

Institutt for fysikk

Eksamensoppgave i
FY1003 ELEKTRISITET OG MAGNETISME
TFY4155 ELEKTRISITET OG MAGNETISME

Faglig kontakt under eksamen: Institutt for fysikk v/Arne Mikkelsen,
Tlf.: 486 05 392

Eksamensdato: Tirsdag 16. mai 2017

Eksamenstid: 09:00 - 13:00

Tillatte hjelpemidler (kode C):

- Bestemt enkel godkjent kalkulator.
- Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).
- C. Angell og B. E. Lian: Fysiske størrelser og enheter.
- Vedlagt formelliste.

Annen informasjon:

1. Denne eksamen teller 90 % på endelig karakter, laboratorierapport 10 %. For studenter med laboratorium godkjent 2012 og før teller denne eksamen 100 %.
2. Prosenttallene i parentes etter hver oppgave angir hvor mye den vektlegges ved bedømmelsen (summerer til 100 %).
3. Noen generelle faglige merknader:
 - Størrelser angis i kursiv (f.eks. V for potensial), mens enheter angis uten kursiv (f.eks. V for volt)
 - $\hat{i}$, $\hat{j}$ og $\hat{k}$ er enhetsvektorer i henholdsvis x -, y - og z -retning.
 - Ved tallsvar kreves både tall og enhet.
4. I flervalgsspørsmålene er kun ett av svarene rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E (stor bokstav) eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 p, galt svar eller flere svar gir 0 p, blank (ubesvart) gir 1 p.**
5. Svar på flervalgsspørsmålene fører du på **siste ark** i dette oppgavesettet. Arket skal innleveres.
6. Oppgavene er utarbeidet av Arne Mikkelsen.

Målform/språk: Bokmål.

Antall sider (uten denne forsida): 8.

Antall sider vedlegg: 3.

Kontrollert av:

Informasjon om trykking av eksamensoppgave:

Originalen er: 2-sidig; sort/hvitt

Dato

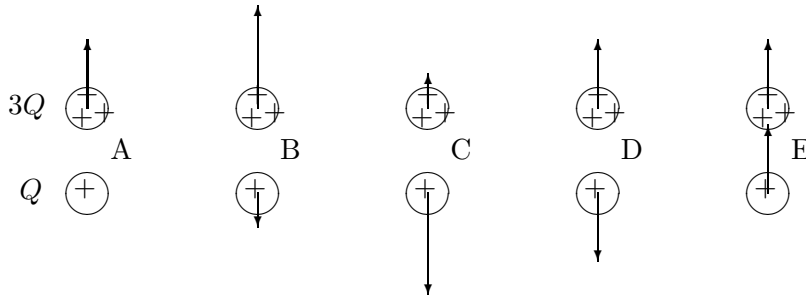
Sign

Merk! Studenter finner sensur i Studentweb. Har du spørsmål om din sensur må du kontakte instituttet ditt. Eksamenskontoret vil ikke kunne svare på slike spørsmål.

(blank side)

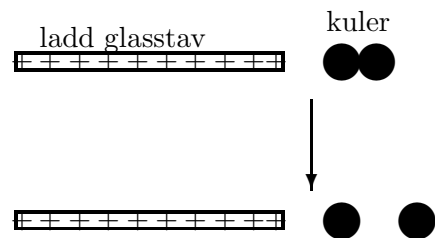
Oppgave 1. Flervalgsspørsmål (teller 50 %, hvert spørsmål teller like mye)

1-1. To uniformt ladde kuler vist under har ladning henholdsvis Q og $3Q$. Hvilken figur beskriver korrekt de elektrostatisk kreftene som virker på de to kulene?

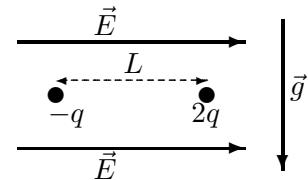


1-2. Du bringer en positiv ladd glasstav nesten inntil den ene (den til venstre) av to nøytrale metallkuler som er i innbyrdes kontakt. Deretter fjerner du de to metallkulene fra hverandre. Da har metallkula til venstre fått

- A) negativ ladning
- B) positiv ladning
- C) null ladning
- D) samme ladning som kula til høyre
- E) samme ladning som glasstaven



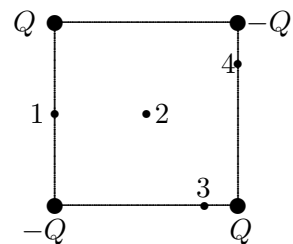
1-3. Et homogent (uniformt) elektrisk felt med styrke E er rettet horisontalt. To ladde partikler som begge har massen m , er plassert i feltet. De er i samme høyde, og den horisontale avstanden mellom dem er L . Partiklene som har ladningene $-q$ og $+2q$, slippes fra ro. Tyngden $\vec{g}$ virker og det er ingen luftmotstand. Hvilken styrke må E ha for at ladningene skal fortsette å ha konstant horisontal avstand L mellom seg?



- A) $\frac{2}{3\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{L}$ B) $\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{L^2}$ C) $\frac{1}{3\pi\epsilon_0} \frac{q}{L^2}$ D) $\frac{1}{6\pi\epsilon_0} \frac{q}{L^2}$ E) $\frac{1}{6\pi\epsilon_0} \frac{q}{L}$

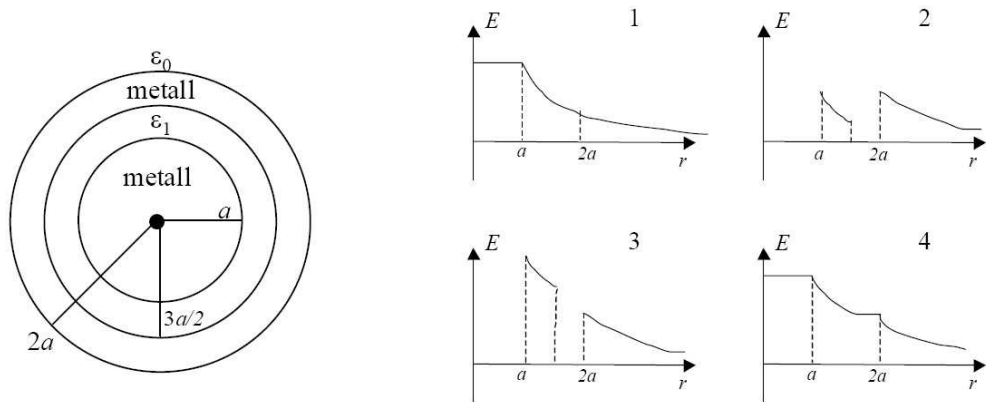
1-4. Fire punktladninger, to positive (Q) og to negative ($-Q$), er plassert i hvert sitt hjørne av et kvadrat. Ranger det elektriske potensialet, V_i , i de fire punktene 1, 2, 3 og 4. (Punkt 1 er midt på venstre "sidekant", punkt 2 er midt i kvadratet.)

- A) $V_1 > V_3 > V_4 > V_2$
- B) $V_1 = V_2 = V_3 = V_4$
- C) $V_3 > V_1 = V_2 > V_4$
- D) $V_1 > V_3 = V_4 > V_2$
- E) $V_3 > V_2 > V_1 > V_4$.



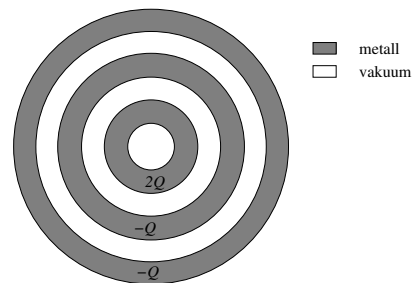
1-5. Ei metallkule med radius a har en nettoladning $q > 0$ (figuren til venstre under). Den er belagt med et lag med elektrisk nøytral plast med tykkelse $a/2$. Deretter følger et elektrisk nøytralt metallisk kuleskall med tykkelse $a/2$. Utenfor dette har vi vakuum. Platen er et dielektrikum med permittivitet $\epsilon_1 = 4\epsilon_0$. Hvilken av de fire grafene i figuren nedenfor til høyre illustrerer det elektriske feltet E som funksjon av avstanden r fra metallkulas sentrum?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) Både 2 og 3 kan være rett



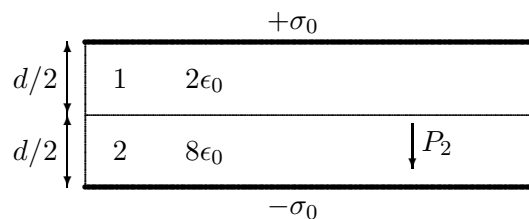
1-6. Figuren viser tre konsentriske metallkuleskall med en viss tykkelse. Innerste skall har nettoladning $2Q$, mellomste skall har nettoladning $-Q$ og ytterste skall har nettoladning $-Q$. Hvor mye ladning er samlet på *ytre* overflate av det *ytterste* kuleskallet?

- A) $-Q$
 B) $-2Q$
 C) Q
 D) 0
 E) $2Q$.



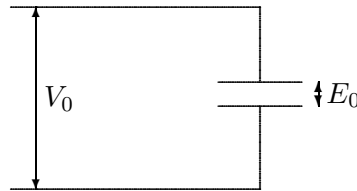
1-7. To store metalliske plan har areal A og ladning per flateenhet henholdsvis σ_0 (øverste plate) og $-\sigma_0$ (nederste plate). Plateavstanden er d . Volumet mellom metallplatene er fylt med to dielektriske skiver. Medium 1, i øverste halvdel, har permittivitet $2\epsilon_0$ mens medium 2, i nederste halvdel, har permittivitet $8\epsilon_0$. Hvor stor blir polariseringen P_2 i medium 2?

- A) $P_2 = \sigma_0/8$
 B) $P_2 = 7\sigma_0/8$
 C) $P_2 = \sigma_0$
 D) $P_2 = 9\sigma_0/8$
 E) $P_2 = 4\sigma_0$.

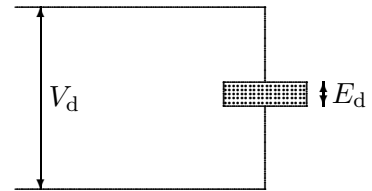


1-8. En ladd kondensator har initielt et elektrisk felt E_0 mellom platene og en spenning V_0 over platene. Uten å kople til noen spenningskilde, setter du inn et dielektrikum ($\epsilon_r > 1$) mellom platene. Det elektrisk feltet og spenningen over platene blir nå henholdsvis E_d og V_d . Hvilke av følgende er rett for elektrisk felt og spenningen?

- A) $E_d > E_0$ og $V_d > V_0$
- B) $E_d = E_0$ og $V_d > V_0$
- C) $E_d > E_0$ og $V_d = V_0$
- D) $E_d < E_0$ og $V_d > V_0$
- E) $E_d < E_0$ og $V_d < V_0$



Før



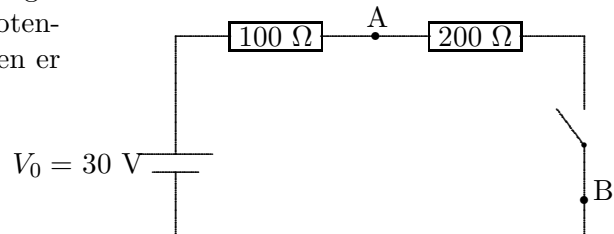
Med dielektrikum

1-9. Forholdet mellom elektrisk effekt i to lyspærer på henholdsvis 25 W og 60 W er, selvsagt, $P_{25}/P_{60} = 25/60$ ved “normal” bruk, dvs. kople i parallell. Hva blir det tilsvarende forholdet for effekten mellom pærene, $P_{25}^{(S)}/P_{60}^{(S)}$, dersom du kobler lyspærene i serie? Anta at resistiviteten i materialet som glødetråden består av er uavhengig av temperaturen. (Likespenning eller vekselspenning spiller ingen rolle for svaret. Heller ikke verdien på spenningen.)

- A) 1/1 B) 17/12 C) 17/5 D) 60/25 E) 25/60.

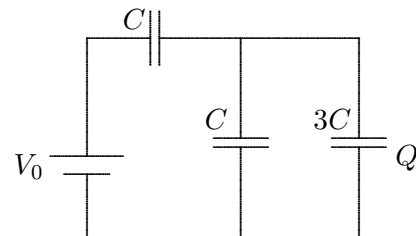
1-10. Figuren viser en enkel seriekrets av spenningsforsyning, to motstander og en bryter. Hva er potensialdifferansen mellom punkt A og B, når bryteren er *åpen*, og når den er *lukket*?

- A) Åpen: 0 V Lukket: 20 V
- B) Åpen: 20 V Lukket: 30 V
- C) Åpen: 20 V Lukket: 10 V
- D) Åpen: 30 V Lukket: 20 V
- E) Åpen: 20 V Lukket: 0 V.



1-11. Kretsen til høyre består av en kondensator C i serie med en parallellkopling av C og $3C$. Hva blir ladningen Q på kondensatoren $3C$ til høyre?

- A) 0
- B) $3V_0 C/2$
- C) $V_0 C$
- D) $3V_0 C/5$
- E) $V_0 C/3$.

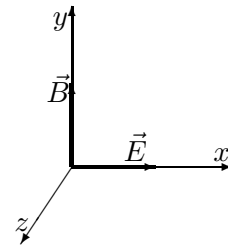


1-12. En sirkulær strømsløyfe fører en konstant strøm I . Sløyfa er plassert i et område med homogent (uniformt) magnetisk felt, $\vec{B}$, med retning i strømsløyfeplanet. Netto magnetisk kraft, $\vec{F}$, på strømsløyfa

- A) har retning normal på planet til sløyfa, gitt av høyrehåndsregelen
- B) har retning normal på planet til sløyfa, gitt av venstrehåndsregelen
- C) har retning som ligger i sløyfeplanet
- D) kan ikke bestemmes uten å vite størrelsen og retningen på I i forhold til størrelsen på $\vec{B}$
- E) er lik null.

1-13. En positiv ladd partikkel beveger seg i et rom med homogene (uniforme) felt $\vec{E}$ og $\vec{B}$, som er rettet i henholdsvis positiv x - og positiv y -retning. Hvis det er null resultantkraft på partikkelen må dens hastighet være i

- A) positiv x -retning
- B) negativ x -retning
- C) positiv y -retning
- D) positiv z -retning
- E) negativ z -retning.

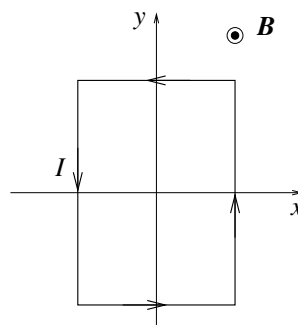


1-14. En partikkel med ladning q og masse m skytes med fart v inn i et område med magnetisk felt B rettet normalt på v . Partikkelen oppnår en sirkelbevegelse med radius

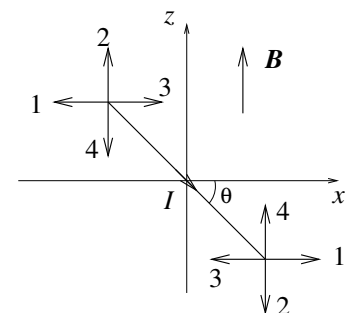
- A) $\frac{mv^2}{B}$
- B) $\frac{Bm}{qv}$
- C) $\frac{Bv}{qm}$
- D) $\frac{mv}{qB}$
- E) $\frac{Bq}{mv}$

1-15. Ei kvadratisk ledersløyfe fører en strøm I og kan rotere omkring y -aksen. Den er plassert i et uniformt magnetfelt B retta langs z -aksen. I figurene nedenfor danner sløyfeplanet en vinkel θ med xy -planet. I venstre figur betrakter vi ledersløyfa i retning mot z -aksen og ned mot xy -planet. I høyre figur betraktes ledersløyfa i retning med y -aksen og ned mot xz -planet. Hvilket av kraftparene nummerert fra 1 til 4 i figuren til høyre virker da på de to lengdene av ledersløyfa som ligger parallelt med y -aksen?

- A) 1
- B) 2
- C) 3
- D) 4
- E) ingen, krafta er null



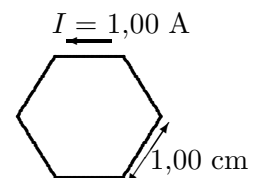
(z-aksen ut av planet)



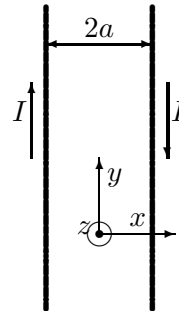
(y-aksen inn i planet)

1-16. Hva er magnetisk dipolmoment for en ledersløyfe formet som en regulær sekskant med sidekanter 1,00 cm og strømstyrke 1,00 A i ledertråden?

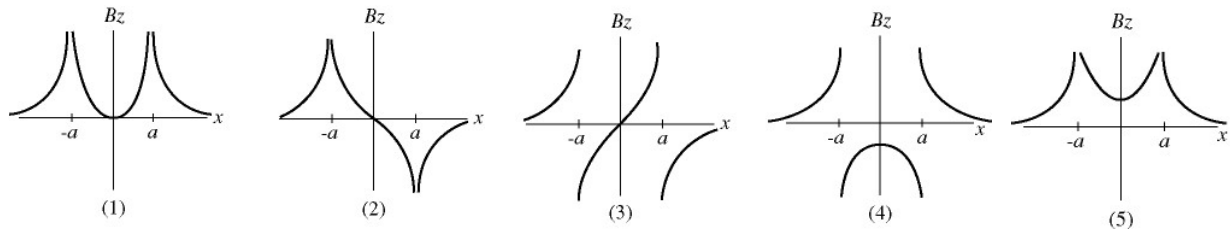
- A) 0,20 A cm²
- B) 1,4 A cm²
- C) 2,6 A cm²
- D) 3,8 A cm²
- E) 5,2 A cm²



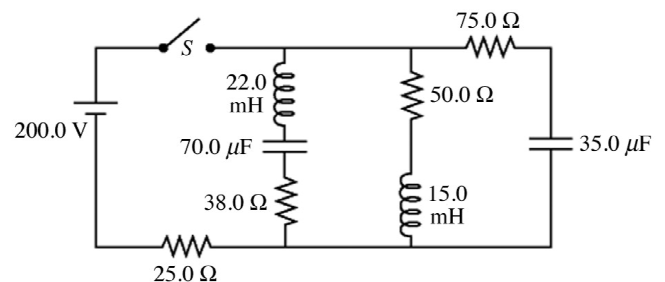
1-17. To svært lange parallelle ledninger i xy -planet ligger i avstand $2a$ fra hverandre, er parallelle med y -aksen og fører en strøm I i motsatte retninger, vist i figuren til høyre med origo for koordinatsystem midt mellomledningene. Hvilken graf nedenfor viser best z -komponenten til B -feltet i xy -planet, som funksjon av x ?



- A) (1) B) (2) C) (3) D) (4) E) (5)



1-18. I kretsen i figuren til høyre har spenningskilden null indre resistans, spolene (induktorene) har null resistans og kondensatorene er ideelle (uendelig resistans). Hva er spenningen (potensialforskjellen) over $70,0 \mu\text{F}$ -kondensatoren når bryteren har vært lukket svært lenge?



- A) 0,00 V B) 33,3 V C) 66,6 V D) 100 V E) 133 V

1-19. En vekselspenning $V(t) = V_0 e^{i\omega t}$ med amplitude $V_0 = 50 \text{ mV}$ og frekvens $f = 50 \text{ Hz}$ er koblet til en spole med induktans $L = 50 \mu\text{H}$. Hva blir amplituden I_0 til den harmonisk varierende strømmen i kretsen?

- A) $I_0 = 0,86 \text{ A}$ B) $I_0 = 2,10 \text{ A}$ C) $I_0 = 3,18 \text{ A}$ D) $I_0 = 4,79 \text{ A}$ E) $I_0 = 20,0 \text{ A}$

1-20. Hvilken av de følgende påstander er sann?

- A) Maxwells likninger gjelder bare for felt som er konstant over tid
 B) Elektromagnetiske bølger er longitudinale bølger
 C) Elektrisk og magnetisk felt er ute av fase i en elektromagnetisk bølge
 D) Elektrisk og magnetisk feltvektorer er like i størrelse i en elektromagnetisk bølge
 E) Ingen av påstandene er sanne.

1-21. Poyntingvektoren for en plan elektromagnetisk bølge har gjennomsnittsverdien $0,944 \text{ W/m}^2$. Bølgen treffer et rektangulært område på $1,5 \text{ m} \times 2,0 \text{ m}$ i rett vinkel på flata. Hvor mye total elektromagnetisk energi treffer arealet i løpet av 1,0 minutt? TIPS: Formelliste.

- A) 170 J B) 210 J C) 250 J D) 300 J E) 340 J

1-22. Nær jorda er gjennomsnittlige intensitet for solinnstrålingen lik $1,4 \text{ kW/m}^2$. Hvilken kraft pga. strålingstrykket utøves på en $5,0 \text{ m}^2$ stor svart plate som står normalt på solstrålene?

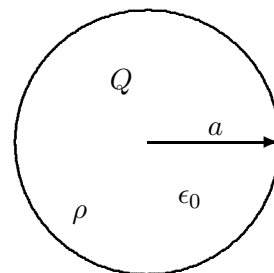
- A) 14 kN B) $94 \mu\text{N}$ C) $140 \mu\text{N}$ D) $23 \mu\text{N}$ E) $47 \mu\text{N}$

Oppgave 2. Elektrisk felt (teller 18 %)

Ei kule med radius a har en totalladning Q som er fordelt med konstant romladningstetthet

$$\rho = \frac{Q}{\frac{4}{3}\pi a^3}.$$

Permittiviteten er $\epsilon = \epsilon_0$ både innenfor og utenfor kula. Uttrykk svarene i a), b) og c) bl.a. med Q (ikke med ρ).



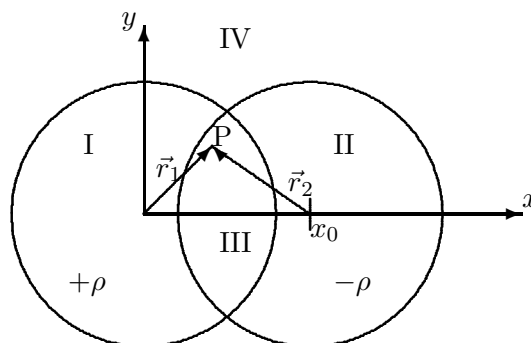
a) Bestem elektrisk felt $\vec{E}(r)$ utenfor og innenfor kula.

TIPS: Feltet inni kula kan uttrykkes $\vec{E} = Ar\hat{r}$, der A er en konstant.

b) Bestem elektrisk potensial $V(r)$ (relativt uendelig) utenfor og innenfor kula.

c) Bestem den elektriske potensielle energien, U , for kula med ladning.

Til høyre for kula ovenfor plasseres ei identisk kule men med motsatt romladningstetthet: $-\rho$. Kulene tenkes å overlappe hverandre som vist i figuren. x -aksen legges langs senter-til-senter-linja mellom kulene og avstandene mellom kulesentrene er x_0 . Rommet deles slik i 4 områder som vist på figuren. Område I av den ene kula har positiv romladningstetthet ρ . Område II av den andre kula har romladningstetthet $-\rho$. Kulenes overlappingsområde III har romladningstetthet $\rho - \rho = 0$. Område IV har også romladningstetthet $= 0$. Permittiviteten $\epsilon = \epsilon_0$ både innenfor og utenfor kulene.



d) Påstand: $\vec{E}$ -feltet i område III er horisontalt og homogent (uniformt). Skisser elektriske feltlinjer og ekvipotensialflater i dette området, under forutsetning av at påstanden er rett.

e) Bestem $\vec{E}$ -feltet i et vilkårlig punkt P i xy -planet innenfor kulenes overlappingsområde III. Som vist i figuren er avstandene til dette punktet fra de to kulesentra henholdsvis r_1 og r_2 . Var påstanden i pkt. d) korrekt?

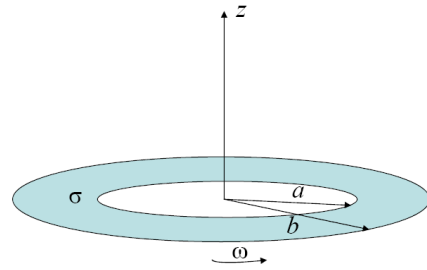
TIPS: Uttrykk $\vec{E}(\vec{r})$ fra hver kule med henholdsvis $\vec{r}_1$ og $\vec{r}_2$ og bruk superposisjonsprinsippet.

Oppgave 3. Magnetfelt (teller 12 %)

Ei sirkulær skive med indre radius a og ytre radius b har ladning per flateenhet som varierer med avstanden r fra sentrum:

$$\sigma(r) = \sigma_0 \frac{b^2}{r^2}.$$

Skiva ligger i xy -planet med sentrum i origo. Den roterer omkring symmetriaksen (z -aksen) med vinkelhastighet ω og ladningene følger med rotasjonen. Skiva er tynn i z -retning.



a) Finn uttrykk for skivas magnetiske dipolmoment $\vec{\mu}$.

TIPS: Finn først dipolmomentet $d\mu$ til en tynn ring med radius r , bredde dr og strøm dI . Strømmen $dI = dq/T$ i ringen har sitt opphav i roterende ladninger med periode $T = 2\pi/\omega$.

b) Finn uttrykk for magnetfeltet $\vec{B}(z)$ på z -aksen.

OPPGITT:

Magnetfelt på symmetriaksen, i avstand z , fra en tynn strømførende ring, med strøm I og radius R :

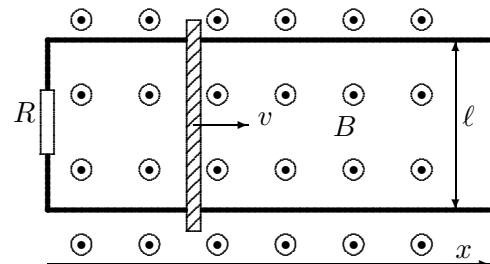
$$B(z) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(z^2 + R^2)^{3/2}}.$$

Integral:

$$\int \frac{x dx}{(c^2 + x^2)^{3/2}} = \frac{-1}{(c^2 + x^2)^{1/2}} + C.$$

Oppgave 4. Elektromagnetisk induksjon (teller 10 %)

En metallstav med masse m kan gli uten friksjon på to lange horisontale parallelle skinner. Skinnene er forbundet med en motstand med resistansen R , og avstanden mellom dem er ℓ . Systemet befinner seg i et magnetisk felt med flukstetthet B opp av og normalt på planet skinnene og staven danner. Staven blir gitt et puff mot høyre og oppnår en viss startfart.



a) Finn strømmen i kretsen når staven har farten v . Uttrykk svaret med bl.a. v .

b) Hva er krafta på staven (størrelse og retning) når staven har farten v ? Uttrykk svaret med oppgitte størrelser.

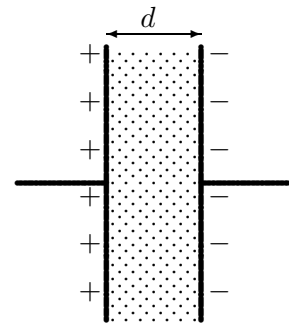
c) Finn $v(t)$ uttrykt med oppgitte størrelser samt startfarten v_0 .

TIPS: Fra mekanikken: $F = m dv/dt$.

Oppgave 5. Kondensator med ladningstap (teller 10 %)

En parallellplatekondensator har et dielektrikum med $\epsilon_r = 8,00$. Vi kan se bort fra randeffekter slik at kondensatorens kapasitans er $C = \epsilon_r \epsilon_0 A/d$ der A er platearealet og d er avstanden mellom platene.

Dielektrikumet i kondensatoren er ikke en perfekt isolator men har en endelig resistivitet $\rho = 2,00 \cdot 10^{12} \Omega \text{ m}$. Mellom kondensatorplatene er det derfor en resistans R som er ulik ∞ , slik at kondensatorens ladning tappes gradvis ut gjennom dielektrikumet med en liten strøm. Kondensatorens initielle ladning er $Q(0) = Q_0 = 10,0 \mu\text{C}$.



a) Kondensatorens ladning Q utlades etter en eksponentialfunksjon:

$$Q(t) = Q_0 \exp \left\{ -\frac{t}{\tau} \right\}.$$

Hva er verdien av tidskonstanten τ ?

(Tallverdier for d og A er ikke nødvendig å oppgi. TIPS: Formelliste.)

b) Finn uttrykk for forskyvningsstrømmen $I_d(t)$ mellom kondensatorplatene (i dielektrikumet) og finn verdien for I_d ved tida $t = 2,00 \text{ min}$. Presiser retningen på I_d .

Vedlegg: FORMELLISTE.

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk som i forelesningene.

Noen fysiske konstanter: $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}$ $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H/m}$ $e = 1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C}$
 $m_e = 9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ $g = 9,81 \text{ m/s}^2$ $N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$ $c_0 = 2,998 \cdot 10^8 \text{ m/s}$

Q, ρ og σ uten indeks viser til *frie* ladninger. Q_i, ρ_i og σ_i er induisert ladning.

I og $\vec{J}$ uten indeks er ledningsstrøm (conducting current), I_d og $\vec{J}_d$ er forskyvningsstrøm (displacement current).

Coulombs lov: $\vec{F}_{12} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q_1 q_2}{r^2} \hat{r}_{12}$ $\vec{E} = \frac{1}{4\pi\epsilon} \frac{q}{r^2} \hat{r}$

Gauss' lov integralform: $\oint \vec{D} \cdot d\vec{A} = Q$ $\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = Q/\epsilon$ $\oint \vec{P} \cdot d\vec{A} = -Q_i$ $\oint \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$

Gauss' lov differensialform: $\text{div} \vec{D} = \rho$ $\text{div} \vec{E} = \rho/\epsilon$ $\text{div} \vec{P} = -\rho_i$ $\text{div} \vec{B} = 0$

Fluks: $\Phi_E = \iint \vec{E} \cdot d\vec{A}$ $\Phi = \iint \vec{D} \cdot d\vec{A} = \epsilon \Phi_E$ $\Phi_B = \iint \vec{B} \cdot d\vec{A}$

Amperes lov: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu \left(I + \epsilon \frac{\partial \Phi_E}{\partial t} \right)$ $\oint \vec{H} \cdot d\vec{s} = I + \frac{\partial \Phi}{\partial t}$ $\text{curl} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Faradays lov: $\mathcal{E} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t} = -L \frac{dI}{dt}$ $\oint \vec{E} \cdot d\vec{s} = -\frac{\partial \Phi_B}{\partial t}$ $\text{curl} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$

Maxwells likninger: $\text{div} \vec{D} = \rho$ $\text{div} \vec{B} = 0$ $\text{curl} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\text{curl} \vec{H} = \vec{J} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Forskyvningsstrøm: $I_d = \frac{\partial \Phi}{\partial t}$, $\vec{J}_d = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$

Elektrisk dipolmoment: $\vec{p} = q\vec{d}$ (fra - til +) Polarisering: $\vec{P} = \frac{\sum \vec{p}}{\text{volum}}$

Magnetisk (dipol)moment: $\vec{\mu} = \vec{m} = I\vec{A}$ Magnetisering: $\vec{M} = \frac{\sum \vec{\mu}}{\text{volum}}$

Kraftmoment: $\vec{\tau} = \vec{p} \times \vec{E}$ $\vec{\tau} = \vec{\mu} \times \vec{B}$

$\vec{D} = \epsilon_0 \vec{E} + \vec{P} = \epsilon \vec{E} = \epsilon_r \epsilon_0 \vec{E}$ $\vec{P} = \chi_e \epsilon_0 \vec{E}$ $\epsilon_r = 1 + \chi_e$

$\vec{B} = \mu_0 \vec{H} + \mu_0 \vec{M} = \mu \vec{H} = \mu_r \mu_0 \vec{H}$ $\vec{M} = \chi_m \vec{H}$ $\mu_r = 1 + \chi_m$

Elektrisk potensial: $V_a - V_b = - \int_b^a \vec{E} \cdot d\vec{s}$, $\vec{E} = -\vec{\nabla} V$, Relativt ∞ : $V(r) = \int \frac{dq}{4\pi\epsilon r}$

Energi og energitetthet: $U = \frac{1}{2} \iiint V dq$ Elektrisk: $u = \frac{1}{2} \vec{D} \cdot \vec{E}$ Magnetisk: $u = \frac{1}{2} \vec{B} \cdot \vec{H}$

Kondensatorer: $C = \frac{Q}{V}$ Kulekondensator: $C = 4\pi\epsilon_0 R$ Energi: $U = \frac{1}{2} QV = \frac{1}{2} CV^2$

Platekondensator: $C = \epsilon \frac{A}{d}$ Parallellkopling: $C = \sum_i C_i$ Seriekopling: $\frac{1}{C} = \sum_i \frac{1}{C_i}$

Kraft på strømførende leder: $d\vec{F} = Id\vec{s} \times \vec{B}$ Lorentzkrafta: $\vec{F} = q \left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B} \right)$

Biot-Savarts lov: $\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q \vec{v} \times \hat{r}}{r^2}$ $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Id\vec{s} \times \hat{r}}{r^2}$

H -felt rundt ∞ lang leder: $H_\theta = \frac{I}{2\pi r}$ H -felt i lang, tynn solenoide: $H = I \cdot n = I \cdot \frac{N}{\ell}$

Ohms lov: $V = RI$, $R = \rho \frac{\ell}{A} = \frac{1}{\sigma} \frac{\ell}{A}$; $P = VI$

$$\sigma \vec{E} = \vec{J}, \text{ der strømtetthet} = \vec{J} = nq\vec{v}_d \quad \text{og} \quad \vec{v}_d = \mu \vec{E} = \text{driftsfart.}$$

Induktans: $\mathcal{E} = -L \frac{dI}{dt}$ $\mathcal{E}_2 = -M_{21} \frac{dI_1}{dt}$, $M_{21} = M_{12}$ Spoler: $L = N \frac{\Phi_B}{I}$ $U = \frac{1}{2} LI^2$

Lenz lov: En indusert strøm er alltid slik at den forsøker å motvirke forandringen i den magnetiske fluks som er årsak til strømmen.

Kompleks AC-signal: $V(t) = V_0 e^{i\omega t} = |V_0| e^{i\alpha} e^{i\omega t}$ $I(t) = I_0 e^{i\omega t} = |I_0| e^{i\beta} e^{i\omega t}$

$$Z = \frac{V(t)}{I(t)} = \frac{V_0}{I_0} = |Z| e^{i\phi} \quad Z_R = R \quad Z_L = i\omega L \quad Z_C = \frac{1}{i\omega C}$$

Elektromagnetiske bølger i vakuum:

Bølgelikningen for $\vec{E}$: $\nabla^2 \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$ der $\nabla^2 \vec{E} = \frac{\partial^2 E_x}{\partial x^2} \hat{\mathbf{i}} + \frac{\partial^2 E_y}{\partial y^2} \hat{\mathbf{j}} + \frac{\partial^2 E_z}{\partial z^2} \hat{\mathbf{k}}$ og $\frac{1}{c^2} = \mu_0 \epsilon_0$

Bølge i $\pm x$ -retning med $\vec{E}$ planpolarisert i y -retning: $\vec{E}(x, t) = E_0 \hat{\mathbf{j}} \cos(\omega t \mp kx)$, $\vec{B}(x, t) = B_0 \hat{\mathbf{k}} \cos(\omega t \mp kx)$

$\omega = 2\pi f$ $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ $|c| = \frac{\omega}{k} = \sqrt{\frac{1}{\mu_0 \epsilon_0}}$ $|E_0| = c|B_0|$ Bølge(vandre)retning som $\vec{E} \times \vec{B}$

Energitetthet (J/m³): $u = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2 + \frac{1}{2} \frac{1}{\mu_0} B^2 = \epsilon_0 E^2$ Tidsmiddel: $\langle u \rangle = \frac{1}{2} \epsilon_0 E_0^2$

Poyntingvektoren: $\vec{S}(x, t) = \vec{E}(x, t) \times \vec{H}(x, t)$ $S = |\vec{S}| = cu$ $\langle S \rangle = c\langle u \rangle = \text{intensitet (W/m}^2\text{)}$

Bev. mengde per volum: $\vec{p}' = \langle \vec{S} \rangle / c^2$ Strålingstrykk: $p_{\text{rad}} = \langle u \rangle$ (svart flate) $p_{\text{rad}} = 2\langle u \rangle$ (blank flate)

Litt matematikk:

Kartesiske koordinater (x, y, z) , med enhetsvektorer henholdsvis $\hat{\mathbf{i}}, \hat{\mathbf{j}}$ og $\hat{\mathbf{k}}$:

$$\begin{aligned} \text{grad} V = \vec{\nabla} V &= \hat{\mathbf{i}} \frac{\partial V}{\partial x} + \hat{\mathbf{j}} \frac{\partial V}{\partial y} + \hat{\mathbf{k}} \frac{\partial V}{\partial z} \\ \text{div} \vec{D} = \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \frac{\partial D_x}{\partial x} + \frac{\partial D_y}{\partial y} + \frac{\partial D_z}{\partial z} \\ \vec{\nabla}^2 V &= \frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \\ \text{curl} \vec{D} = \vec{\nabla} \times \vec{D} &= \begin{vmatrix} \hat{\mathbf{i}} & \hat{\mathbf{j}} & \hat{\mathbf{k}} \\ \frac{\partial}{\partial x} & \frac{\partial}{\partial y} & \frac{\partial}{\partial z} \\ D_x & D_y & D_z \end{vmatrix} \end{aligned}$$

Sylinderkoordinater (r, ϕ, z) , med enhetsvektorer henholdsvis $\hat{\mathbf{r}}, \hat{\phi}$ og $\hat{\mathbf{k}}$:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} V &= \hat{\mathbf{r}} \frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\phi} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \phi} + \hat{\mathbf{k}} \frac{\partial V}{\partial z} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (r D_r) + \frac{1}{r} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} + \frac{\partial D_z}{\partial z} \\ \vec{\nabla}^2 V &= \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2} \end{aligned}$$

Kulekoordinater (r, θ, ϕ) , med enhetsvektorer henholdsvis $\hat{\mathbf{r}}, \hat{\theta}, \hat{\phi}$:

$$\begin{aligned} \vec{\nabla} V &= \hat{\mathbf{r}} \frac{\partial V}{\partial r} + \hat{\theta} \frac{1}{r} \frac{\partial V}{\partial \theta} + \hat{\phi} \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial V}{\partial \phi} \\ \vec{\nabla} \cdot \vec{D} &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} (r^2 D_r) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} (D_\theta \sin \theta) + \frac{1}{r \sin \theta} \frac{\partial D_\phi}{\partial \phi} \\ \vec{\nabla}^2 V &= \frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial V}{\partial r} \right) + \frac{1}{r^2 \sin \theta} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\sin \theta \frac{\partial V}{\partial \theta} \right) + \frac{1}{r^2 \sin^2 \theta} \frac{\partial^2 V}{\partial \phi^2} \end{aligned}$$

Infinitesimale volumelement:

$$d\tau = dx dy dz$$

$$d\tau = r^2 dr \sin \theta d\theta d\phi \xrightarrow{\text{kulesymmetri}} 4\pi r^2 dr$$

$$d\tau = r dr d\phi dz \xrightarrow{\text{syl.symmetri}} 2\pi r dr \ell$$

Studieprogram: _____

Kandidat nr. _____

Dato: _____ Side*): _____

Antall ark: _____

Svartabell for flervalgsspørsmål i oppgave 1.*Denne siden fylles ut, rives av og leveres inn, *) fortrinnsvis som side 1.**Husk informasjonen øverst til høyre.*

Oppgave	Mitt svar
1-1	
1-2	
1-3	
1-4	
1-5	
1-6	
1-7	
1-8	
1-9	
1-10	
1-11	
1-12	
1-13	
1-14	
1-15	
1-16	
1-17	
1-18	
1-19	
1-20	
1-21	
1-22	