_0 e^{i\omega t} = |I_0| e^{i\beta} e^{i\omega t}$$

$$Z = \frac{V(t)}{I(t)} = \frac{V_0}{I_0} = |Z| e^{i\phi} \quad Z_R = R \quad Z_L = i\omega L \quad Z_C = \frac{1}{i\omega C}$$

Elektromagnetiske bølger:

$$\text{Bølgelikningen for } \vec{E}: \quad \nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2} \quad \text{der} \quad \nabla^2 \vec{E} = \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} \hat{\mathbf{i}} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} \hat{\mathbf{j}} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} \hat{\mathbf{k}} \quad \text{og} \quad \frac{1}{c^2} = \mu\epsilon$$

$$\text{Bølge i } \pm x\text{-retning med } \vec{E} \text{ planpolarisert i } y\text{-retning: } \vec{E}(x, t) = E_0 \hat{\mathbf{j}} \cos(\omega t \mp kx), \quad \vec{B}(x, t) = B_0 \hat{\mathbf{k}} \cos(\omega t \mp kx)$$

$$\omega = 2\pi f \quad k = \frac{2\pi}{\lambda} \quad |c| = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{1}{\mu\epsilon}} \quad |E_0| = c|B_0| \quad \text{Bølge(vandre)retning som } \vec{E} \times \vec{B}$$

Nablaoperatoren:

Kartesiske koordinater (x, y, z) , med enhetsvektorer henholdsvis $\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}}$ og $\hat{\mathbf{k}}$:

$$\begin{aligned} \text{grad} V = \vec{\nabla} V &= \hat{\mathbf{i}} \frac{\partial V}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}} \frac{\partial V}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}} \frac{\partial V}{\partial z} \\ \text{div} \vec{D} = \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} \\ \text{curl} \vec{D} = \vec{\nabla} \times \vec{D} &= \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ D_x & D_y & D_z \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Sylinderkoordinater (r, ϕ, z) , med enhetsvektorer henholdsvis $\hat{\mathbf{r}}, \hat{\phi}$ og $\hat{\mathbf{k}}$:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} V &= \hat{\mathbf{r}} \frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\phi} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \phi} + \hat{\mathbf{k}} \frac{\partial V}{\partial z} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r D_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial D_z}{\partial z} \end{aligned}$$

Kulekoordinater (r, θ, ϕ) , med enhetsvektorer henholdsvis $\hat{\mathbf{r}}, \hat{\theta}, \hat{\phi}$:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} V &= \hat{\mathbf{r}} \frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \hat{\phi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 D_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (D_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} \end{aligned}$$

Divergensteoremet og Stokes' teorem for et tilfeldig vektorfelt $\vec{F}$:

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{A} = \iiint \vec{\nabla} \cdot \vec{F} \, d\tau \quad \oint \vec{F} \cdot d\vec{s} = \iint (\vec{\nabla} \times \vec{F}) \cdot d\vec{A}$$

Infinitesimale volumelement:

$$\begin{aligned} d\tau &= dx \, dy \, dz \\ d\tau &= r^2 \, dr \, \sin \theta \, d\theta \, d\phi \xrightarrow{\text{kulesymmetri}} 4\pi r^2 \, dr \\ d\tau &= r \, dr \, d\phi \, dz \xrightarrow{\text{syl.symmetri}} 2\pi r \, dr \, \ell \end{aligned}$$

Studieprogram: _____

Kandidat nr. _____

Dato: _____ Side*): _____

Antall ark: _____

Svartabell for flervalgsspørsmål i oppgave 1.*Denne siden fylles ut, rives av og leveres inn, *) fortrinnsvis som side 1.**Husk informasjonen øverst til høyre.*

Oppgave	Mitt svar
1-1	
1-2	
1-3	
1-4	
1-5	
1-6	
1-7	
1-8	
1-9	
1-10	
1-11	
1-12	
1-13	
1-14	
1-15	
1-16	
1-17	
1-18	
1-19	
1-20	
1-21	
1-22	
1-23	