

NORGES TEKNISK-NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Jan Myrheim

Telefon: 73 59 36 53 (mobil 90 07 51 72)

Eksamen i fag FY3403 Partikkelfysikk

Onsdag 10. desember 2008

Tid: 09.00–13.00

Sensurfrist: Onsdag 31. desember 2008

Tillatte hjelpemidler: Kalkulator, matematiske tabeller.

Alle deloppgaver teller likt ved sensuren.

Oppgave 1:

I et eksperiment skyter vi protoner mot protoner eller nøytroner som ligger i ro.

- a) Hvis vi ser bort fra at $\Delta^+(1232)$ er en ganske bred resonans, hvor stor impuls og energi må protonene minst ha for at reaksjonen $p + p \rightarrow p + \Delta^+$ skal være mulig?

- b) Hva er forholdet mellom tverrsnittene for de to reaksjonene

$$p + p \rightarrow p + \Delta^+ \quad \text{og} \quad p + p \rightarrow n + \Delta^{++} ?$$

Tabell over Clebsch–Gordan-koeffisienter er vedlagt.

- c) Hva er forholdet mellom tverrsnittene for de to reaksjonene

$$p + p \rightarrow p + \Delta^+ \quad \text{og} \quad p + n \rightarrow n + \Delta^+ ?$$

- d) Hva er forholdet mellom følgende to tverrsnitt for produksjon av π -mesoner,

$$p + p \rightarrow p + p + \pi^0 \quad \text{og} \quad p + p \rightarrow p + n + \pi^+ ,$$

dersom hver reaksjon skjer via en mellomtilstand med en Δ -resonans? Altså:

$$\begin{aligned} p + p &\rightarrow p + \Delta^+ \rightarrow p + p + \pi^0 , \\ p + p &\rightarrow p + \Delta^+ \rightarrow p + n + \pi^+ , \\ p + p &\rightarrow n + \Delta^{++} \rightarrow n + p + \pi^+ . \end{aligned}$$

Oppgave 2:

- a) Hvilken (eller hvilke) av de følgende reaksjonene har størst tverrsnitt, og hvor store er de andre tverrsnittene i forhold til det største?

$$\begin{aligned} K^- + d &\rightarrow \Lambda^0 + \Delta^0, \\ K^- + d &\rightarrow \Sigma^0 + \Delta^0, \\ K^- + d &\rightarrow \Sigma^- + \Delta^+, \\ K^- + d &\rightarrow \Sigma^+ + \Delta^-, \\ K^+ + d &\rightarrow \Sigma^0 + \Delta^+, \\ K^+ + d &\rightarrow \Sigma^0 + \Delta^{++}. \end{aligned}$$

Hvis du mener at noen av reaksjonene ikke er mulige, forklar hvorfor.

- b) $\Lambda^0(1116)$ desintegrerer 63,9 % til $p + \pi^-$ og 35,8 % til $n + \pi^0$. Den midlere levetiden er $2,6 \times 10^{-10}$ s.

Skjer det ved sterk, elektromagnetisk eller svak vekselvirkning? Begrunn svaret.

Er forgreningsforholdet konsistent med den omtrentlige utvalgsregelen for isospinn, at $\Delta I = 1/2$?

- c) $\Sigma^-(1197)$ desintegrerer 99,8 % til $n + \pi^-$, med en levetid på $1,5 \times 10^{-10}$ s.
Hva er isospinnet i slutt-tilstanden?

$\Sigma^+(1189)$ desintegrerer 51,6 % til $p + \pi^0$ og 48,3 % til $n + \pi^+$, med en levetid på $8,0 \times 10^{-11}$ s. Er det mulig å si noe om isospinnet i slutt-tilstanden?

$\Sigma^0(1193)$ desintegrerer 100 % til $\Lambda^0 + \gamma$, med en midlere levetid på $7,4 \times 10^{-20}$ s.

Hvorfor observeres ikke, for eksempel, $\Sigma^0 \rightarrow p + \pi^-$ eller $\Sigma^0 \rightarrow n + \pi^0$?

- d) Ved en semileptonisk desintegrasjon av et hadron (en partikkel med sterk vekselvirkning) inneholder slutt-tilstanden både hadroner og leptoner.

Σ^- har tre semileptoniske desintegrasjonsmoder, nemlig $n + e^- + \bar{\nu}_e$ (0,10 %), $n + \mu^- + \bar{\nu}_\mu$ (0,045 %) og $\Lambda^0 + e^- + \bar{\nu}_e$ (0,0057 %).

For Σ^+ observeres ikke de tilsvarende semileptoniske desintegrasjonsmodene $n + e^+ + \nu_e$ og $n + \mu^+ + \nu_\mu$, men $\Lambda^0 + e^+ + \nu_e$ observeres (0,0020 %).

Disse eksemplene demonstrerer utvalgsregelen $\Delta S = \Delta Q$ for semileptonisk desintegrasjon der særtallet forandres. Da ser vi bort fra leptonene og observerer forandringen i særtall, ΔS , og forandringen i elektrisk ladning, ΔQ , for hadronene.

Forklar, gjerne ved hjelp av Feynman-diagram, hvordan utvalgsregelen $\Delta S = \Delta Q$ har en naturlig forklaring i kvarkmodellen.

Oppgave 3:

Nøytrinooscillasjoner ligner mye på oscillasjoner mellom K^0 og $\bar{K}^0$, som ble observert eksperimentelt for mer enn 40 år siden. En vesentlig forskjell er at nøytrinoene er absolutt stabile partikler (så vidt vi vet), mens K_L^0 (den langlivede K^0) har en midlere levetid på $\tau_L = 1/\Gamma_L = 5,1 \times 10^{-8}$ s, og K_S^0 (den kortlivede K^0) har en midlere levetid på $\tau_S = 1/\Gamma_S = 9,0 \times 10^{-11}$ s.

Anta at en K^0 eller $\bar{K}^0$ ligger i ro. Analysen forenkles mye om vi antar at CP -symmetrien er eksakt. I denne tilnærmingen (som er mindre enn en prosent feil) er K_L og K_S egentilstander for CP ,

$$\begin{aligned} |K_S\rangle &= |K_1\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle - |\bar{K}^0\rangle), \\ |K_L\rangle &= |K_2\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K^0\rangle + |\bar{K}^0\rangle). \end{aligned}$$

Forskjellen i levetid skyldes at K_1 har $CP = +1$ og kan desintegre til to π -mesoner uten å bryte CP -invarians, mens K_2 har $CP = -1$ og må desintegre til tre π -mesoner dersom CP er en eksakt symmetri.

Anta at partikkelen produseres ved $t = 0$ med bestemt særtall $S = +1$, altså i tilstanden

$$|\psi(0)\rangle = |K^0\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} (|K_1^0\rangle + |K_2^0\rangle).$$

Ved en senere tid t har vi da tilstanden

$$|\psi(t)\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \left(e^{-\left(im_S + \frac{\Gamma_S}{2}\right)t} |K_1^0\rangle + e^{-\left(im_L + \frac{\Gamma_L}{2}\right)t} |K_2^0\rangle \right).$$

Her er m_S og m_L massene til K_S og K_L . Vi bruker naturlige enheter med $\hbar = 1$ og $c = 1$.

- a) Skriv tilstanden $|\psi(t)\rangle$ som en lineærkombinasjon av $|K^0\rangle$ og $|\bar{K}^0\rangle$.

Hvis vi observerer partikkelen ved tiden t , enten som en K^0 eller som en $\bar{K}^0$, hva er da sannsynligheten for K^0 , og hva er sannsynligheten for $\bar{K}^0$?

Hva er grenseverdiene for disse sannsynlighetene når $t \rightarrow \infty$?

- b) Forutsatt at utvalgsregelen $\Delta S = \Delta Q$ gjelder, så kan vi identifisere partikkelen som K^0 eller $\bar{K}^0$ dersom den desintegrerer semileptonisk. De to prosessene $K^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e$ og $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ har nemlig $\Delta S = \Delta Q$ og er tillatte, mens $K^0 \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ og $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e$ har $\Delta S = -\Delta Q$ og er forbudte.

Forutsatt at CP -invariansen er eksakt, så må ratene for $K^0 \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e$ og $\bar{K}^0 \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e$ være like store. Men det vi observerer i vårt tankeeksperiment, er tidsavhengige desintegrasjonsrater

$$\Gamma_+(t) = \Gamma(\psi(t) \rightarrow \pi^- + e^+ + \nu_e) \quad \text{og} \quad \Gamma_-(t) = \Gamma(\psi(t) \rightarrow \pi^+ + e^- + \bar{\nu}_e).$$

Vi skriver Γ_+ for raten til slutt-tilstanden med et positron, og Γ_- for raten til slutt-tilstanden med et elektron.

Ut fra disse ratene kan vi definere en tidsavhengig asymmetriparameter

$$\delta(t) = \frac{\Gamma_+(t) - \Gamma_-(t)}{\Gamma_+(t) + \Gamma_-(t)}.$$

Vi har at $\delta(t) = 1$ ved $t = 0$ når vi starter med K^0 ved $t = 0$. Vis at

$$\delta(t) = \frac{\cos(\Delta m t)}{\cosh(\gamma t)},$$

der $\Delta m = m_L - m_S$ og $\gamma = (\Gamma_S - \Gamma_L)/2$. Merk at vi har forutsatt CP -invarians.

- c) Figuren nedenfor er fra et eksperiment i CERN (Gjesdal et al., Physics Letters B52, 113 (1974)), og viser asymmetrien $\delta(t)$. Tidsaksen går fra 0 til 2,5 ns.

Bruk figuren til å anslå omtrentlige verdier for massedifferensen Δm og ratene γ og Γ_S .

Gir dette eksperimentet noen informasjon om fortegnet til Δm ?

Hva blir forholdet $|\Delta m|/m_K$, der m_K er massen til et nøytralt K -meson?

Hvordan ser vi av figuren at CP -invariansen er brutt?

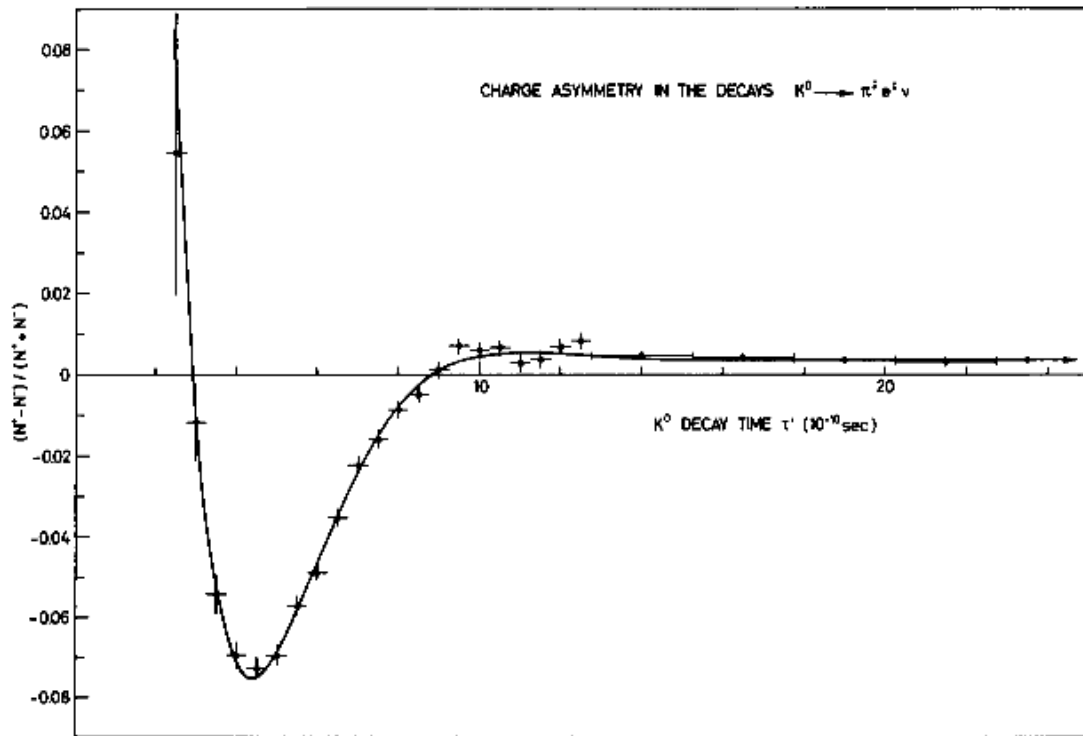


Fig. 1. The charge asymmetry as a function of the reconstructed decay time τ' for the K_{e3} decays. The experimental data are compared to the best fit as indicated by the solid line.

Noen nyttige konstanter:

Lyshastigheten i vakuum	$c = 299\,792\,458\text{ m/s}$
Permeabiliteten i vakuum	$\mu_0 = 4\pi \times 10^{-7}\text{ N/A}^2$
Permittiviteten i vakuum	$\epsilon_0 = 1/(\mu_0 c^2) = 8,854\,817\,187 \times 10^{-12}\text{ F/m}$
Den reduserte Plancks konstant	$\hbar = 1,054\,571\,6 \times 10^{-34}\text{ J s}$ $= 6,582\,119\,0 \times 10^{-22}\text{ MeV s}$
Elementærladningen	$e = 1,602\,176\,5 \times 10^{-19}\text{ C}$
Elektronmassen	$m_e = 9,109\,382 \times 10^{-31}\text{ kg} = 0,510\,998\,9\text{ MeV}/c^2$
Protonmassen	$m_p = 1,672\,622 \times 10^{-27}\text{ kg} = 938,272\,0\text{ MeV}/c^2$
Nøytronmassen	$m_n = 1,674\,927 \times 10^{-27}\text{ kg} = 939,565\,4\text{ MeV}/c^2$
Deuteronmassen	$m_d = 3,343\,583 \times 10^{-27}\text{ kg} = 1\,875,612\,8\text{ MeV}/c^2$

Partikkeldata:

m = masse i MeV/c^2 , S = særtall,

I = isospinn, G = G -paritet, J = spinn, P = paritet,

C = ladningskonjugasjonssymmetri for en nøytral partikkel,

Mesoner	m	S	$I^G(J^{PC})$ eller $I(J^P)$	Mesoner	m	S	$I^G(J^{PC})$ eller $I(J^P)$
π^0	135,0		$1^-(0^{-+})$	$\pi^\pm$	139,6		$1^-(0^-)$
K^0	497,6	1	$\frac{1}{2}(0^-)$	K^+	493,7	1	$\frac{1}{2}(0^-)$
$\bar{K}^0$	497,6	-1	$\frac{1}{2}(0^-)$	K^-	493,7	-1	$\frac{1}{2}(0^-)$

Baryoner	m	S	$I(J^P)$	Baryoner	m	S	$I(J^P)$
p (proton)	938,3		$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$	n (nøytron)	939,6		$\frac{1}{2}(\frac{1}{2}^+)$
d (deuteron)	1875,6		$0(1^+)$	Δ	1232		$\frac{3}{2}(\frac{3}{2}^+)$
Λ^0	1115,7	-1	$0(\frac{1}{2}^+)$	Σ^0	1192,6	-1	$1(\frac{1}{2}^+)$
Σ^+	1189,4	-1	$1(\frac{1}{2}^+)$	Σ^-	1197,4	-1	$1(\frac{1}{2}^+)$

35. CLEBSCH-GORDAN COEFFICIENTS, SPHERICAL HARMONICS, AND d FUNCTIONS

Note: A square-root sign is to be understood over *every* coefficient, e.g., for $-8/15$ read $-\sqrt{8/15}$.

Notation:

J	J	...
M	M	...
m_1	m_2	
m_1	m_2	Coefficients
$\vdots$	$\vdots$	

$1/2 \times 1/2$

1	0
+1/2 +1/2	1
+1/2 -1/2	1/2 1/2
-1/2 +1/2	1/2 -1/2
-1/2 -1/2	1

 $Y_1^0 = \sqrt{\frac{3}{4\pi}} \cos \theta$
 $2 \times 1/2$

5/2	3/2
+5/2	1
+2 +1/2	1
+2 -1/2	1/5 4/5
+1 +1/2	4/5 -1/5
+1 -1/2	2/5 3/5
0 +1/2	3/5 -2/5
0 -1/2	2/5 3/5
-1 +1/2	3/5 -2/5
-1 -1/2	1/5 4/5
-2 +1/2	1/5 -4/5
-2 -1/2	1

 $Y_1^1 = -\sqrt{\frac{3}{8\pi}} \sin \theta e^{i\phi}$
 $1 \times 1/2$

3/2	1/2
+3/2	1
+1 +1/2	1
+1 -1/2	1/3 2/3
0 +1/2	2/3 -1/3
0 -1/2	1/3 2/3
-1 +1/2	2/3 -1/3
-1 -1/2	1

 $Y_2^0 = \sqrt{\frac{5}{4\pi}} \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right)$
 $3/2 \times 1/2$

5/2	3/2
+5/2	1
+3/2 +1/2	1
+3/2 -1/2	1/4 3/4
+1/2 +1/2	3/4 -1/4
+1/2 -1/2	1/2 1/2
-1/2 +1/2	1/2 -1/2
-1/2 -1/2	1

 $Y_2^1 = -\sqrt{\frac{15}{8\pi}} \sin \theta \cos \theta e^{i\phi}$
 2×1

3	2
+3	1
+2 +1	1
+2 -1	1/15 1/3
+1 0	8/15 1/6 -3/10
+1 -1	2/5 -1/2 1/10
0 +1	1/5 -1/2 3/10
0 0	3/5 0 -2/5
-1 +1	1/5 -1/2 3/10
-1 0	8/15 -1/6 -3/10
-1 -1	2/5 -1/2 1/10
-2 +1	1/15 -1/3 3/5
-2 0	2/5 1/2 1/10
-2 -1	1/15 -1/3 3/5

 $Y_2^2 = \frac{1}{4} \sqrt{\frac{15}{2\pi}} \sin^2 \theta e^{2i\phi}$
 $3/2 \times 3/2$

5/2	3/2
+5/2	1
+3/2 +1/2	1
+3/2 -1/2	1/5 1/2 3/10
+1/2 +1/2	3/5 0 -2/5
+1/2 -1/2	1/5 -1/2 3/10
0 +1/2	18/35 -3/35 -1/5 1/5
0 0	4/35 -27/70 2/5 -1/10
-1 +1/2	18/35 -3/35 -1/5 1/5
-1 0	4/35 -27/70 2/5 -1/10
-1 -1/2	18/35 -3/35 -1/5 1/5
-2 +1/2	18/35 -3/35 -1/5 1/5
-2 0	4/35 -27/70 2/5 -1/10
-2 -1/2	18/35 -3/35 -1/5 1/5

 $Y_\ell^{-m} = (-1)^m Y_\ell^{m*}$
 $d_{m,0}^\ell = \sqrt{\frac{4\pi}{2\ell+1}} Y_\ell^m e^{-im\phi}$
 $\langle j_1 j_2 m_1 m_2 | j_1 j_2 J M \rangle$
 $= (-1)^{J-j_1-j_2} \langle j_2 j_1 m_2 m_1 | j_2 j_1 J M \rangle$
 $2 \times 3/2$

7/2	5/2
+7/2	1
+2 +3/2	1
+2 -1/2	1/7 16/35 2/5
+1 +1/2	4/7 1/35 -2/5
+1 -1/2	2/7 -18/35 1/5
0 +3/2	12/35 6/35 2/5 2/5
0 0	12/35 5/14 0 -3/10
-1 +3/2	18/35 -3/35 -1/5 1/5
-1 0	4/35 -27/70 2/5 -1/10
-1 -1/2	18/35 -3/35 -1/5 1/5
-2 +3/2	18/35 -3/35 -1/5 1/5
-2 0	4/35 -27/70 2/5 -1/10
-2 -1/2	18/35 -3/35 -1/5 1/5

 $d_{m,m}^j = (-1)^{m-m'} d_{m,m'}^j = d_{-m,-m'}^j$
 $3/2 \times 3/2$

3	2
+3	1
+3/2 +3/2	1
+3/2 +1/2	1/2 1/2
+1/2 +3/2	1/2 -1/2
+3/2 -1/2	1/5 1/2 3/10
+1/2 +1/2	3/5 0 -2/5
+1/2 -1/2	1/5 -1/2 3/10
0 +3/2	12/35 6/35 2/5 2/5
0 0	12/35 5/14 0 -3/10
-1 +3/2	18/35 -3/35 -1/5 1/5
-1 0	4/35 -27/70 2/5 -1/10
-1 -1/2	18/35 -3/35 -1/5 1/5
-2 +3/2	18/35 -3/35 -1/5 1/5
-2 0	4/35 -27/70 2/5 -1/10
-2 -1/2	18/35 -3/35 -1/5 1/5

 $d_{0,0}^1 = \cos \theta$
 $d_{1/2,1/2}^{1/2} = \cos \frac{\theta}{2}$
 $d_{1,1}^1 = \frac{1 + \cos \theta}{2}$
 $d_{1/2,-1/2}^{1/2} = -\sin \frac{\theta}{2}$
 $d_{1,0}^1 = -\frac{\sin \theta}{\sqrt{2}}$
 $d_{1,-1}^1 = \frac{1 - \cos \theta}{2}$
 2×2

4	3
+4	1
+2 +2	1
+2 -1/2	1/2 1/2
+1 +1/2	1/2 -1/2
+1 -1/2	1/2 1/2
0 +2	3/14 1/2 2/7
0 0	4/7 0 -3/7
-1 +2	3/14 -1/2 2/7
-1 0	4/7 0 -3/7
-1 -1/2	1/2 1/2
-2 +2	3/14 1/2 2/7
-2 0	4/7 0 -3/7
-2 -1/2	1/2 -1/2

 $d_{3/2,3/2}^{3/2} = \frac{1 + \cos \theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$
 $d_{3/2,1/2}^{3/2} = -\sqrt{3} \frac{1 + \cos \theta}{2} \sin \frac{\theta}{2}$
 $d_{3/2,-1/2}^{3/2} = \sqrt{3} \frac{1 - \cos \theta}{2} \cos \frac{\theta}{2}$
 $d_{3/2,-3/2}^{3/2} = -\frac{1 - \cos \theta}{2} \sin \frac{\theta}{2}$
 $d_{1/2,1/2}^{3/2} = \frac{3 \cos \theta - 1}{2} \cos \frac{\theta}{2}$
 $d_{1/2,-1/2}^{3/2} = -\frac{3 \cos \theta + 1}{2} \sin \frac{\theta}{2}$
 $d_{2,2}^2 = \left(\frac{1 + \cos \theta}{2} \right)^2$
 $d_{2,1}^2 = -\frac{1 + \cos \theta}{2} \sin \theta$
 $d_{2,0}^2 = \frac{\sqrt{6}}{4} \sin^2 \theta$
 $d_{2,-1}^2 = -\frac{1 - \cos \theta}{2} \sin \theta$
 $d_{2,-2}^2 = \left(\frac{1 - \cos \theta}{2} \right)^2$
 $d_{1,1}^2 = \frac{1 + \cos \theta}{2} (2 \cos \theta - 1)$
 $d_{1,0}^2 = -\sqrt{\frac{3}{2}} \sin \theta \cos \theta$
 $d_{1,-1}^2 = \frac{1 - \cos \theta}{2} (2 \cos \theta + 1)$
 $d_{0,0}^2 = \left(\frac{3}{2} \cos^2 \theta - \frac{1}{2} \right)$

Figure 35.1: The sign convention is that of Wigner (*Group Theory*, Academic Press, New York, 1959), also used by Condon and Shortley (*The Theory of Atomic Spectra*, Cambridge Univ. Press, New York, 1953), Rose (*Elementary Theory of Angular Momentum*, Wiley, New York, 1957), and Cohen (*Tables of the Clebsch-Gordan Coefficients*, North American Rockwell Science Center, Thousand Oaks, Calif., 1974). The coefficients here have been calculated using computer programs written independently by Cohen and at LBNL.