

INSTITUTT FOR FYSIKK, NTNU

EKSAMEN I FAG 74941 FASEOVERGANGER OG KRITISKE FENOMENER

Fredag 16.mai 1997

kl.0900–1100

Tillatte hjelpemidler:

Godkjent lommekalkulator

Rottmann: Mathematische Formelsammlung

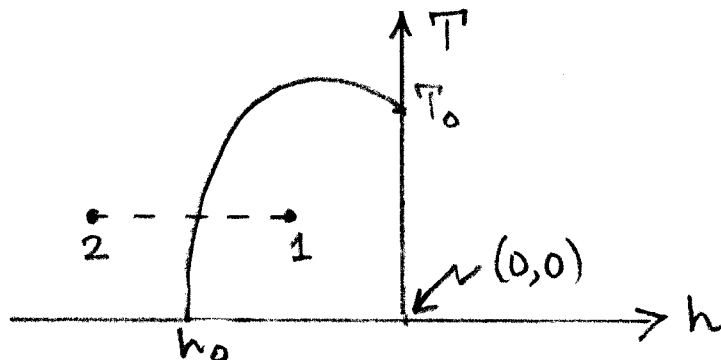
Barnett and Cronin: Mathematical Formulae.

Oppgave 1

Baxter–Wu modellen på et triangulært gitter er definert ved Hamiltonfunksjonen

$$H = -J \sum_{\Delta} s_i s_j s_k - h \sum_i s_i$$

der $\sum_{\Delta}$ går over alle elementærtrekanter i gitteret, $J > 0$, og h er det ytre magnetfeltet. Fasediagrammet er, skissemessig,



der den kritiske linjen er den heltrukne fra $(h_0, 0)$ til $(0, T_0)$. Den striplete linjen fra 1 til 2 representerer et tenkt eksperiment utført ved konstant temperatur.

- a Bestem energiene, som funksjon av h og J , til grunntilstandene på det triangulære gitteret, med den gitte Hamiltonfunksjon. Bruk dette til å bestemme h_0 .

- b Bestem universalitetsklassen for faseovergangen langs den kritiske linjen. Er universalitetsklassen den samme for endepunktet $(0, T_0)$?
Gi korte begrunnelser for svarene.
- c Hvilken kritisk eksponent beskriver singulariteten i varmekapasiteten langs vegen $1 \rightarrow 2$ i figuren ? Gi en kort begrunnelse for svaret.

Oppgave 2

- a Se på en dipol $\vec{p} = q\vec{s}$ i en 2–dimensjonal Coulombgass med meget lav tetthet. Anta at parfordelingsfunksjonen for ladningene i dipolen er tilnærmet gitt som

$$n_{\pm}(s) \approx \frac{z^2}{r_0^4} e^{-\beta H_2(s)}$$

der

$$H_2(s) = q^2 \ln \frac{s}{r_0}.$$

Bruk dette til å finne det tilsvarende tilnærmete uttrykket for midlere kvadratiske avstand, $\langle s^2 \rangle$, mellom ladningene i dipolen, som funksjon av den dimensjonsløse temperaturen $t = 1/(\beta q^2)$.

- b Hva karakteriserer de to temperaturene $t = 1/4$ og $t = 1/2$?
- c Hvilken fysisk effekt, utelatt i den enkle regningen under pkt. a, tar Kosterlitz og Thouless med i sin diskusjon av den 2–dimensjonale Coulombgassen? Skisser kvalitativt det tilsvarende RG – flytdiagrammet i (t, z) –planet. Kommenter kort forbindelsen til argumentet under pkt.a.