

NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

Jon Andreas Støvneng

Telefon: 73 59 36 63 / 90 67 89 43

KONTINUASJONSEKSAMEN
SIF 4012 ELEKTROMAGNETISME
Fredag 15. august 2003 kl. 0900 - 1500
Bokmål

Hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU

Side 2 - 6: Oppgave 1 - 6.

Vedlegg 1 - 3: Formelsamling.

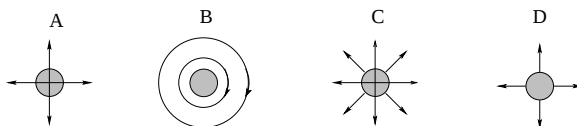
Eksamen består av 10 deloppgaver (1, 2, 3a, 3b, 4a, 4b, 5a, 5b, 6a, 6b) som alle teller like mye under bedømmelsen. Vektorstørrelser er angitt med **fete** typer i oppgaveteksten. Dersom intet annet er oppgitt, kan det antas at det omgivende mediet er vakuum (evt luft), med permittivitet $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}$ F/m og permeabilitet $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7}$ H/m.

Sensuren faller senest 5. september.

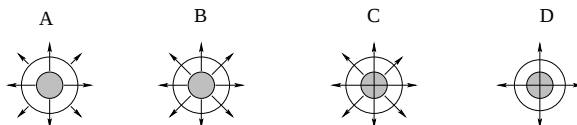
OPPGAVE 1

Oppgave 1 består av 5 delspørsmål med 4 svaralternativ på hver, hvorav kun ett er riktig. Hvert delspørsmål besvares med *en* bokstav, A, B, C eller D. Hvert riktige svar gir 2 poeng. Galt svar gir 0 poeng.

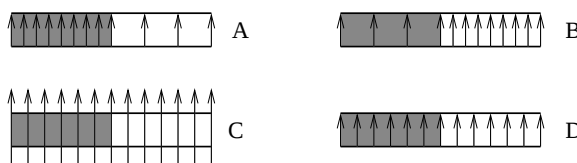
i. Riktig figur angir elektriske feltlinjer i et plan som går gjennom sentrum av en metallkule med nettoladning $Q > 0$.



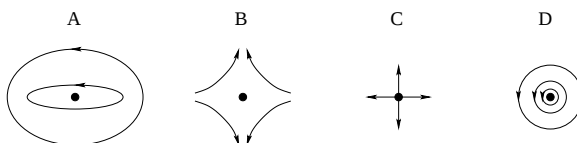
ii. Riktig figur angir elektriske feltlinjer i et plan som går gjennom sentrum av en ladet metallkule ($Q > 0$) jevnt belagt med (elektrisk nøytral) plast (med $\varepsilon > \varepsilon_0$). Det omgivende mediet er luft.



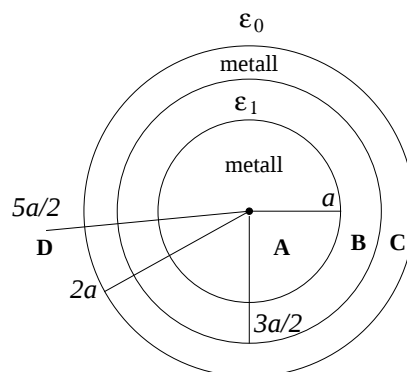
iii. Riktig figur angir elektriske feltlinjer for en parallelplatekondensator som er halvveis fylt med et dielektrisk materiale (dvs det skraverte området har $\varepsilon > \varepsilon_0$). Platenes lineære utstrekning er stor i forhold til avstanden mellom platene. Øverste plate har negativ ladning $-Q$, nederste plate har positiv ladning Q .



iv. Riktig figur angir magnetiske feltlinjer for en lang, rett strømførende leder, der strømmen I går vinkelrett ut av papiplanet.

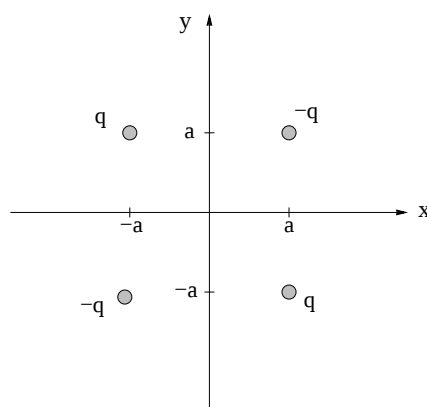


v. Ei kompakt metallkule med radius a har nettoladning $q > 0$. Den er belagt med et lag (elektrisk nøytral) plast med tykkelse $a/2$. Deretter følger et (elektrisk nøytralt) metallisk kuleskall med tykkelse $a/2$. Utenfor dette har vi vakuum. Plasten er et dielektrikum med permittivitet $\varepsilon_1 = 10\varepsilon_0$. I hvilken av de 4 angitte posisjonene **A**, **B**, **C** eller **D** er den elektriske feltstyrken størst? Avstanden fra kulas sentrum er i **A**: $a/2$, **B**: $5a/4$, **C**: $7a/4$, **D**: $5a/2$.



OPPGAVE 2

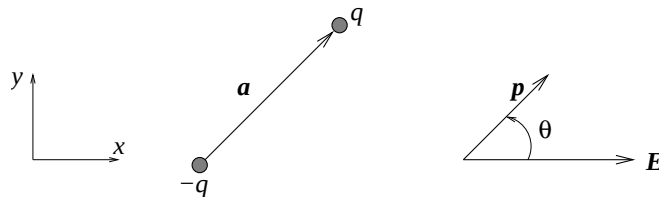
Fire punktladninger er plassert i xy -planet:



To har positiv ladning q og ligger i henholdsvis $(x, y) = (a, -a)$ og $(-a, a)$, og to har negativ ladning $-q$ og ligger i henholdsvis $(x, y) = (a, a)$ og $(-a, -a)$. Hva blir retningen på det elektriske feltet $\mathbf{E}$ på x -aksen (anta $x > a$), dvs i $(x, 0)$? Tegn gjerne en figur som viser hvordan du har tenkt. Bestem absoluttverdien $E(x)$ til det elektriske feltet på x -aksen (anta $x > a$).

OPPGAVE 3

De fleste molekyler har et permanent elektrisk dipolmoment. En enkel modell av slike molekyler består av to punktladninger q og $-q$ med en innbyrdes avstand a som vist i figuren:



Vi skal her se på hvordan en slik dipol oppfører seg i et ytre homogent elektrostatisk felt $\mathbf{E} = E\hat{x}$. Anta at dipolen ligger i xy -planet og at dipolmomentet $\mathbf{p} = qa$ danner vinkelen θ med $\mathbf{E}$.

- Hva blir den totale kraften på dipolen? Vis at dreiemomentet omkring aksen normalt gjennom dipolens midtpunkt blir $\tau = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$.
- Utleid en sammenheng mellom dipolens potensielle energi U og vinkelen θ , og skisser $U(\theta)$. Forklar kort hvorfor resultatene i denne oppgaven er relevante for dielektriske medier i elektriske felt.

Oppgitt:

$$\tau = \sum_i \mathbf{r}_i \times \mathbf{F}_i \qquad \tau = -\frac{dU}{d\theta}$$

OPPGAVE 4

- En (tilnærmet uendelig) lang sylinder med radius R har sylindersymmetrisk ladningstetthet (dvs ladning pr volumenheter)

$$\rho(r) = \rho_0 \frac{r}{R} \quad (r \leq R)$$

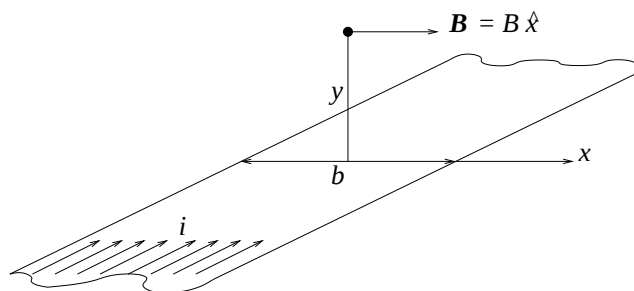
der r angir avstanden fra sylinderens akse. Hva blir sylinderens totale ladning pr lengdeenhet?

- Velg en fornuftig Gaussflate og bruk Gauss' lov til å bestemme det elektriske feltet $E(r)$, både inni og utenfor sylindere. Skisser $E(r)$.

Oppgitt:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q_{\text{in}}/\epsilon_0$$

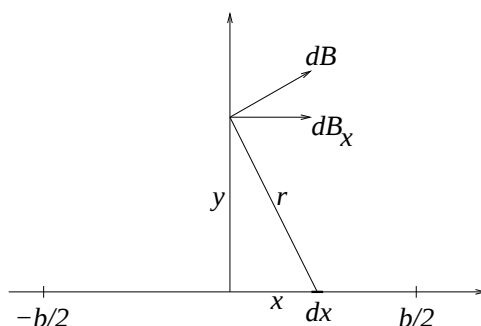
OPPGAVE 5



a) Et langt og tynt “belte” med bredde b fører en strøm i pr “breddeenhet”, dvs en total strøm $I = ib$ jevnt fordelt over beltets bredde. Vis at magnetfeltet $B(y)$ i en avstand y fra midtlinjen av beltet er

$$B(y) = \frac{\mu_0 i}{\pi} \arctan \frac{b}{2y}$$

Tips: Betrakt beltet som tynne, tettliggende rette ledere med tykkelse dx som hver fører en strøm idx . Følgende figur vil muligens være til hjelp:



b) Med utgangspunkt i det oppgitte uttrykket for B i punkt a), hva blir B henholdsvis veldig nær beltet (dvs $y \ll b$) og langt unna beltet (dvs $b \ll y$)?

Oppgitt:

Magnetfelt i avstand r fra uendelig lang, rett strømførende leder (strømstyrke I):

$$B(r) = \mu_0 I / 2\pi r.$$

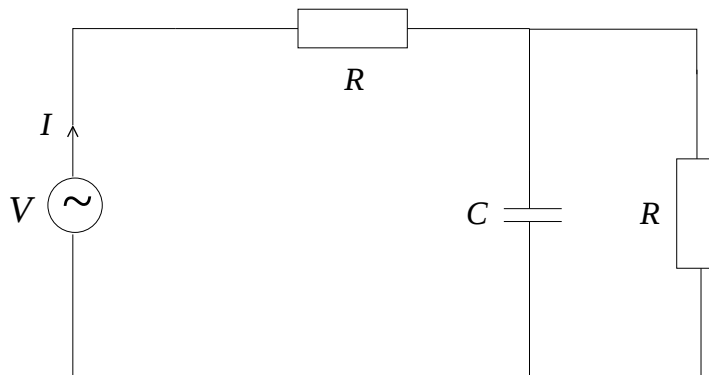
$$\int \frac{dx}{x^2 + a^2} = \frac{1}{a} \arctan \frac{x}{a} \quad (+ \text{konstant})$$

$$\arctan x = \begin{cases} x - \frac{x^3}{3} + \frac{x^5}{5} - \frac{x^7}{7} + \dots & |x| < 1 \\ \frac{\pi}{2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{3x^3} - \frac{1}{5x^5} + \dots & |x| > 1 \end{cases}$$

OPPGAVE 6

a) Bruk Kirchhoffs spenningsregel til å vise at impedansen $Z = |Z| \exp(i\alpha) \equiv (|Z|, \alpha)$ til en motstand R , kapasitans C og induktans L er henholdsvis $(R, 0)$, $(1/\omega C, -\pi/2)$ og $(\omega L, \pi/2)$. Ta f.eks. utgangspunkt i enkle kretser, henholdsvis VR -, VC - og VL -krets, med harmonisk spenningskilde $V = V_0 \cos \omega t$, eventuelt på kompleks form $V = V_0 \exp(i\omega t)$.

b) Du har to motstander med resistans $R = 0.2 \text{ M}\Omega$ og en kondensator med kapasitans $C = 4.7 \text{ nF}$ til rådighet. Disse kobles til en vekselspenningskilde $V = V_0 \cos \omega t$ med $V_0 = 800 \text{ V}$, som vist i figuren:



For “tilstrekkelig lave” verdier av vinkelfrekvensen ω (i dette tilfellet: $\omega \ll 1/RC$) kan vi uten mye regning men med god tilnærming fastslå at strømmen I må bli 2 mA, og at den svinger i fase med spenningen V . Forklar hvorfor. Bestem deretter strømstyrken I (både absoluttverdi og fasevinkel) dersom vinkelfrekvensen er 1000 s^{-1} . For hvilken verdi av ω får vi størst faseforskyvning mellom V og I ?

Oppgitt:

Seriekobling av komplekse impedanser: $Z = \sum_i Z_i$

Parallellkobling av komplekse impedanser: $Z^{-1} = \sum_i Z_i^{-1}$

Betydningen av absoluttverdi og fasevinkel til impedans:

Når en vekselspenningskilde $V = V_0 \cos \omega t$ resulterer i en vekselstrøm $I = I_0 \cos(\omega t - \alpha)$, har kretsen en impedans med absoluttverdi $|Z| = V_0/I_0$ og fasevinkel α .

Spenningsfall over motstand: RI
 kapasitans: Q/C
 induktans: LdI/dt

(retningen på spenningsfallene må du vurdere selv)

Formelsamling

SIF4012 Elektromagnetisme

$\int \mathbf{dA}$ angir flateintegral og $\int \mathbf{dl}$ angir linjeintegral. $\oint$ angir integral over lukket flate eller rundt lukket kurve. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent.

Elektrostatikk og magnetostatikk

- Coulombs lov:

$$\mathbf{F} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$$

- Elektrisk felt og potensial:

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

- Elektrisk potensial fra punktladning:

$$V = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q}{r}$$

- Elektrisk fluks:

$$\phi_E = \int \mathbf{E} \cdot \mathbf{dA}$$

- Gauss lov for elektrisk felt:

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot \mathbf{dA} = q$$

$$\oint \mathbf{D} \cdot \mathbf{dA} = q_{\text{fri}}$$

$$\epsilon_0 \nabla \cdot \mathbf{E} = \rho$$

$$\nabla \cdot \mathbf{D} = \rho_{\text{fri}}$$

- Elektrostatisk kraft er konservativ:

$$\oint \mathbf{E} \cdot \mathbf{dl} = 0$$

- Elektrisk forskyvning:

$$\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \varepsilon_r \varepsilon_0 \mathbf{E} = \varepsilon \mathbf{E}$$

- Elektrisk dipolmoment:

$$\mathbf{p} = q\mathbf{d}$$

- Elektrisk polarisering:

$$\mathbf{P} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta V}$$

- Kapasitans:

$$C = \frac{q}{V}$$

- Energitetthet i elektrisk felt:

$$u_E = \frac{1}{2} \mathbf{D} \cdot \mathbf{E}$$

- Magnetisk fluks:

$$\phi_B = \int \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A}$$

- Gauss lov for magnetfelt:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = 0$$

- Ampères lov:

$$\oint \mathbf{B} \cdot d\mathbf{l} = \mu_0 I$$

$$\oint \mathbf{H} \cdot d\mathbf{l} = I_{\text{fri}}$$

- Magnetfelt fra strømførende leder:

$$\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \int \frac{d\mathbf{l} \times \hat{r}}{r^2}$$

- Magnetiserende felt $\mathbf{H}$:

$$\mathbf{H} = \frac{1}{\mu_0} \mathbf{B} - \mathbf{M} = \frac{1}{\mu_r \mu_0} \mathbf{B} = \frac{1}{\mu} \mathbf{B}$$

- Magnetisk moment:

$$\boldsymbol{\mu} = I \boldsymbol{A}$$

- Magnetisering:

$$\boldsymbol{M} = \frac{\Delta \boldsymbol{\mu}}{\Delta V}$$

- Magnetisk kraft på rett strømførende leder:

$$\boldsymbol{F} = I \boldsymbol{L} \times \boldsymbol{B}$$

- Energitetthet i magnetfelt:

$$u_B = \frac{1}{2} \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{H}$$

Elektromagnetisk induksjon

- Faraday–Henrys lov:

$$\mathcal{E} = \oint \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{l} = -\frac{\partial}{\partial t} \phi_B$$

- Ampère–Maxwells lov:

$$\oint \boldsymbol{B} \cdot d\boldsymbol{l} = \mu_0 \left(I + \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int \boldsymbol{E} \cdot d\boldsymbol{A} \right)$$

- Selvinduktans:

$$L = \frac{\phi_B}{I}$$

- Gjensidig induktans:

$$M_{12} = \frac{\phi_1}{I_2} \quad , \quad M_{21} = \frac{\phi_2}{I_1}$$

$$M_{12} = M_{21} = M$$

- Energitetthet i elektromagnetisk felt:

$$u = \frac{1}{2} \boldsymbol{D} \cdot \boldsymbol{E} + \frac{1}{2} \boldsymbol{B} \cdot \boldsymbol{H}$$