

Eksamen i MNFFY251. Astrofysikk I

(MNFFY4250 + SIF-4030)

Torsdag 11/1 - 2000

Antydning løsning. Oppgave 1

- a) En planet i avstand 100 AU fra sola burde ha meget lav temperatur. Hvis vi f.eks. antar samme "albedo" som for jorda og setter jordas overflatetemperatur lik
- $$T_j \approx 300 \text{ K},$$

får vi en forventet temperatur T_p for planeten fra

$$T_p/T_j = (1/100^2)^{1/4} = 0.1,$$

$$T_p = 0.1 T_j \approx \underline{30 \text{ K}},$$

fra strålingslovene, siden strålingsintensiteten (ved strålingslikevekt) er

$$\begin{aligned} I_j &\sim L_0/r_j^2 \sim T_j^4, \\ I_p &\sim L_0/r_p^2 \sim T_p^4, \\ r_p^2 T_p^4 &= r_j^2 T_j^4. \end{aligned}$$

Da skulle helium kunne beholdes i atmosfæren, mens ammoniakk ville "fryse ut". (Gravitasjonsfeltet skulle være sterkt nok til å beholde begge gassene.)

- b) Trykket i jordatmosfæren vil variere som

$$P = (1/2)^{h/5500} \cdot P_0,$$

der.

(2)

$$\lg P = (h/5500) \lg(1/2) + \lg P_0 = \lg P_0 - (h/5500) \lg 2,$$

$$P = P_0/4, \text{ for } (1/2)^{h/5500} = 1/4,$$

$$h/5500 = 2, \underline{h = 11000 \text{ m}} \text{ (Eller: } h = H \ln 4 = 7936 \cdot \ln 4 \text{ m)}$$

$$\text{og } P = P_0/10, \text{ for } (1/2)^{h/5500} = 1/10,$$

$$(h/5500) \lg(1/2) = \lg(1/10), \lg 2 = (5500/h) \lg 10,$$

$$h = 5500 \lg 10 / \lg 2 = 5500 / 0.301 \text{ m} = \underline{18270 \text{ m}}$$

$$\text{(Eller: } h = H \cdot \ln 10 = 7936 \cdot \ln 10 \text{ m)}$$

Vi kan også tilpasse H i uttrykket

$$P(h) = P_0 \exp(-h/H),$$

og deretter finne H , dvs.

$$\lg P = \lg P_0 - (h/H) \lg e, \text{ der } H = 5500 \lg e / \lg 2 = \underline{7936 \text{ km}}$$

c) Et "lett" og et "tungt" legeme vil falle like fort på månen (som antydtes allerede av Galilei). Spesielt siden vi har ingen luftmotstand på månen og mindre tyngdeakselerasjon enn på Jorda. På Jorda vil vi i praksis få forskjell på grunn av luftmotstander, siden Jorda har atmosfære, men ikke månen.

d) Hvis v_r er stjernens radial-hastighet i forhold til sola (solsystemet) og v_j er jordas banehastighet rundt sola, får vi følgende forhold:

$$22 \text{ juni: } v_r + v_j = +36 \text{ km/sek},$$

$$22 \text{ des: } v_r - v_j = -24 \text{ km/sek},$$

dvs.

$$2v_r = +12 \text{ km/sek}, \underline{v_r = +6 \text{ km/sek}}$$

e) Avstanden til stjerner er

$$d = 206265 \cdot 1496 \cdot 10^3 / 0.474 \text{ km} = \underline{6.51 \cdot 10^{13} \text{ km}}$$

Tangential-hastigheten blir da lik

$$v_t = d \cdot \alpha_t = \frac{6.51 \cdot 10^{13} \cdot 3}{57.3 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 365.25 \cdot 24 \cdot 3600} \text{ km/sek} = \underline{30 \text{ km/sek}},$$

og rom-hastigheten blir

$$v = \sqrt{v_t^2 + v_r^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} \text{ km/sek.} = \underline{\underline{50 \text{ km/sek}}}$$

f) Tyngdeakselerasjonen er generelt gitt ved

$$g = M_G / r^2,$$

der r er avstanden fra stjernens sentrum,
dis. for sola får vi

$$g_s = M_G / R_G^2 = \frac{2 \cdot 10^{30} \cdot 6.675^2 \cdot 10^{-6}}{5.98 \cdot 10^{24} \cdot 7^2 \cdot 10^{10}} \quad (= (M_G / R_G^2) (R_J^2 / M_J) g_J) \quad g_J = \underline{\underline{27.7 g_i}},$$

og for stjerner får vi

$$g_1 = M_G / (0.01 R_G)^2 = \frac{2 \cdot 10^{30} \cdot 10^4 \cdot 6.675^2 \cdot 10^{-6}}{5.98 \cdot 10^{24} \cdot 7^2 \cdot 10^{10}} g_J = \underline{\underline{2.8 \cdot 10^5 g_i}}$$

$$g_2 = M_G / (1000 R_G)^2 = \frac{2 \cdot 10^{30} \cdot 6.675^2 \cdot 10^{-6}}{5.98 \cdot 10^{24} \cdot 10^6 \cdot 7^2 \cdot 10^{10}} g_J = \underline{\underline{2.8 \cdot 10^{-5} g_i}}$$

$$g_1 / g_2 = 10^5 / 10^{-5} = \underline{\underline{10^{10}}}$$

Oppgave 2

a) Med trigonometrisk parallaks lik

$$\alpha = 0.001 \text{ buesekunder},$$

blir avstanden til stjerna lik

$$d = 1/\alpha = \underline{\underline{1000 \text{ parsec}}}$$

dvs. apparent størrelsesklasse er

$$m_{\text{bol}} = m_v - BC = 10.4 - 0.8 = \underline{9.6},$$

og absolutt størrelsesklasse er

$$M_{\text{bol}} = m_{\text{bol}} + 5 - 5 \lg d = 9.6 + 5 - 15 = -0.4,$$

dvs. $\underline{L = 100 L_{\odot}}$ (siden $M_{\odot} - M = 5$)

b) Vi har relasjonen

$$M = m + 5 - 5 \lg d,$$

dvs. $\lg d = (m - M + 5) / 5,$

For $M = 15$ og $m = 5,$

får vi $\lg d = (5 - 15 + 5) / 5 = -1, \underline{d = 0.1 \text{ parsec}}$

For $M = -10$ og $m = 5,$

får vi $\lg d = (5 + 10 + 5) / 5 = 4, \underline{d = 10^4 \text{ parsec}}$

c) Hvis stjernene ble flyttet til 100 parsec, ville apparent størrelsesklasse bli +5 i tillegg til absolutt størrelsesklasse. Den eneste stjernen som vi da kanskje kunne se ville være Sirius med en apparent størrelse

$$m_s = +1.4 + 5 = \underline{+6.4}$$

(akkurat på grensen for det synlige for øyet).

d) Med en parallaks lik $0.127''$ er avstanden fra jorda

(5)

$$d(\text{parsec}) = \alpha(")^{-1} = 0,127^{-1} \text{ parsec} = \underline{7,874 \text{ parsec}}$$

Den store halvaksen i ellipsebanen er da lik

$$a = \frac{7,874 \cdot 2,5 \cdot 206265}{8600 \cdot 57,3} \text{ AU} = 7,874 \cdot 2,5 \text{ AU} = \underline{19,68 \text{ AU}}$$

Og Keplers 3. lov- gir oss så direkte

$$M = M_1 + M_2 = \frac{a^3}{T^2} = 19,68^3 / 60^2 M_\odot = \underline{2,1 M_\odot}$$

e) Planetariske tåker er ring-formete (kule-formete) tåker av fluorescerende gass som omgir en meget varm sentral-stjerne med en temperatur på kanskje 50000 K. Tåken ekspanderer "sakte" med en hastighet lik 20-50 km/sek, og representerer sannsynligvis et meget sent stadium i en stjernes liv og utvikling. Planetariske tåker synes å være stjerner som gradvis frigir store masser (gass-mengder) uten å eksplodere, dvs. stjerner kan miste masse på denne måten uten å gjennomgå en supernova. Strålingstrykk eller turbulent bevegelse i stjernens indre presser de ytre lagene utover i rommet, og den "utsendte" gassen vil gløde ved fluorescens på grunn av den intense utstrålingen fra "moderstjernen". Luminositeten er proporsjonal med R^2 og T^4 , dvs.

$$R/R_\odot = \sqrt{L/L_\odot} (T_\odot/T)^2 = \sqrt{16} (1/20)^2 = 0,01,$$

dvs.

$$\underline{R = 0,01 R_\odot \approx 7 \cdot 10^3 \text{ km} \approx R_j},$$

som tilsvarende en hvit dverg ganske godt

(6)

f) Ifølge tilstandsligningen er trykket gitt ved

$$P \approx NKT/V \approx \rho T,$$

dvs.

$$P_1/P_2 = \rho_1 T_1 / \rho_2 T_2,$$

dvs. ved trykk-likvekt er

$$P_1 = P_2, \quad \rho_1 / \rho_2 = T_2 / T_1 = 10000 / 100 = \underline{\underline{100}}$$

Oppgave 3

a) I synsretningen mot eller fra galakse-senteret er en hastighetsforskjell på grunn av galaksens differensielle rotasjonsbevegelse rettet normalt synsretningen, og gir ingen Doppler-effekt som kan observeres. Derimot kan vi se hastighetsforskjeller (for hydrogen) som gir en netto Doppler-effekt i synsretningen normalt retningen mot galakse-senteret.

b) Vi observerer størst radialhastighet når romhastigheten (på grunn av Melkeveiens rotasjon) er direkte i synsretningen mot (fra) oss. Det betyr at avstanden fra Melkeveiens sentrum til dette området blir lik

$$r = 10 \cdot \sin(45^\circ) \text{ kparsec} = \underline{\underline{7.1 \text{ kparsec}}}.$$

c) Stjernene i en stjernehop har sannsynligvis samme alder og kjemiske sammensetning, men

forskjellige masser. Siden tidsskalaen for stjerners utvikling er sterkt avhengig av stjerners masse, kan stjerner i en stjernehop variere sterkt i sitt utviklingsstrinn, selv om masse-forskjellene er forholdsvis små. Stjerner i en stjernehop kan derfor gi et "utviklingspor" (I vei).

d) Når

$$c + a = a(1 + \epsilon) \approx 2a$$

i ellipse-banen, gir Keplers 3. lov

$$T = a^{3/2} / \sqrt{M} = (5000 \cdot 206265)^{3/2} / \sqrt{10^{11}} \\ = 3.312 \cdot 10^{13} / 3.162 \cdot 10^5 \text{ år} = \underline{\underline{1.05 \cdot 10^8 \text{ år}}} (= 105 \text{ mill. år})$$

e) Siden

$$10^8 \text{ parsec} = 3.26 \cdot 10^3 \text{ lysår},$$

eksploderte supernovaer for 326 millioner år siden. Apparent størrelsesklasse er gitt ved

$$M - m = 2.5 \lg(I/I_0) = 5 \lg(10/d) = 5 - 5 \lg d, \\ m = M + 5 \lg d - 5 = -19 + 5 \cdot 8 - 5 = \underline{\underline{+16}}.$$

f) Universets maksimale alder er gitt ved Hubble-tiden

$$t = H^{-1} = 10^6 \cdot 206265 \cdot 1.496 \cdot 10^8 / 70 \text{ sek.} \\ = 4.41 \cdot 10^{17} \text{ sek.} \approx 7.35 \cdot 10^{15} \text{ min.} = 1.22 \cdot 10^{14} \text{ t.} \\ \approx 5.10 \cdot 10^{12} \text{ d} \approx \underline{\underline{1.4 \cdot 10^{10} \text{ år}}} (= 14 \text{ milliarder år})$$