

Eksamen, MNFFY 251. Astrofysikk I. 11/5-1999.
(MNFFY-250 + SIF-4030)

Antydnet løsning. Oppgave 1

a) Ved en solformørkelse er månen direkte mellom sola og jorda. Ved en måneformørkelse er jorda direkte mellom sola og månen. Det må gå (minst) $\frac{1}{2}$ måned $\approx$ 2 uker mellom disse to situasjonene (konfigurasjonene).

b) Et radarsignal som går med lyshastighet vil trenge
 $2r_m/c = \frac{2 \cdot 384400}{299800} \text{ sek.} = \underline{2.56 \text{ sek.}}$

tur-retur. Skjæringslinjen mellom baneplanene vil bevege seg

$$\phi_1 + \phi_2 = \left(\frac{360}{18.6}\right)^\circ + \left(\frac{360}{8.85}\right)^\circ = 19.35^\circ + 40.68^\circ = \underline{60.03^\circ}$$

restoveru pr. år i forhold til den store halvaksen i månenes ellipsebane. Tilsvarende periode blir altså

$$T = \frac{360}{60.03} \text{ år} \approx \underline{6 \text{ år.}}$$

c) Tidvannseffekten er generelt proporsjonal med M/r^3 , dvs. forholdet er gitt ved

$$\frac{M_o/M_m}{(r_o/r_m)^3} = \frac{2 \cdot 10^{33} \cdot 81.3}{5.98 \cdot 10^{27} (149600/384.4)^3} = \underline{0.46} \quad \left(= \frac{(M_o/M_i)(M_i/M_m)}{(r_o/r_m)^3} \right)$$

d) For en planet utenfor jorda i solsystemet tilsvarer den synodiske perioden tiden jorda bruker til å gå et omløp mer rundt sola enn planeten, siden jorda går raskere i sin indre bane. Hvis S er planetens synodiske periode, vil tilbakelagt vinkel i løpet av den sideriske perioden P være lik 2π , og tilbakelagt vinkel i løpet av den synodiske perioden (være lik $2\pi(S/P)$). I samme tidsrom (den synodiske perioden) tilbakeligger jorda en vinkel lik $2\pi S$, som er et omløp

(dvs. 2π) mer enn planeten gjør, dvs.

$$2\pi (S/P) + 2\pi = 2\pi S,$$

$$(1/P) + (1/S) = 1,$$

$$(1/P) = 1 - (1/S) = 1 - (1/1.03513) = 1 - 0.96606 = 0.03394,$$

$$P = 1/0.03394 \text{ år} = \underline{\underline{29.46 \text{ år}}}$$

e) Mannens vekt er gitt ved

$$mg = mM/R^2 = x,$$

dvs. vekta på asteroiden blir

$$x = 100 (M_A/R_A^2) / (M_J/R_J^2) = 100 (M_A/M_J) (R_J/R_A)^2 \\ = 100 \cdot 400 / 10000 \text{ kg} = \underline{\underline{4 \text{ kg}}}$$

$$\text{Asteroidens diameter: } 2R_J/20 = 12756/20 \text{ km} = \underline{\underline{638 \text{ km}}}$$

Dette tilsvarer ca. Ceres (940 km) eller Pallas (540 km)
eller Vesta (510 km)

f) Med jordas diameter lik $2R_J$ får vi direkte at mulig vinkelforskjell blir lik

$$2R_J/d = 12756/10^7 \text{ radianer}$$

$$= 12756 \cdot 3600 \cdot 57.3 / 10^7 \text{ buesek.} = \underline{\underline{263'' \approx 4.4'}}$$

(= 0.073°)

g) Et "lett" og et "tungt" legeme vil falle like fort på månen (som antydte allerede av Galilei), spesielt siden vi har ingen luftmotstand på månen og mindre tyngdeakselerasjon enn på jorda. På jorda vil vi i praksis få forskjell på grunn av luftmotstanden, siden jorda har atmosfære, men ikke månen.

Antydning løsning. Oppgave 2

- a) Med sentrifugal- (sentrifugal-) kraft lik gravitasjonskraften fra jorda, får vi
- $$mv^2/r = mMG/r^2,$$

dvs. $v = \sqrt{GM/r} = \sqrt{6.67 \cdot 10^{-11} \cdot 5.98 \cdot 10^{24} / 6.39 \cdot 10^6} \text{ m/s},$
 $= \sqrt{6.24 \cdot 10^7} \text{ m/s} = 7.9 \cdot 10^3 \text{ m/s} = \underline{7.9 \text{ km/s}}$

- b) Siden $r_p = a - c = a(1 - \varepsilon)$, ($r_p = \text{perihel-avstand} = r_{\min}$)
 $r_a = a + c = a(1 + \varepsilon)$, ($r_a = \text{aphel-avstand} = r_{\max}$)
 $(a = \frac{r_a + r_p}{2}, c = \sqrt{a^2 - b^2} = \frac{r_a - r_p}{2}, \varepsilon = \frac{c}{a})$
 får vi $\varepsilon = \frac{r_a - r_p}{r_a + r_p} = \frac{152.1 - 147.2}{152.1 + 147.2} = \frac{4.9}{299.3} = \underline{0.016} \quad (= \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a})$

- c) $(m=1) \rightarrow (n=2): \lambda^{-1} = 109678 (1 - \frac{1}{4}) \text{ cm}^{-1}; \text{ absorpsjon}$
 $\lambda = \frac{4}{109678 \cdot 3} \text{ cm} = \underline{1216 \text{ \AA}}, \text{ Lyman 1}$
 $(m=1) \rightarrow (n=4): \lambda^{-1} = 109678 (1 - \frac{1}{16}) \text{ cm}^{-1}; \text{ absorpsjon}$
 $\lambda = \frac{16}{109678 \cdot 15} \text{ cm} = \underline{973 \text{ \AA}}, \text{ Lyman 3}$
 $(m=2) \rightarrow (n=3): \lambda^{-1} = 109678 (\frac{1}{4} - \frac{1}{9}) \text{ cm}^{-1}, \text{ absorpsjon}$
 $\lambda = \frac{4 \cdot 169}{109678 \cdot 165} \text{ cm} = \underline{3735 \text{ \AA}}, \text{ Balmer 11}$
 $(m=3) \rightarrow (n=8): \lambda^{-1} = 109678 (\frac{1}{9} - \frac{1}{64}) \text{ cm}^{-1}, \text{ absorpsjon}$
 $\lambda = \frac{9 \cdot 64}{109678 \cdot 55} \text{ cm} = \underline{9549 \text{ \AA}}, \text{ Paschen 5}$
 $(n=17) \rightarrow (m=2): \lambda^{-1} = 109678 (\frac{1}{4} - \frac{1}{289}) \text{ cm}^{-1}, \text{ emisjon}$
 $\lambda = \frac{4 \cdot 289}{109678 \cdot 285} \text{ cm} = \underline{3698 \text{ \AA}}, \text{ Balmer 15}$
 $(n=14) \rightarrow (m=5): \lambda^{-1} = 109678 (\frac{1}{25} - \frac{1}{196}) \text{ cm}^{-1}, \text{ emisjon}$
 $\lambda = \frac{25 \cdot 196}{109678 \cdot 171} \text{ cm} = \underline{26126 \text{ \AA}}, \text{ Pfund 9}$

- d) Solas "overflate" som vi observerer er fotosfæren, og koronane er "gjennomsiktig" for oss. Temperaturen $6 \cdot 10^3 \text{ K}$

(4)

er bestemt ved lys emittert fra fotosfæren.
 Koronaens temperatur 10^6 K er bestemt ved midlere kinetisk energi for partiklerne der, men vi observerer (normalt) ikke koronaen fra jorda. Osv. Osv. Osv.
 Partiklerne i koronaen blir skåret av "utbrudd" fra underliggende lag.

e] Ifølge definisjonen er diameteren gitt ved

$$D(\text{AU}) = d(\text{parsec}) \cdot \alpha(^{\circ}) = d(\text{AU}) \cdot \alpha(\text{radianer});$$

siden det er $206265''$ i 1 radian og 206265 AU i 1 parsec, dvs. vi får følgende resultater:

Stjerne	Diameter (AU)	Sammenligning
Aldebaran	0.42	
Antares	6.00	<u>> Mars' bane</u>
Arcturus	0.22	
Betelgeuse	6.30	<u>> Mars' bane</u>
Mira	3.92	<u>> Mars' bane</u>
Ras Algeti	4.50	<u>> Mars' bane</u>
Scheat	1.05	

f] Avstanden sol-jord blir

$$1 \text{ AU} = \frac{1}{206265} \text{ parsec} = \underline{4.8 \cdot 10^{-6} \text{ parsec}}$$

Hvis sola flyttes til en avstand lik 10 parsec, tilsvarer det en faktor i avstandøkning lik

$$10 \cdot 206265 = 2.06 \cdot 10^6$$

lysintensiteten vil da avta med en faktor $(2 \cdot 10^6)^2 = 4 \cdot 10^{12}$
 Og absolutt størrelsesklasse blir

$$M = m + 5 - 5 \lg d = -26.5 + 5 + 30 - 5 \cdot 0.7 = \underline{+5}$$

g] Hvis stjernene ble flyttet til 100 parsec, ville apparent størrelsesklasse bli +5 i tillegg til absolutt størrelsesklasse
 Den eneste stjernen som vi da kanskje kunne se ville være Sirius med en apparent størrelse

$$+1.4 + 5 = \underline{+6.4} \text{ (akkurat på grensen for det synlige)}$$

Antydnet løsning: Oppgave 3

a) Ifølge Wiens forskyvningslov er

$$\lambda_{\max} T = 0.2897 \text{ cm} \cdot \text{K},$$

dvs. for

$$\lambda_{\max} = 0.5 \cdot 10^{-5} \text{ cm}: T = 58000 \text{ K} \quad \text{dvs. spektralklasse O}$$

$$\lambda_{\max} = 2.9 \cdot 10^{-5} \text{ cm}: T = 10000 \text{ K} \quad \text{dvs. spektralklasse A}$$

$$\lambda_{\max} = 6 \cdot 10^{-5} \text{ cm}: T = 4800 \text{ K} \quad \text{dvs. spektralklasse K}$$

$$\lambda_{\max} = 12 \cdot 10^{-5} \text{ cm}: T = 2400 \text{ K} \quad \text{dvs. spektralklasse M}$$

$$\lambda_{\max} = 15 \cdot 10^{-5} \text{ cm}: T = 1930 \text{ K} \quad \text{dvs. spektralklasse M}$$

b) Når 4 protoner omformes til en helium-kjerne transformeres en masse lik

$$\Delta m = (4 \cdot 1.6725 - 6.642) \cdot 10^{-24} \text{ g} = 0.048 \cdot 10^{-24} \text{ g}$$

Omforming av 1 g hydrogen til helium frigjør da

$$\Delta E = (\Delta m) c^2 = 0.048 (3 \cdot 10^{10})^2 / (4 \cdot 1.6725) \text{ erg} = 6.46 \cdot 10^{18} \text{ erg}$$

Total energi tilgjengelig blir

$$E = Mc^2 = 6.46 \cdot 10^{18} \cdot 10^{33} \text{ erg} = 6.46 \cdot 10^{51} \text{ erg}$$

Maksimal levetid er da

$$t = E/L = 6.46 \cdot 10^{51} / 4 \cdot 10^{32} \text{ sek.} = 1.615 \cdot 10^{19} \text{ sek.} \approx 2.69 \cdot 10^7 \text{ min} \\ \approx 4.48 \cdot 10^{15} \text{ t.} \approx 1.87 \cdot 10^{13} \text{ d.} \approx \underline{5 \cdot 10^{11} \text{ år}}$$

c) Avstanden til stjernen er $d = (1/\alpha["])$ i [parsec],

$$\text{dvs. } d = \frac{206265 \cdot 1.496 \cdot 10^8}{0.474} \text{ km} = \underline{6.51 \cdot 10^{13} \text{ km}}$$

Tangentialhastigheten blir da lik

$$V_t = d \cdot \alpha_t = \frac{6.51 \cdot 10^{13} \cdot 3}{57.3 \cdot 60 \cdot 60 \cdot 365.25 \cdot 24 \cdot 3600} \text{ km/sek} = \underline{30 \text{ km/sek}}$$

Og romhastigheten blir

$$V = \sqrt{V_t^2 + V_r^2} = \sqrt{30^2 + 40^2} \text{ km/sek} = \underline{50 \text{ km/sek}}$$

(6)

d] Med parallaks like $0.128''$ er avstanden fra jorda
 $d(\text{parsec}) = \alpha('')^{-1} = 0.128^{-1} \cdot \text{parsec} = \underline{7.874 \text{ parsec}}$

Den store halvakse i ellipsebanen er da

$$a = \frac{7.874 \cdot 2.5 \cdot 206265}{3600 \cdot 68.3} \text{ AU} = 7.874 \cdot 2.5 \text{ AU} = \underline{19.68 \text{ AU}},$$

og Keplers 3. lov gir oss direkte

$$M = M_1 + M_2 = a^3 / T^2 = (19.68^3 / 60^2) M_\odot = \underline{2.1 M_\odot}$$

e] I synsretningen mot eller fra galaksesenteret er en hastighetsforskjell p.g.a. galaksens differensielle rotasjonsbevegelse rett til normalt synsretningen, og gir ingen Doppler-effekt som kan observeres. Derimot kan vi se hastighetsforskjeller (for hydrogen) som gir en netto Doppler-effekt i synsretningen normalt retningen mot galaksesenteret,

f] Når $c + a = a(1 + \epsilon) \approx 2a$,

gir Keplers tredje lov:

$$T = a^{3/2} / \sqrt{M} = (5000 \cdot 206265)^{3/2} / \sqrt{10^{37}} \text{ år} \\ = 3.312 \cdot 10^{13} / 3.162 \cdot 10^5 \text{ år} = \underline{1.05 \cdot 10^8 \text{ år}} (= 105 \text{ mill. år})$$

g] Relativistisk Doppler-effekt gir hvor

$$\Delta \lambda / \lambda = \sqrt{(1 + v/c) / (1 - v/c)} - 1 = 3.53,$$

$$\sqrt{(1 + v/c) / (1 - v/c)} = 4.53,$$

$$(1 + v/c) / (1 - v/c) = 20.52,$$

$$v/c = 19.52 / 21.52 = 0.91$$

dvs. $V = 0.91c = 0.91 \cdot 3 \cdot 10^5 \text{ km/sek} = \underline{273000 \text{ km/sek}}$