

**Løsningsforslag**  
**Eksamen 8. august 2011**  
**FY2045/TFY4250 Kvantemekanikk I**

**Oppgave 1**

**a.** ♠ For  $E < V_0$  blir området  $x > 0$  klassisk forbudt, og den tidsuavhengige Schrödingerligningen kan i dette området skrives på formen

$$\psi'' = \frac{2m}{\hbar^2}[V_0 - E]\psi \equiv \kappa_+^2 \psi \quad \left( \kappa_+ \equiv \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(V_0 - E)}, \quad x > 0 \right).$$

For området  $x > 0$  er den generelle løsningen da  $\psi = C e^{-\kappa_+ x} + D e^{\kappa_+ x}$ . Her må vi sette  $D = 0$  for å få en løsning som ikke går mot uendelig i grensen  $x \rightarrow \infty$ . En egenfunksjon for  $E < V_0$  må altså ha formen

$$\psi = C e^{-\kappa_+ x} \quad \text{for } x > 0, \quad \text{med } \kappa_+ = \frac{1}{\hbar} \sqrt{2m(V_0 - E)}.$$

♠ For  $E > 0$  er

$$\psi'' = -\frac{2mE}{\hbar^2} \psi \equiv -k^2 \psi \quad \text{for } x < 0,$$

med  $k \equiv \sqrt{2mE/\hbar^2}$ . Den generelle løsningen kan her skrives på formen

$$\psi = C_1 \cos kx + C_2 \sin kx,$$

og beskriver følgelig en ikke-lokalisert, ubunden tilstand, som ikke kan normeres til 1.

♠ Partikler som kommer inn fra venstre med  $0 < E < V_0$  vil bli reflektert med 100 % sannsynlighet.

**b.** ♠ Skjøtebetingelsene i origo er at  $\psi$  skal være kontinuerlig, mens  $\psi'$  har et sprang:

$$\psi(0^+) = \psi(0^-), \quad \psi'(0^+) - \psi'(0^-) = -\frac{2m\beta}{\hbar^2} \psi(0).$$

♠ Vi har alt sett at egentilstander med  $E > 0$  er ubundne. Dersom det finnes en egenfunksjon med  $E = 0$ , så må denne oppfylle ligningen

$$\psi'' = \frac{2m}{\hbar^2}[V(x) - E]\psi = 0 \quad \text{for } x < 0.$$

Den generelle løsningen av denne er

$$\psi = Ax + B,$$

der  $A$  må settes lik null for å hindre at  $|\psi| \rightarrow \infty$  når  $x \rightarrow -\infty$ . En eventuell egenfunksjon med  $E = 0$  må altså ha formen  $\psi = B$  for  $x < 0$ . [Her må  $B \neq 0$ , da skjøtebetingelsen ellers gir den trivielle løsningen som er lik null over alt.] En eventuell egenfunksjon for  $E = 0$  beskriver følgelig en ikke-normerbar og ikke-lokalisert og dermed ubunden tilstand.

♠ For  $E < 0$  har vi for  $x < 0$ :

$$\psi'' = \frac{2m}{\hbar^2}[0 - E]\psi \equiv \kappa_-^2 \psi, \quad \left(\text{med } \kappa_- \equiv \frac{1}{\hbar}\sqrt{2m(-E)}\right).$$

Den akseptable løsningen av denne er

$$\psi = C_- e^{\kappa_- x} \quad \text{for } x < 0,$$

idet  $|D_- \exp(-\kappa_- x)| \rightarrow \infty$  for  $x \rightarrow -\infty$ .

c. ♠ Med

$$\frac{\psi'(0^+)}{\psi(0)} = -\kappa_+ = -\sqrt{\frac{2m_e}{\hbar^2}(V_0 - E)} = -\frac{1}{a_0}\sqrt{v_0 - \epsilon} \quad \text{og} \quad \frac{\psi'(0^-)}{\psi(0)} = \kappa_- = \frac{1}{a_0}\sqrt{-\epsilon}$$

gir diskontinuitetsbetingelsen

$$-\kappa_+ - \kappa_- = -\frac{2m_e \beta}{\hbar^2} = -\frac{b}{a_0} \quad (b > 0).$$

Multiplikasjon på begge sider med  $-a_0$  gir da (med  $-\epsilon = |\epsilon|$ ) betingelsen

$$\sqrt{v_0 + |\epsilon|} + \sqrt{|\epsilon|} = b, \quad \text{q.e.d.}$$

♠ I grensen  $v_0 \rightarrow 0$  ser vi at betingelsen bestemmer energien entydig, slik at vi (som kjent) får bare én bunden tilstand:

$$2\sqrt{|\epsilon|} = b \implies \epsilon = -b^2/4 \implies E = -\frac{1}{4}b^2 \text{ Ry.}$$

♠ Da venstresiden i betingelsen  $\sqrt{v_0 + |\epsilon|} + \sqrt{|\epsilon|} = b$  er en strengt stigende funksjon av  $|\epsilon|$  og er lik  $\sqrt{v_0}$  for  $|\epsilon| = 0$ , skjønner vi at ligningen bare kan være oppfylt for én energi, forutsatt at

$$b > \sqrt{v_0},$$

slik at  $|\epsilon|$  blir positiv og energien blir negativ. [Ved å kvadrere to ganger kan det vises at løsningen for energien (i Rydberg) er  $\epsilon = -[(b^2 - v_0)/(2b)]^2$ .]

d. ♠ Når  $E$  nærmer seg  $V_0$  ovenfra (dvs  $\epsilon \rightarrow v_0$ ), går  $\sqrt{\epsilon - v_0}$  mot null, slik at koeffisienten  $r$  nærmer seg grensen

$$\frac{\sqrt{\epsilon} + ib}{\sqrt{\epsilon} - ib} = \frac{\sqrt{v_0} + ib}{\sqrt{v_0} - ib},$$

og slik at refleksjonskoeffisienten  $R = |r|^2$  nærmer seg grensen

$$\left| \frac{\sqrt{v_0} + ib}{\sqrt{v_0} - ib} \right|^2 = 1.$$

I denne grensen har vi altså 100 prosent refleksjon, i tråd med resultatet for  $0 < E < V_0$  (jf pkt. a).

♠ For  $v_0 = 0$  (enkel  $\delta$ -brønn) er

$$R = \left| \frac{ib}{2\sqrt{\epsilon} - ib} \right|^2 = \frac{b^2}{4\epsilon + b^2} \ll 1 \quad \text{dersom} \quad \epsilon \gg b^2/4.$$

[Jf grunntilstanden, som hadde  $\epsilon = -b^2/4$ . Vi ser at  $R = 1/2$  for  $\epsilon = b^2/4$ , så  $b^2/4$  "setter på en måte skalaen" for energien i dette tilfellet.]

♠ For  $b \rightarrow 0$  (enkelt potensialsprang) er

$$R = \left| \frac{1 - \sqrt{1 - v_0/\epsilon}}{1 + \sqrt{1 - v_0/\epsilon}} \right|^2.$$

Her oppnås (vha formelen  $\sqrt{1 - \delta} = 1 - \frac{1}{2}\delta + \dots$ )

$$R \approx \left| \frac{\frac{1}{2}v_0/\epsilon}{2 - \frac{1}{2}v_0/\epsilon} \right|^2 \ll 1 \quad \text{dersom} \quad \epsilon \gg v_0 \quad (\text{dvs } E \gg V_0).$$

## Oppgave 2

**a.** ♠ De mulige egenverdiene til  $\mathbf{S} \cdot \hat{\mathbf{n}}$  er (som for en vilkårlig komponent av  $\mathbf{S}$ )  $\pm \frac{1}{2}\hbar$ , slik at egenverdiene til  $\boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{n}}$  er  $\pm 1$ .

♠ Ifølge målepostulatet er tilstanden  $\chi(0)$  umiddelbart etter energimålingen en av egen-tilstandene til  $\hat{H} = \frac{1}{2}\hbar\omega \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{n}}$ , og måleverdien er den tilsvarende egenverdien. Vi regner derfor ut

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{n}} \chi(0) &= (n_x \sigma_x + n_z \sigma_z) \begin{pmatrix} \cos \frac{1}{2}\theta \\ \sin \frac{1}{2}\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ \sin \theta & -\cos \theta \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \frac{1}{2}\theta \\ \sin \frac{1}{2}\theta \end{pmatrix} \\ &= \begin{pmatrix} \cos \theta \cos \frac{1}{2}\theta + \sin \theta \sin \frac{1}{2}\theta \\ \sin \theta \cos \frac{1}{2}\theta - \cos \theta \sin \frac{1}{2}\theta \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\theta - \frac{1}{2}\theta) \\ \sin(\theta - \frac{1}{2}\theta) \end{pmatrix} = 1 \cdot \chi(0). \end{aligned}$$

Dette viser at  $\chi(0)$  er en egentilstand til  $\hat{H}$  med egenverdi  $E = \frac{1}{2}\hbar\omega$ , som følgelig er den målte energiverdien.

♠ Spinnretningen umiddelbart etter målingen er selvsagt  $\hat{\mathbf{n}}$ , men la oss regne den ut, som en kontroll. Med  $a_0 = \cos \frac{1}{2}\theta$  og  $b_0 = \sin \frac{1}{2}\theta$  er

$$2a_0^*b_0 = 2 \sin \frac{1}{2}\theta \cos \frac{1}{2}\theta = \sin \theta \quad \text{og} \quad |a_0|^2 - |b_0|^2 = \cos^2 \frac{1}{2}\theta - \sin^2 \frac{1}{2}\theta = \cos \theta,$$

slik at

$$\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle_0 = \hat{\mathbf{x}} \Re(2a_0^*b_0) + \hat{\mathbf{y}} \Im(2a_0^*b_0) + \hat{\mathbf{z}} (|a_0|^2 - |b_0|^2) = \hat{\mathbf{x}} \sin \theta + \hat{\mathbf{z}} \cos \theta = \hat{\mathbf{n}}, \quad \text{q.e.d.}$$

♠ Energimålingen tvinger systemet inn i en av de to stasjonære tilstandene i denne problemstillingen, nemlig

$$\chi_{\hat{\mathbf{n}}}(t) = \chi(0) e^{-iEt/\hbar} = \begin{pmatrix} \cos \frac{1}{2}\theta \\ \sin \frac{1}{2}\theta \end{pmatrix} e^{-i\omega t/2}.$$

Spinnretningen er da konstant:

$$\langle \boldsymbol{\sigma} \rangle_t = \chi_{\hat{\mathbf{n}}}^\dagger(t) \boldsymbol{\sigma} \chi_{\hat{\mathbf{n}}}(t) = \chi^\dagger(0) \boldsymbol{\sigma} \chi(0) = \hat{\mathbf{n}}.$$

**b.** ♠ Med  $\chi = \chi(0)$  og  $\widehat{H} = \frac{1}{2}\hbar\omega\sigma_z$  er sannsynlighetene for måleresultatene  $E_+ = \frac{1}{2}\hbar\omega$  og  $E_- = -\frac{1}{2}\hbar\omega$  henholdsvis  $P_+ = \cos^2 \frac{1}{2}\theta$  og  $P_- = \sin^2 \frac{1}{2}\theta$ . Forventningsverdiene av  $E$  og  $E^2$  ved tiden  $t_1^+$  er da hhvis

$$\langle E \rangle = P_+ E_+ + P_- E_- = \frac{1}{2}\hbar\omega(\cos^2 \frac{1}{2}\theta - \sin^2 \frac{1}{2}\theta) = \frac{1}{2}\hbar\omega \cos \theta$$

og

$$\langle E^2 \rangle = P_+ E_+^2 + P_- E_-^2 = (\frac{1}{2}\hbar\omega)^2.$$

[Alternativt har vi

$$\langle E \rangle = \langle \frac{1}{2}\hbar\omega \boldsymbol{\sigma} \cdot \hat{\mathbf{z}} \rangle = \frac{1}{2}\hbar\omega \hat{\mathbf{z}} \cdot \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle_0 = \frac{1}{2}\hbar\omega \cos \theta \quad \text{og} \quad \langle E^2 \rangle = (\frac{1}{2}\hbar\omega)^2 \langle \sigma_z^2 \rangle = (\frac{1}{2}\hbar\omega)^2.]$$

Usikkerheten i energien blir da

$$\Delta E = \sqrt{\langle E^2 \rangle - \langle E \rangle^2} = \frac{1}{2}\hbar\omega \sin \theta,$$

og er som vi ser lik null for  $\theta = 0, \pi$  og maksimal for  $\theta = \frac{1}{2}\pi$ .

♠ For  $t > t_1$  er Hamilton-operatoren tidsuavhengig, slik at

$$\frac{d}{dt} \langle E \rangle = \frac{i}{\hbar} \langle [\widehat{H}, \widehat{H}] \rangle = 0,$$

dvs slik at  $\langle E \rangle$  blir tidsuavhengig. Tilsvarende for  $\langle E^2 \rangle$ , og dermed også for  $\Delta E$ . Det samme innser vi ved å notere oss at for  $t > t_1$  er

$$\chi(t) = \begin{pmatrix} \cos \frac{1}{2}\theta \exp(-iE_+t/\hbar) \\ \sin \frac{1}{2}\theta \exp(-iE_-t/\hbar) \end{pmatrix},$$

slik at sannsynlighetene  $P_+$  og  $P_-$  blir tidsuavhengige.

**c.** ♠ Formelen ovenfor,

$$\chi(t) = \begin{pmatrix} \cos \frac{1}{2}\theta \exp(-iE_+t/\hbar) \\ \sin \frac{1}{2}\theta \exp(-iE_-t/\hbar) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos \frac{1}{2}\theta \exp(-i\omega t/2) \\ \sin \frac{1}{2}\theta \exp(i\omega t/2) \end{pmatrix} \equiv \begin{pmatrix} a \\ b \end{pmatrix},$$

gjør det enkelt å finne spinnretningen som funksjon av tiden. Med  $2a^*b = \sin \theta e^{i\omega t}$  og  $|a|^2 - |b|^2 = \cos \theta$  blir spinnretningen

$$\begin{aligned} \langle \boldsymbol{\sigma} \rangle_t &= \hat{\mathbf{x}} \sin \theta \cos \omega t + \hat{\mathbf{y}} \sin \theta \sin \omega t + \hat{\mathbf{z}} \cos \theta \\ &= (\hat{\mathbf{x}} \cos \omega t + \hat{\mathbf{y}} \sin \omega t) \sin \theta + \hat{\mathbf{z}} \cos \theta. \end{aligned}$$

Her ser vi at spinnretningen preseserer omkring **B**-retningen ( $\hat{\mathbf{z}}$ ) med vinkelfrekvensen  $\omega$ . Det samme gjør da også forventningsverdien av **S**, som er

$$\langle \mathbf{S} \rangle = \frac{1}{2}\hbar[(\hat{\mathbf{x}} \cos \omega t + \hat{\mathbf{y}} \sin \omega t) \sin \theta + \hat{\mathbf{z}} \cos \theta].$$

[Et alternativ er å bruke formelen for tidsutvikling av forventningsverdier, sammen med dreieimpulsalgebraen.]

### Oppgave 3

**a.** ♠ De aktuelle matrise-elementene, mellom begynnelsestilstanden  $\psi_i = \psi_{111}$  og slutttilstandene  $\psi_f = \psi_{11n_z}$ , er

$$\begin{aligned} V_{fi}(t) &= -p_0 \delta(t) \int \psi_1^*(x) \psi_1^*(y) \psi_{n_z}^*(z) z \psi_1(x) \psi_1(y) \psi_1(z) dx dy dz \\ &= -p_0 \delta(t) \int_0^L \psi_{n_z}^*(z) z \psi_1(z) dz \equiv -p_0 \delta(t) I_{n_z,1}, \end{aligned}$$

idet integralene over  $x$  og  $y$  ganske enkelt er normeringsintegraler (lik 1).

♠ Amplitudene for disse overgangene er ifølge 1.-ordens perturbasjonsteori (og de oppgitte integralene) lik null for  $n_z = 3, 5, 7$  osv,<sup>1</sup> og lik

$$\begin{aligned} a_{111 \rightarrow 11n_z} &= \frac{1}{i\hbar} \int V_{fi}(t') e^{i\omega_{fi}t'} dt' = \frac{ip_0}{\hbar} I_{n_z,1} \underbrace{\int \delta(t') e^{i\omega_{fi}t'} dt'}_1 \\ &= -\frac{ip_0 L}{\hbar} \frac{8n_z}{\pi^2(n_z^2 - 1)^2} \quad \text{for } n_z = 2, 4, 6, \dots \end{aligned}$$

Sannsynlighetene for disse overgangene er

$$P_{111 \rightarrow 11n_z} = \frac{p_0^2 L^2}{\hbar^2} \frac{64 n_z^2}{\pi^4 (n_z^2 - 1)^4}; \quad n_z = 2, 4, \dots$$

**b.** ♠ Amplitudene for overganger fra grunntilstanden  $\psi_{111}$  til eksiterte tilstander  $\psi_{n_x n_y n_z}$  med  $n_x \geq 2$  og/eller  $n_y \geq 2$  er lik null fordi de er proporsjonale med integralene

$$\int_0^L \psi_{n_x}^*(x) \psi_1(x) dx \cdot \int_0^L \psi_{n_y}^*(y) \psi_1(y) dy = \delta_{n_x,1} \delta_{n_y,1}.$$

Vi får altså ingen overganger til tilstander med  $n_x \geq 2$  og/eller  $n_y \geq 2$  med den aktuelle perturbasjonen.<sup>2</sup>

♠ Ved innsetting av  $n_z$  lik 2 og 4 finner vi at den dominerende overgangssannsynligheten er

$$P_{111 \rightarrow 112} = \left(\frac{4}{3\pi}\right)^4 \frac{p_0^2 L^2}{\hbar^2} = 0.0324 \frac{p_0^2 L^2}{\hbar^2},$$

idet

$$P_{111 \rightarrow 114} = 4 \left(\frac{4}{15\pi}\right)^4 \frac{p_0^2 L^2}{\hbar^2} = 0.00021 \frac{p_0^2 L^2}{\hbar^2}$$

og de påfølgende sannsynlighetene er vesentlig mindre. For at 1.-ordens perturbasjonsteori skal gi nøyaktige resultater, må den samlede overgangssannsynligheten være mye mindre enn 1. Gyldighetskravet blir altså at

$$p_0^2 << 31 \frac{\hbar^2}{L^2}.$$

<sup>1</sup>I integralet  $I_{k,n}$  kan vi godt erstatte faktoren  $z$  med faktoren  $z - L/2$ , siden integralet  $\int \psi_k^* L/2 \psi_n dz = 0$ . Da faktoren  $z - L/2$  er antisymmetrisk mhp midtpunktet, blir integranden antisymmetrisk og integralet lik null for  $n - k$  et like tall.

<sup>2</sup>Dette gjelder i virkeligheten ikke bare til første orden, men eksakt, idet den eksakte tidsavhengige bølgefunksjonen kan skrives som produktet av én tidsavhengig bølgefunksjon for hver av de kartesiske retningene. Bevegelsene i  $x$ - og  $y$ -retning beskrives da av stasjonære grunntilstandsløsninger av typen  $\Psi^{(x)}(x, t) = \Psi_1(x, t)$ , mens  $\Psi^{(z)}(z, t)$  vil avhenge av perturbasjonen.

Til sammenligning er den midlere kvadratiske impulsen i grunntilstanden bestemt av

$$p_{\text{rms}}^2 = \langle \mathbf{p}^2 \rangle_{111} = 2m_e E_{111} = 3\pi^2 \frac{\hbar^2}{L^2} \approx 29.6 \frac{\hbar^2}{L^2}.$$

Kravet er altså (ikke uventet) at impulsoverføringen  $p_0$  må være mye mindre enn den karakteristiske impulsen for grunntilstanden.

**c. ♠** Ved hjelp av ortonormeringen av bokstilstandene finner vi at  $x$ -komponenten  $d_x$  av dipolmomentet  $\mathbf{d}_{fi}$  ved overgangen fra  $\psi_i = \psi_{222}$  til  $\psi_f = \psi_{n_x n_y n_z}$  er

$$\begin{aligned} d_x &\equiv \int \psi_{n_x n_y n_z}^* x \psi_{222} d^3r = \int_0^L \psi_{n_x}^*(x) x \psi_2(x) dx \int_0^L \psi_{n_y}^*(y) \psi_2(y) dy \int_0^L \psi_{n_z}^*(z) \psi_2(z) dz \\ &= I_{n_x,2} \delta_{n_y,2} \delta_{n_z,2}. \end{aligned}$$

Her ser vi at den eneste spontane overgangen (fra  $\psi_{222}$ ) med  $d_x \neq 0$  er overgangen  $\psi_{222} \rightarrow \psi_{122}$ . For denne overgangen er

$$d_y = \int \psi_{122}^* y \psi_{222} d^3r = 0 \quad \text{og} \quad d_z = \int \psi_{122}^* z \psi_{222} d^3r = 0$$

fordi  $\psi_1(x)$  og  $\psi_2(x)$  er ortogonale.

♠ Ut fra dette resultatet skjønner vi at  $\psi_{222}$  kan de-eksiteres via tre mulige spontane overganger:

$$\begin{aligned} \psi_{222} &\rightarrow \psi_{122}, & \text{med } \mathbf{d}_{fi} &= \hat{\mathbf{e}}_x I_{1,2}, \\ \psi_{222} &\rightarrow \psi_{212}, & \text{med } \mathbf{d}_{fi} &= \hat{\mathbf{e}}_y I_{1,2}, \\ \psi_{222} &\rightarrow \psi_{221}, & \text{med } \mathbf{d}_{fi} &= \hat{\mathbf{e}}_z I_{1,2}. \end{aligned}$$

♠ Bohr-frekvensen for de tre overgangene er

$$\omega = \frac{E_{222} - E_{122}}{\hbar} = \frac{3\pi^2 \hbar}{2m_e L^2}.$$

Med  $I_{1,2} = -16L/(9\pi^2)$  blir den samlede overgangsraten fra tilstanden  $\psi_{222}$  da

$$\begin{aligned} w_{222} &= w_{222 \rightarrow 122} + w_{222 \rightarrow 212} + w_{222 \rightarrow 221} \\ &= 3\alpha \frac{4\omega^3}{3c^2} |d_x|^2 = \alpha \frac{4}{c^2} \left( \frac{3\pi^2 \hbar}{2m_e L^2} \right)^3 \left( -\frac{16L}{9\pi^2} \right)^2 = \frac{128\pi^2}{3} \alpha \frac{\hbar^3}{c^2 m_e^3 L^4}. \end{aligned}$$

Her ser vi at den samlede overgangsraten er omvendt proporsjonal med  $L^4$ .

**d. ♠** Med  $L = 4a_0$  blir størrelsen av dipolmomentet av typisk atomær størrelsesorden:

$$|d_x| = \frac{16}{9\pi^2} \cdot 4a_0 = 0.7205 a_0 = 0.3811 \cdot 10^{-10} \text{ m}.$$

Det samme gjelder energien  $\hbar\omega$  til det emitterte fotonet, som blir

$$\hbar\omega = \frac{E_{222} - E_{122}}{\hbar} = 3 \frac{\hbar^2 \pi^2}{2m_e L^2} = \frac{3\pi^2}{16} \frac{\hbar^2}{2m_e a_0^2} = \frac{3\pi^2}{16} \cdot 13.6 \text{ eV} = 25.18 \text{ eV},$$

og Bohr-frekvensen, som blir

$$\omega = \frac{25.18 \text{ eV}}{0.6582 \cdot 10^{-15} \text{ eVs}} = 3.825 \cdot 10^{16} \text{ s}^{-1}.$$

Innsetting i formelen for  $w_{222}$  gir en overgangsrate fra tilstanden  $\psi_{222}$  på

$$w_{222} = \alpha \frac{4\omega^3}{c^2} |d_x|^2 = 2.64 \cdot 10^{10} \text{ s}^{-1}.$$

♠Dipoltilnærmelsen er en god tilnærming dersom  $kL \ll 1$ . Vi regner derfor ut

$$kL = \frac{\omega}{c} \cdot 4a_0 = \frac{3.85 \cdot 10^{16}}{3 \cdot 10^8} \cdot 4 \cdot 0.529 \cdot 10^{-10} = 0.027.$$

Konklusjonen er at dipoltilnærmelsen er en god tilnærming i det aktuelle tilfellet.