

Midtsemesterprøve fredag 10. mars kl 0830 – 1130.

Svartabellen står på et eget ark. Sett tydelige kryss. Husk å skrive på studentnummer.
LEVER INN BÅDE OPPGAVETEKSTEN OG SVARTABELLEN

Tillatte hjelpemidler: C

- K. Rottmann: Matematisk formelsamling. (Eller tilsvarende.)
- O. Øgrim og B. E. Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk eller B. E. Lian og C. Angell: Fysiske størrelser og enheter.
- Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTNU. (HP30S eller lignende.)
- Formelsamling Elektrostatikk er inkludert på baksiden av dette arket.

Opplysninger:

- Prøven består av 40 oppgaver. Hver oppgave har ett riktig og tre gale svaralternativ.
- Du *skal* krysse av for *ett* svaralternativ på *hver* oppgave. Avkryssing for *mer enn ett* alternativ eller *ingen* alternativ betraktes som *feil* svar og gir i begge tilfelle null poeng.
- Dersom ikke annet er oppgitt, antas det at systemet er i elektrostatisk likevekt.
- Dersom ikke annet er oppgitt, er ”potensial” underforstått ”elektrostatisk potensial”, og tilsvarende for ”potensiell energi”.
- Dersom ikke annet er oppgitt, er nullpunkt for potensial og potensiell energi valgt uendelig langt borte.
- Metall er synonymt med elektrisk leder. Isolator er synonymt med dielektrikum.
- Noen naturkonstanter: $\varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$, $1/4\pi\varepsilon_0 = 9 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2$, $e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}$, $m_e = 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$, $m_p = 1.67 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$, $g = 9.8 \text{ m/s}^2$, $c = 3 \cdot 10^8 \text{ m/s}$.
- Symboler angis i kursiv (f.eks V for potensial) mens enheter angis uten kursiv (f.eks V for volt).
- SI-prefikser: M (mega) = 10^6 , k (kilo) = 10^3 , c (centi) = 10^{-2} , m (milli) = 10^{-3} , μ (mikro) = 10^{-6} , n (nano) = 10^{-9} , p (piko) = 10^{-12} .
- Omkrets av sirkel: $2\pi r$. Areal av kuleflate: $4\pi r^2$. Volum av kule: $4\pi r^3/3$.
- Gradient i kartesiske koordinater: $\nabla f = (\partial f/\partial x) \hat{x} + (\partial f/\partial y) \hat{y} + (\partial f/\partial z) \hat{z}$
- Gradient av kulesymmetrisk funksjon $f(r)$: $\nabla f = (\partial f/\partial r) \hat{r}$

Formelsamling Elektrostatiske

$\int d\mathbf{A}$ angir flateintegral og $\int d\mathbf{l}$ angir linjeintegral. $\oint$ angir integral over lukket flate eller rundt lukket kurve. **Fete** symboler angir vektorer. Symboler med hatt over angir enhetsvektorer. Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas forøvrig å være kjent.

- Coulombs lov:

$$\mathbf{F} = \frac{qq'}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{\mathbf{r}}$$

- Elektrisk felt og potensial:

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$
$$\Delta V = V_B - V_A = -\int_A^B \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l}$$

- Elektrisk potensial fra punktladning:

$$V = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 r}$$

- Elektrisk fluks:

$$\phi_E = \int \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A}$$

- Elektrostatiske kraft er konservativ:

$$\oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{l} = 0$$

- Gauss' lov for elektrisk felt og elektrisk forskyvning:

$$\epsilon_0 \oint \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = q$$
$$\oint \mathbf{D} \cdot d\mathbf{A} = q_{\text{fri}}$$

- Elektrisk forskyvning:

$$\mathbf{D} \equiv \epsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P} = \epsilon_r \epsilon_0 \mathbf{E} = \epsilon \mathbf{E}$$

- Elektrisk dipolmoment; generelt, for område Ω med fordeling av ladning:

$$\mathbf{p} = \int_{\Omega} \mathbf{r} dq$$

- Elektrisk dipolmoment; for punktladninger $\pm q$ i avstand $\mathbf{d}$:

$$\mathbf{p} = q\mathbf{d}$$

- Elektrisk polarisering = elektrisk dipolmoment pr volumenhet:

$$\mathbf{P} = \frac{\Delta \mathbf{p}}{\Delta V}$$

Lineær respons:

$$\mathbf{P} = \epsilon_0 \chi_e \mathbf{E}$$

- Kapasitans:

$$C = \frac{q}{V}$$

- Energitetthet (energi pr volumenhet) i elektrisk felt:

$$u_E = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$$

Oppgaver

1) Vi har som kjent sammenhengene $\mathbf{F} = q\mathbf{E}$ og $\mathbf{E} = -\nabla V$ mellom elektrostatiske kraft $\mathbf{F}$, felt $\mathbf{E}$ og potensial V . Superposisjonsprinsippet gjelder

- A for alle disse tre størrelsene.
 - B bare for $\mathbf{F}$ og $\mathbf{E}$.
 - C bare for V .
 - D bare for $\mathbf{F}$.
-

2) Et proton med hastighet $\mathbf{v} = v_0\hat{y}$ kommer inn i et område der det elektriske feltet er uniformt, og rettet langs positiv z -akse. Protonet vil da

- A fortsette med uendret hastighet $\mathbf{v}$.
 - B bevege seg langs en bane i yz -planet.
 - C etter hvert komme ut av området med uniformt felt, og da med hastighet $-v_0\hat{y}$.
 - D bevege seg langs en spiralformet bane omkring z -aksen.
-

3) Mellom et elektron og et proton i innbyrdes avstand 4 nm virker det en elektrisk kraft på

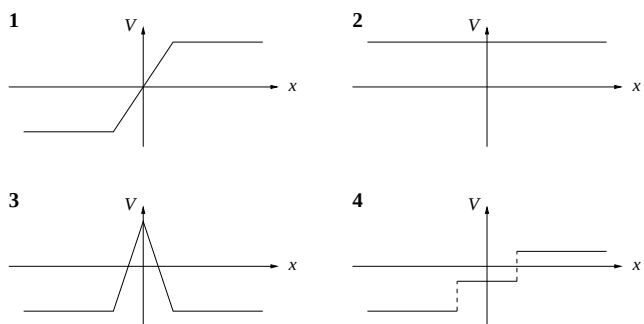
- A 14.4 pN
 - B 14.4 nN
 - C 14.4 μ N
 - D 14.4 mN
-

4) Potensialet $V(r) = V_0$ for $r < R$, $V(r) = V_0R/r$ for $r \geq R$ tilsvarer en jevnt fordelt ladning på et ledende kuleskall med radius R ,

- A forutsatt at det er vakuum inni.
 - B forutsatt at det er metall inni.
 - C forutsatt at det er et dielektrisk medium inni.
 - D med et vilkårlig elektrisk nøytralt medium inni.
-

5) Hvilken figur viser potensialet $V(x)$ fra to uendelig store parallelle plan med ladning henholdsvis σ og $-\sigma$ pr flateenhet?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4



6) I et område er det elektriske feltet

$$\mathbf{E} = E_0 (\hat{x} - 3\hat{y} + 2\hat{z})$$

Hva er da potensialforskjellen mellom punktene $(0, 0, 0)$ og (a, a, a) ?

- A $6E_0a$
- B $2E_0a$
- C E_0a
- D 0

7) I et område er potensialet

$$V(x, y) = 50 \text{ V} + 10 \frac{\text{V}}{\text{m}^4} x^2 y^2$$

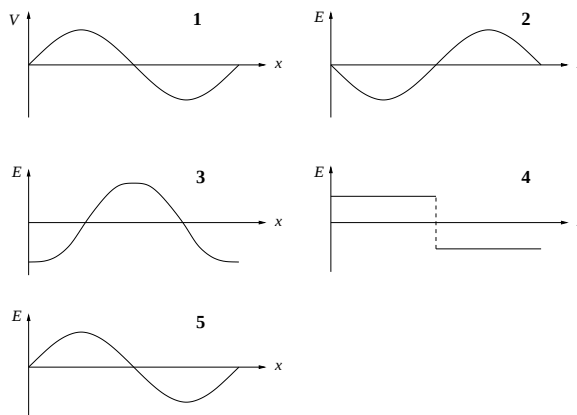
Det elektriske feltet i dette området er da

- A $(50 \text{ V/m})\hat{x}$
- B $(-10 \text{ V/m})(\hat{x} + \hat{y})$
- C 0
- D $(-20 \text{ V/m}^4)xy(y\hat{x} + x\hat{y})$

8) Med samme $V(x, y)$ som i oppgave 7, hva er potensialforskjellen mellom origo og posisjonen $(x, y) = (2 \text{ m}, 3 \text{ m})$?

- A 60 V
- B 110 V
- C 360 V
- D 410 V

9) Hvis potensialet $V(x)$ er som vist i graf 1, hvilken graf viser da det elektriske feltet $E(x)$? (slik at $\mathbf{E}(x) = E(x)\hat{x}$)



- A 2
- B 3
- C 4
- D 5

10) Potensialet på et uendelig stort positivt ladet plan velges lik 1 kV. Ekvipotensialplanene der $V = 0$ ligger i avstand 1 m fra det ladede planet. Hvor stor er da planets ladning pr flateenhet?

- A 18 C/m^2
- B 18 mC/m^2
- C $18 \text{ } \mu\text{C/m}^2$
- D 18 nC/m^2

11) To positivt ladede metallkuler er forbundet med en lang metalltråd. Kule 1 er mindre enn kule 2. Vi antar at avstanden mellom de to kulene er så lang at netto ladning er kulesymmetrisk fordelt på de to kulene. Hvilken av følgende påstander er da korrekt?

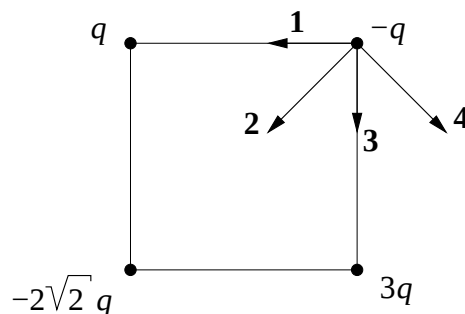
- A Potensialet på kule 1 er større enn på kule 2.
- B Netto ladning på kule 1 er større enn på kule 2.
- C Den elektriske feltstyrken er større på overflaten av kule 1 enn på overflaten av kule 2.
- D Den potensielle energien til ladningen på kule 1 er større enn den potensielle energien til ladningen på kule 2.

12) En parallellplatekondensator består av to like store metallplater, hver med areal A , med innbyrdes avstand d . Med ladning henholdsvis Q og $-Q$ på de to platene er potensialforskjellen mellom dem ΔV . Kondensatorens kapasitans C er definert som $C = Q/\Delta V$. Anta at platenes lineære utstrekning ($\sqrt{A}$) er mye større enn avstanden mellom dem, og at rommet mellom platene er fylt med luft ($\simeq$ vakuum). Dersom $A = 0.1 \text{ m}^2$ og $d = 0.2 \text{ mm}$, blir kondensatorens kapasitans

- A 4.4 mF
- B $4.4 \text{ } \mu\text{F}$
- C 4.4 nF
- D 4.4 pF

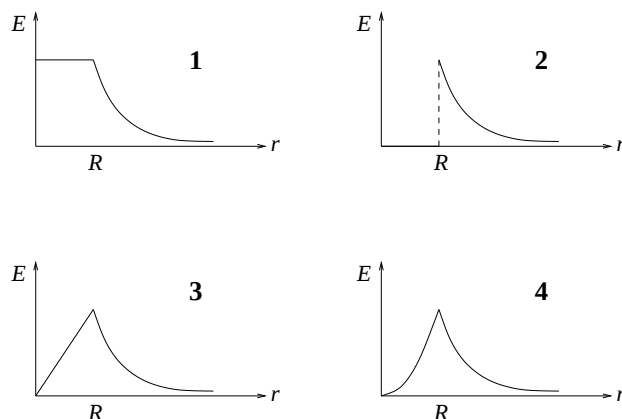
13) Hvilken av pilene angir korrekt retning for total kraft på ladningen $-q$ i øvre høyre hjørne av kvadratet?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4



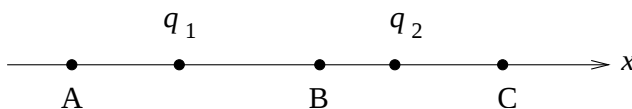
14) Ei kule med radius R har uniform ladningstetthet (dvs: ladning pr volumenhet) $\rho(r) = \rho_0$. Fastslå, ved hjelp av Gauss' lov, hvilken graf i figuren til høyre som representerer størrelsen av den resulterende elektriske feltstyrken E som funksjon av avstanden r fra kulas sentrum.

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4



15) To positive punktladninger q_1 og q_2 ligger på x -aksen som vist i figuren. I hvilke av de tre angitte posisjonene A, B og C kan det da tenkes at $E = 0$? (De to ladningene er ikke nødvendigvis like store.)

- A Bare i B.
- B I A eller C.
- C I A, B eller C.
- D Verken i A, B eller C.

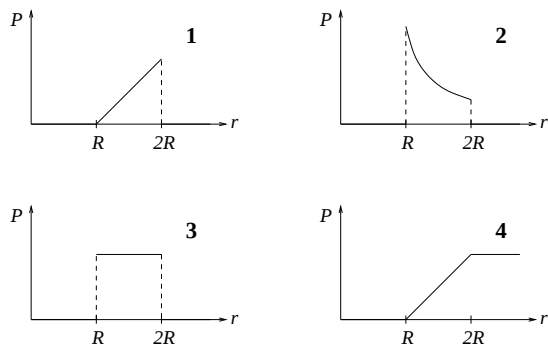
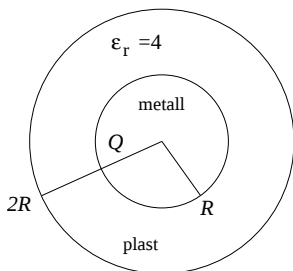


16) Hvilket utsagn er ikke riktig?

- A En elektrisk dipol kan bli utsatt for en nettokraft $F \neq 0$ i et uniformt elektrisk felt.
- B En elektrisk dipol kan bli utsatt for en nettokraft $F \neq 0$ i et ikke-uniformt elektrisk felt.
- C En elektrisk dipol kan bli utsatt for et dreiemoment $\tau \neq 0$ i et uniformt elektrisk felt.
- D En elektrisk dipol kan bli utsatt for et dreiemoment $\tau \neq 0$ i et ikke-uniformt elektrisk felt.

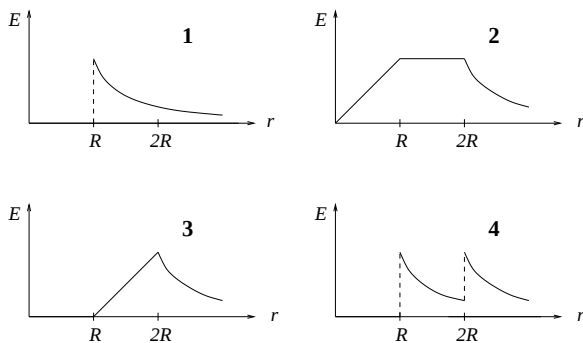
17) Ei metallkule har radius R og positiv ladning Q . Kula er omgitt av et lag elektrisk nøytral plast (dvs: dielektrikum) med tykkelse R og relativ permittivitet 4. Hvilken graf illustrerer polariseringen P som funksjon av avstanden r fra metallkulas sentrum?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4



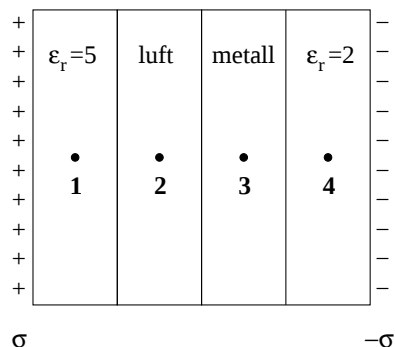
18) For samme plastbelagte metallkule som i oppgave 17: Hvilken graf illustrerer størrelsen av den elektriske feltstyrken E som funksjon av avstanden r fra metallkulas sentrum?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4



19) To tilnærmet uendelig store parallelle metallplater har ladning henholdsvis σ og $-\sigma$ pr flateenhet. Volumet mellom platene består av, fra venstre mot høyre, et lag med dielektrikum med relativ permittivitet 5, et lag med luft, et lag med metall og et lag med dielektrikum med relativ permittivitet 2 (se figuren). Ranger den elektriske feltstyrken i de fire angitte posisjonene midt inne i hvert av de fire lagene.

- A $E_1 = E_2 = E_3 = E_4$
- B $E_1 > E_4 > E_2 > E_3$
- C $E_2 > E_4 > E_1 > E_3$
- D $E_1 > E_2 > E_3 > E_4$

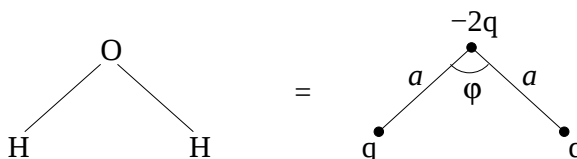


20) For samme system som i oppgave 19: Ranger potensialet i de fire angitte posisjonene midt inne i hvert av de fire lagene.

- A $V_1 = V_2 = V_3 = V_4$
- B $V_1 > V_4 > V_2 > V_3$
- C $V_2 > V_4 > V_1 > V_3$
- D $V_1 > V_2 > V_3 > V_4$

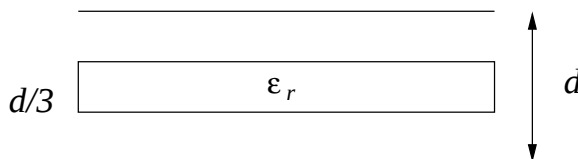
21) Vannmolekylet kan betraktes som tre punktladninger q , q og $-2q$, med innbyrdes avstander a og vinkel φ som vist i figuren. Dersom $q = 0.30e$, $a = 0.106$ nm og $\varphi = 105^\circ$, hvor stort er da vannmolekylets elektriske dipolmoment, målt i enheten $e \cdot \text{nm}$?

- A null
- B 0.019
- C 0.039
- D 0.064



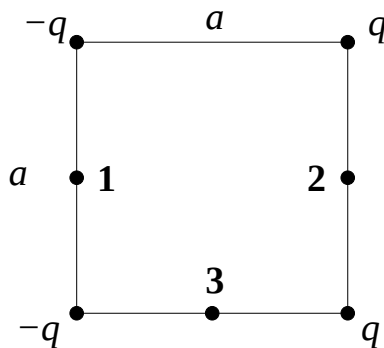
22) En parallellplatekondensator består av to tilnærmet uendelig store parallelle metallplater i innbyrdes avstand d . Med vakuum i hele rommet mellom platene er kapasitansen C_0 . En dielektrisk skive med tykkelse $d/3$, relativ permittivitet ϵ_r , og samme areal som de to opprinnelige metallplatene, settes inn mellom platene som vist i figuren. Hva blir da kondensatorens kapasitans C_1 ?

- A $C_1 = C_0 \cdot 3\epsilon_r / (1 + 2\epsilon_r)$
- B $C_1 = C_0 \cdot 3\epsilon_r$
- C $C_1 = C_0 \cdot (1 + 2\epsilon_r)$
- D $C_1 = C_0 \cdot 2\epsilon_r / (3 + \epsilon_r)$



23) To positive og to negative punktladninger, alle fire like store i absoluttverdi ($q > 0$), er plassert i hvert sitt hjørne av et kvadrat med sidekant a , se figuren til høyre. Potensialet midt mellom de to positive ladningene, dvs i punkt 2, er V_2 , og potensialet midt mellom de to negative ladningene, dvs i punkt 1, er V_1 . Hvor stor er potensialforskjellen mellom disse to punktene, $\Delta V = V_2 - V_1$? ($V_0 \equiv q/\pi\epsilon_0 a$)

- A $\Delta V = 2V_0 \left(1 - 5^{-1/2}\right)$
- B $\Delta V = 4V_0 \left(1 + 3^{-1/2}\right)$
- C $\Delta V = 4V_0 \left(1 - 3^{-1/2}\right)$
- D $\Delta V = 2V_0 \left(5^{1/2} - 1\right)$



24) For systemet i oppgave 23: Hvor stor er den potensielle energien U , i forhold til om de fire ladningene var uendelig langt fra hverandre? ($U_0 \equiv q^2/\pi\epsilon_0 a$)

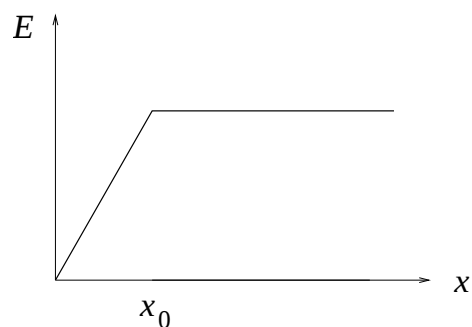
- A $U = 0$
- B $U = U_0 \left(1 - 2^{-1/2}\right)$
- C $U = -2^{-3/2} U_0$
- D $U = 2^{1/2} U_0$

25) For systemet i oppgave 23: I hvilken retning peker det elektriske feltet i punkt 3, dvs midt på forbindelseslinjen mellom de to nederste ladningene?

- A Mot høyre.
- B Nedover.
- C Mot venstre.
- D Oppover.

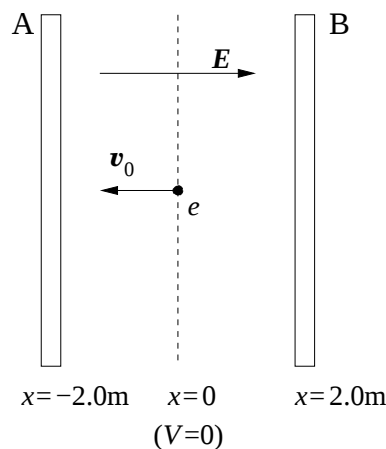
26) Figuren viser den elektriske feltstyrken E som funksjon av en variabel x . Hva slags fysisk system vil resultere i en slik $E(x)$?

- A Ei tilnærmet uendelig stor skive med tykkelse $2x_0$ og uniform ladning pr volumenhet, der x angir avstanden fra planet midt i skiva.
- B Ei tilnærmet uendelig stor metallisk skive med tykkelse $2x_0$, der x angir avstanden fra planet midt i skiva.
- C Ei kule med radius x_0 og uniform ladning pr volumenhet, der x angir avstanden fra kulas sentrum.
- D Ei metallkule med radius x_0 , der x angir avstanden fra kulas sentrum.



27) To tilnærmet uendelig store parallelle metallplater A og B er plassert i henholdsvis $x = -2.0$ m og $x = 2.0$ m som vist i figuren nedenfor. Et uniformt elektrisk felt mellom platene på 2.0 kV/m (i positiv x -retning) er generert av ladning på metallplatene. Vi velger $V = 0$ på midtplanet ved $x = 0$. Et proton starter i $x = 0$ med hastighet $v_0 = 0.5 \cdot 10^6$ m/s i negativ x -retning. Hva blir dette protonets skjebne?

- A Det treffer venstre plate med hastighet $1.0 \cdot 10^6$ m/s.
- B Det treffer venstre plate med hastighet $0.1 \cdot 10^6$ m/s.
- C Det treffer høyre plate med hastighet $0.5 \cdot 10^6$ m/s.
- D Det treffer høyre plate med hastighet $1.0 \cdot 10^6$ m/s.

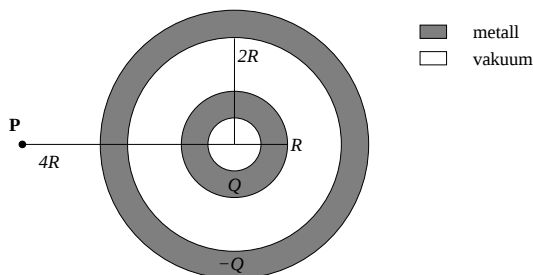


28) Potensialforskjellen mellom de to metallplatene i oppgave 27 er

- A 500 V
- B 2000 V
- C 4000 V
- D 8000 V

29) Figuren viser to hule konsentriske metallkuler med netto ladning Q (på innerste kule) og $-Q$ (på ytterste kule). Begge kuleskallene har en viss tykkelse. Ytre radius til indre kuleskall er R , mens indre radius til ytre kuleskall er $2R$. (Sjiktet med vakuum mellom de to kuleskallene har med andre ord tykkelse R . Hvor mye ladning er fordelt på ytre overflate av det ytterste kuleskallet?

- A $-2Q$
- B $-Q$
- C 0
- D Q



30) For systemet i oppgave 29: Hva er den elektriske feltstyrken i punktet P (i avstand $4R$ fra sentrum av de to kulene)?

- A Null
- B $Q/16\pi\epsilon_0 R^2$
- C $Q/8\pi\epsilon_0 R^2$
- D $Q/4\pi\epsilon_0 R^2$

31) For systemet i oppgave 29: Hva er potensialforskjellen mellom sentrum av de to kulene og punktet P?

- A Null
- B $Q/16\pi\epsilon_0 R$
- C $Q/8\pi\epsilon_0 R$
- D $Q/4\pi\epsilon_0 R$

32) To punktladninger Q og $-Q$ ligger (fast) på x -aksen med innbyrdes avstand a , henholdsvis i posisjonene $x = a$ og $x = 0$ som vist i figuren. En tredje partikkel (også punktformet) har ladning Q , masse M , er fri til å bevege seg, og slippes med null starthastighet i posisjonen $x = 2a$. Hvor stor er akselerasjonen til denne partikkelen umiddelbart etter at den slippes?

- A $3Q^2/16\pi\epsilon_0 Ma^2$
- B $Q^2/4\pi\epsilon_0 Ma^2$
- C $3Q^2/8\pi\epsilon_0 Ma$
- D $Q^2/4\pi\epsilon_0 a^2$

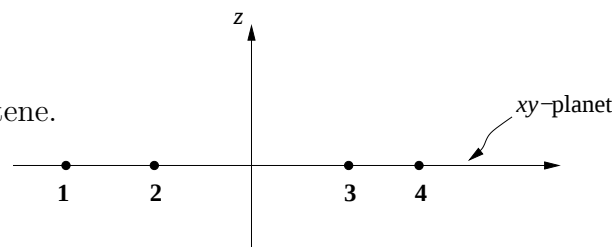


33) For partikkelen med ladning Q og masse M i oppgave 32: Hvilken hastighet vil den ha oppnådd når den har kommet langt ut på x -aksen ($x \rightarrow \infty$)?

- A $(3Q^2/16\pi\epsilon_0 Ma)^{1/2}$
- B $(3Q^2/16\pi\epsilon_0 Ma^2)^{1/2}$
- C $(Q^2/4\pi\epsilon_0 Ma)^{1/2}$
- D $(Q^2/8\pi\epsilon_0 a)^{1/2}$

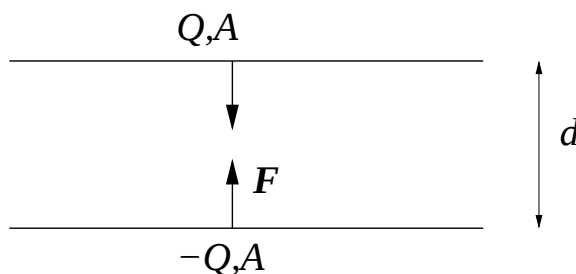
34) Figuren viser et system der xy -planet representerer ekvipotensialflaten $V = 0$. Hva kan du da si om det elektriske feltet $\mathbf{E} = E_x\hat{x} + E_y\hat{y} + E_z\hat{z}$ i de fire angitte punktene 1, 2, 3 og 4 (som alle ligger i xy -planet)?

- A $\mathbf{E} = 0$ i alle de fire punktene.
- B $E = |\mathbf{E}|$ er like stor i alle de fire punktene.
- C $E_x = E_y = 0$ i alle de fire punktene.
- D $E_z = 0$ i alle de fire punktene.



35) To store parallelle metallplater har areal A og ligger i innbyrdes avstand d . ($\sqrt{A} \gg d$) Den øverste platen har ladning Q , den nederste platen har ladning $-Q$. Hvor stor er den innbyrdes kraften F som virker mellom de to platene?

- A $Q^2/\epsilon_0 A$
- B $Q^2/2\epsilon_0 A$
- C $Q^2/4\pi\epsilon_0 d^2$
- D $Q^2/4\pi\epsilon_0 A$



36) Hvor stor potensiell energi U har en elektrisk dipol med dipolmoment $\mathbf{p}$ i et elektrisk felt $\mathbf{E}$?

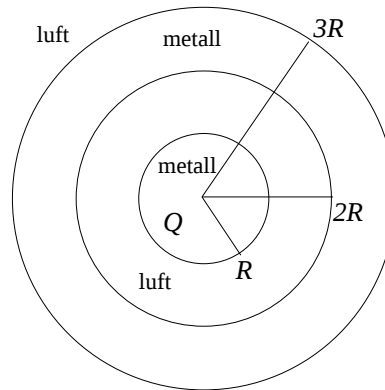
- A $U = \mathbf{p} \times \mathbf{E}$
 - B $U = -\mathbf{p} \times \mathbf{E}$
 - C $U = \mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$
 - D $U = -\mathbf{p} \cdot \mathbf{E}$
-

37) Ved romtemperatur og normalt trykk har ren CO-gass en elektrisk susceptibilitet $\chi_e = 0.0007$. Ett mol (dvs $6.02 \cdot 10^{23}$ molekyler) av en slik gass okkuperer et volum $v_m = 0.0224 \text{ m}^3$. Dersom CO-gass plasseres i et uniformt ytre felt $E_0 = 10 \text{ kV/m}$, vil vi få en polarisering i gassen, gitt ved $P = \chi_e \varepsilon_0 E$, der E er totalt elektrisk felt. Hvor stor andel utgjør da polariseringen P av maksimal teoretisk polarisering $P_{\max}$, der $P_{\max}$ tilsvarer en tenkt situasjon med samtlige CO-molekyler orientert i samme retning? Hvert CO-molekyl har et permanent elektrisk dipolmoment $p = 4.07 \cdot 10^{-31} \text{ Cm}$.

- A $P/P_{\max} = 2.7 \cdot 10^{-15}$
 - B $P/P_{\max} = 3.7 \cdot 10^{-12}$
 - C $P/P_{\max} = 4.7 \cdot 10^{-9}$
 - D $P/P_{\max} = 5.7 \cdot 10^{-6}$
-

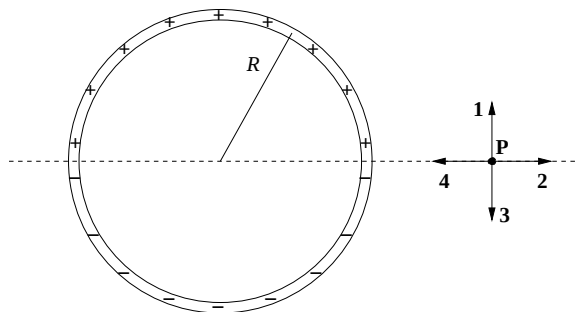
38) Figuren viser ei metallkule med radius R og netto ladning Q , omgitt av et luftlag med tykkelse R , etterfulgt av et metallisk kuleskall med tykkelse R og null netto ladning. Hvor stor er den totale potensielle energien til dette systemet? (Tips: Bestem $E(r)$ ved hjelp av Gauss' lov, og beregn deretter energien lagret i det elektriske feltet.)

- A $Q^2/16\pi\varepsilon_0 R$
- B $5Q^2/48\pi\varepsilon_0 R$
- C $Q^2/4\pi\varepsilon_0 R$
- D $5Q^2/24\pi\varepsilon_0 R$



39) Figuren viser en tynn sirkulær ring med radius R , og med uniform ladning λ pr lengdeenhet på øverste halvdel og uniform ladning $-\lambda$ pr lengdeenhet på nederste halvdel. Hvilken pil angir da riktig retning på det elektriske feltet $\mathbf{E}$ i punktet P (som ligger i samme plan som ringen, og på linja som halverer ringen)?

- A 1
- B 2
- C 3
- D 4



40) Hva er det elektriske dipolmomentet til ringen i oppgave 39?

- A $p = \pi\lambda R^2/4$
- B $p = 4\lambda R^2$
- C $p = 2\pi\lambda R^2$
- D $p = 8\lambda R^2$