

NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Kontakt under eksamen:
Jon Andreas Støvneng
Telefon: 73 59 36 63

EKSAMEN FY1303 ELEKTRISITET OG MAGNETISME
Onsdag 15. desember 2004 kl. 0900 - 1300
Bokmål

Hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU

Side 2 - 6: Oppgave 1 - 4.

Vedlegg 1 - 3: Formelsamling: Elektrostatikk, Magnetostatikk, Elektrodynamikk og elektromagnetisk induksjon, Vekselstrømkretser og impedans.

Eksamen består av 4 oppgaver. Det er angitt i forbindelse med hver enkelt oppgave hvor mye den teller under bedømmelsen.

Sensuren kan ventes senest 12. januar

OPPGAVE 1 (Teller 15%)

Besvar hver av denne oppgavens 6 deloppgaver (1 - 6) med *ett* av de fire gitte svaralternativene (A - D). Det kreves ingen utregninger eller begrunnelser i denne oppgaven.

1. Angi et sikkert kriterium som skiller en halvleder fra en elektrisk isolator.

- A. Størrelsen på båndgapet.
- B. Massetettheten.
- C. Krystallstrukturen.
- D. Verdien av magnetisk susceptibilitet.

2. Den elektriske ledningsevnen til en halvleder

- A. er uavhengig av temperaturen.
- B. blir større med økende temperatur.
- C. blir mindre med økende temperatur.
- D. er halvparten så stor som for en elektrisk leder.

3. Tilsats av en liten andel aluminiumatomer (Al, 3 valenselektroner), f.eks. 0.01 %, til en ellers perfekt silisiumkrystall (Si, 4 valenselektroner) har følgende effekt:

- A. Krystallen får et overskudd av negative ladningsbærere, og den elektriske ledningsevnen blir betydelig mindre.
- B. Krystallen får et overskudd av positive ladningsbærere, og den elektriske ledningsevnen blir betydelig mindre.
- C. Krystallen får et overskudd av negative ladningsbærere, og den elektriske ledningsevnen blir betydelig større.
- D. Krystallen får et overskudd av positive ladningsbærere, og den elektriske ledningsevnen blir betydelig større.

4. Hva uttrykker Pauliprinsippet?

- A. Det kan ikke være mer enn ett elektron i hver kvantemekaniske tilstand.
- B. Termisk energi er av størrelsesorden $k_B T$, der k_B er Boltzmanns konstant.
- C. Elektrostatisk felt er null inne i en elektrisk leder.
- D. I en halvleder kan vi ha både positive og negative ladningsbærere.

5. Hvilken påstand beskriver best forskjellen mellom et paramagnetisk og et ferromagnetisk materiale?

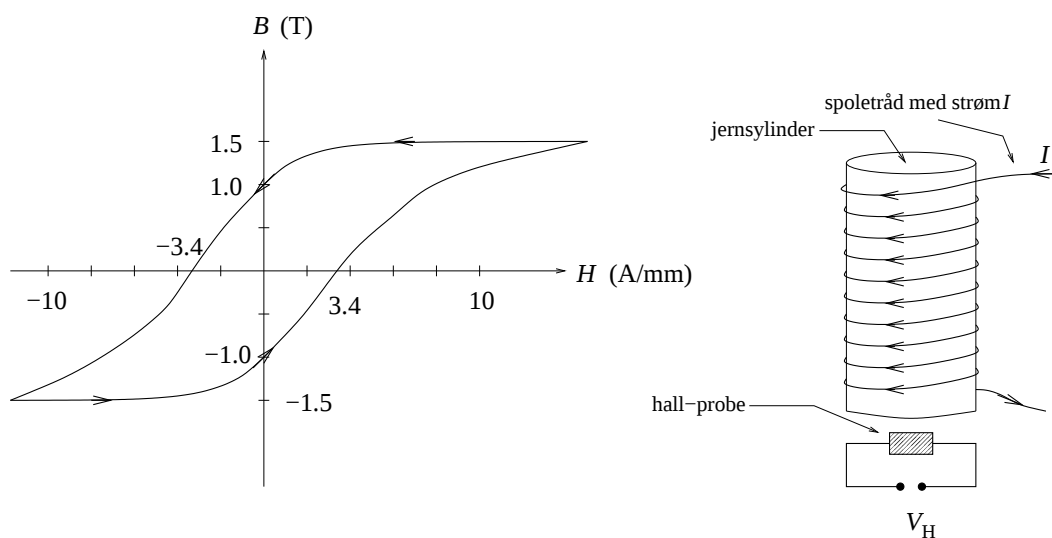
- A. Det er bare jern som er ferromagnetisk. Alle andre stoffer er paramagnetiske.
- B. I en ferromagnet har atomene (evt molekylene) et permanent magnetisk dipolmoment. I en paramagnet er atomenes magnetiske dipolmoment lik null.
- C. Både i en ferromagnet og i en paramagnet har atomene et permanent magnetisk dipolmoment. I en ferromagnet vekselvirker dipolene med hverandre, det gjør de ikke i en paramagnet.
- D. En ferromagnet har *positiv* magnetisk permeabilitet μ , mens en paramagnet har *negativ* magnetisk permeabilitet.

6. Impedansen til en seriekobling av en motstand R og en induktans L er

- A. $R + i\omega L$
- B. $R + 1/(i\omega L)$
- C. $1/(R + i\omega L)$
- D. $i\omega RL/(R + i\omega L)$

OPPGAVE 2 (Teller 25%)

I et eksperiment har du studert magnetisk hysteresese ved å vikle opp en (plastbelagt) kobbertråd omkring et sylinderformet stykke jern. Ved å sende en vekselstrøm I gjennom kobbertråden har du kontroll på H -feltet inne i jernsyndleren ettersom $H = nI$, der n er antall viklinger pr lengdeenhet av kobbertråden. Ved hjelp av en liten hall-probe (med kjent konsentrasjon av ladningsbærere) plassert like utenfor jernsyndlerens endeplate måler du B -feltet inne i jernet via hallspenningen V_H . (Se figuren nedenfor, til høyre.) For hver periode av I , og dermed av H , følger B -feltet kurven i figuren til venstre, der pilene angir retningen på endringen i H -feltet. Målte verdier for $B(H = 0)$ og $H(B = 0)$ er angitt i figuren, og enheter benyttet for B og H er angitt på aksene.



Den målte hysteresesekurven kan med god tilnærmelse representeres ved funksjonene

$$B(H) = B_0 \arctan \left(\alpha \frac{H \mp H_0}{H_0} \right)$$

der øvre og nedre fortegn gjelder for henholdsvis økende og avtagende verdier av H . Bestem størrelsene B_0 , H_0 og α ved å sammenholde med den målte hysteresesekurven.

Finn et uttrykk for hvor mye energi w som tapes i jernsyndleren pr volumenhet og pr hysteresesyklus i dette eksperimentet. Dvs: Finn w uttrykt ved størrelser i ligningen over. (Tips: Finn først $H(B)$.) Bestem også tallverdi for w . Oppgi svaret i SI-enheter.

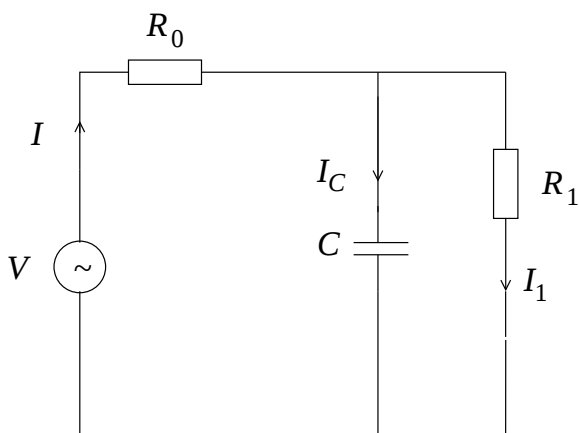
Oppgitt:

$$w = \oint H dB$$

OPPGAVE 3 (Teller 30%)

Vis at dersom det går en vekselstrøm $I_R(t) = |I_{R0}| \cos \omega t$ gjennom en motstand R , så er midlere effekttap i motstanden lik

$$\langle P_R \rangle = \frac{1}{2} R |I_{R0}|^2$$



En vekselspenningskilde $V(t) = V_0 \cos \omega t$ har indre motstand R_0 . Spenningskilden kobles til et elektrisk apparat som kan beskrives ved en motstand R_1 i parallell med en kapasitans C (se figuren over). Bestem den resulterende kretsens totale impedans $Z = V/I$. (Angi Z på kompleks form eller med absoluttverdi og fasevinkel.)

I denne kretsen fordeler total effekt seg på "tapt" effekt $\langle P_0 \rangle$ i den indre motstanden R_0 og "nyttig" effekt $\langle P_1 \rangle$ i apparatets motstand R_1 . Hvor stor er utnyttelsesgraden

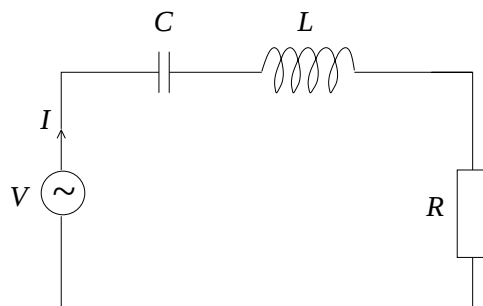
$$\frac{\langle P_1 \rangle}{\langle P_0 \rangle + \langle P_1 \rangle}$$

i prosent dersom $R_0 = 5\Omega$, $R_1 = 25\Omega$, $C = 0.2 \text{ mF}$ og $\omega = 314 \text{ Hz}$.

Oppgitt:

$$\langle P \rangle = \frac{1}{T} \int_0^T V(t) I(t) dt \quad (T = \text{perioden})$$

$$\int \cos^2 x \, dx = \frac{1}{4} \sin 2x + \frac{1}{2} x$$

OPPGAVE 4 (Teller 30%)

Til et vekselspenningssignal $V(t) = V_0 \cos \omega t$ er det koblet en motstand R , en *variabel* kapasitans C og en induktans $L = 2.1 \mu\text{H}$ i serie, som vist i figuren over. Du ønsker at kretsens resonansfrekvens $f_0 = \omega_0/2\pi$ skal kunne varieres i området mellom 90 og 100 MHz. Bestem det tilhørende området som den variable kapasitansen da må dekke. Du ønsker videre at kretsens resonanskurve skal være forholdsvis smal. Mer presist: For enhver verdi av f_0 i det ønskede området skal strømamplituden $|I_0|$ ved frekvensene $f_0 \pm 0.2 \text{ MHz}$ ikke overstige 20 % av maksimal amplitude. Med andre ord:

$$\frac{|I_0(f_0 \pm 0.2 \text{ MHz})|}{|I_0(f_0)|} \leq 20\%$$

Hva blir da største tillatte verdi for motstanden R ?

Formelsamling

$\int d\mathbf{A}$ angir flateintegral og $\int d\mathbf{l}$ angir linjeintegral. $\oint$ angir integral over lukket flate eller rundt lukket kurve. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent.

Elektrostatikk

- Coulombs lov:

$$\mathbf{F} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

- Elektrisk felt og potensial:

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

- Elektrisk potensial fra punktladning:

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

- Elektrisk fluks:

$$\phi_E = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

- Gauss lov for elektrisk felt:

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q \quad \oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = q_{\text{fri}}$$

$$\epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho \quad \nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{\text{fri}}$$

- Elektrostatisk felt er konservativt:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0 \quad \nabla \times \mathbf{E} = 0$$

- Elektrisk forskyvning:

$$\mathbf{D} = \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E}$$

- Elektrisk dipolmoment:

$$\mathbf{p} = q\mathbf{d}$$

- Elektrisk polarisering = elektrisk dipolmoment pr volumenhet:

$$\mathbf{P} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta V}$$

- Kapasitans:

$$C = \frac{q}{V}$$

- Energitetthet i elektrisk felt:

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Magnetostatikk

- Magnetisk fluks:

$$\phi_m = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

- Gauss' lov for magnetfeltet:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0 \quad \nabla \cdot \mathbf{B} = 0$$

- Ampères lov:

$$\begin{aligned} \oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} &= \mu_0 I & \oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} &= I_{\text{fri}} \\ \nabla \times \mathbf{B} &= \mu_0 \mathbf{j} & \nabla \times \mathbf{H} &= \mathbf{j}_{\text{fri}} \end{aligned}$$

- Magnetfelt fra strømførende leder (Biot–Savarts lov):

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\mathbf{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

- $\mathbf{H}$ -feltet:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M} = \frac{1}{\mu_r \mu_0} \mathbf{B} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B}$$

- Magnetisk dipolmoment:

$$\mathbf{m} = I \mathbf{A}$$

- Magnetisering = magnetisk dipolmoment pr volumenhet:

$$\mathbf{M} = \frac{\Delta \mathbf{m}}{\Delta V}$$

- Magnetisk kraft på rett strømførende leder:

$$\mathbf{F} = I \mathbf{L} \times \mathbf{B}$$

- Energitetthet i magnetfelt:

$$u_B = \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

Elektrodynamikk og elektromagnetisk induksjon

- Faraday (–Henry)s lov:

$$\mathcal{E} = \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = -\frac{d\phi_m}{dt}$$

$$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$$

- Ampère–Maxwells lov:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\phi_E}{dt}$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{j} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

- Selvinduktans:

$$L = \frac{\phi_m}{I}$$

- Gjensidig induktans:

$$M_{12} = \frac{\phi_1}{I_2} \quad , \quad M_{21} = \frac{\phi_2}{I_1} \quad , \quad M_{12} = M_{21} = M$$

- Energitetthet i elektromagnetisk felt:

$$u = \frac{1}{2} \varepsilon_0 E^2 + \frac{1}{2\mu_0} B^2$$

Vekselstrømkretser og impedans

- Kompleks representasjon av vekselspanning:

$$V(t) = V_0 e^{i\omega t}$$

- Kompleks representasjon av vekselstrøm:

$$I(t) = I_0 e^{i\omega t} = |I_0| e^{-i\alpha} e^{i\omega t}$$

- Kompleks impedans:

$$Z = \frac{V}{I} = \frac{V_0}{|I_0|} e^{i\alpha} = |Z| e^{i\alpha}$$

- Seriekobling og parallellkobling av komplekse impedanser i en vekselstrømkrets blir som seriekobling og parallellkobling av resistanser i en likestrømkrets.