

1) Elektrisk felt i sentrum av kvadrat A:

Alle 4 punktladninger bidrar i dette punktet med et elektrisk felt som peker langs en av kvadratets to diagonaler, 2 på skrå nedover mot høyre og 2 på skrå nedover mot venstre. Avstanden fra et hjørne inn til sentrum er $a/\sqrt{2}$. Horisontale komponenter kansellerer, slik at det totale feltet peker loddrett nedover. Komponenter nedover finner vi ved å multiplisere hvert feltbidrag med en faktor $\cos 45^\circ$, dvs med en faktor $1/\sqrt{2}$. Feltstyrken i sentrum blir derfor

$$E = 4 \cdot \frac{q}{4\pi\epsilon_0(a/\sqrt{2})^2} \cdot \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}q}{\pi\epsilon_0 a^2}.$$

Potensial midt på en sidekant av kvadrat D:

I disse posisjonene er det parvis like store avstander til q og $-q$, slik at totalt potensial blir $V = 0$.

Dipolmoment til kvadrat B:

Dette er summen av to enkle dipoler qa , begge med retning mot venstre. Totalt dipolmoment er da $p = 2qa$ med retning mot venstre.

2) Vi ser fra figuren at $\mathbf{E} = E_0(\hat{x} + \hat{y})$, med en eller annen positiv konstant E_0 (med enhet V/m). Vi har den generelle sammenhengen

$$\mathbf{E} = -\nabla V$$

mellom elektrisk felt og elektrisk potensial. Med andre ord, $V(x, y)$ må være en funksjon av x og y som er slik at (partiell) derivasjon mhp x gir en konstant E_0 og (partiell) derivasjon mhp y gir samme konstant. (Mens derivasjon mhp z gir null.) Dvs, $\partial V/\partial x = -E_x = -E_0$ og $\partial V/\partial y = -E_y = -E_0$. Den mest generelle funksjonen som oppfyller dette er $V(x, y) = V_0 - E_0(x + y)$.

3) Dreiemomentet som virker på en elektrisk dipol $\mathbf{p}$ som befinner seg i et ytre elektrisk felt $\mathbf{E}_0$ er gitt ved

$$\boldsymbol{\tau} = \mathbf{p} \times \mathbf{E}_0.$$

Her gir bruk av høyrehåndsregelen for kryssproduktet en vektor som peker inn i planet. Det tilsvarer et dreiemoment som vil rotere dipolen med klokka. Absoluttverdien er

$$\tau = pE_0 \sin \phi.$$

Bare grafen i figur C passer med dette.

4) Metallstykket er en elektrisk leder, som er et ekvipotensial, dvs $V_1 = V_2 = V_3$, og det er ingen feltlinjer inne i metallstykket. Det går feltlinjer inn mot metallstykkets høyre negativt ladde side, på en slik måte at feltlinjene kommer vinkelrett inn mot metalloverflaten. Og det går feltlinjer vinkelrett ut fra metallstykkets venstre side. Disse feltlinjene vil ende opp på plastpinnens negative ladninger og på metallstykkets negative ladninger på høyre side. Vi har ikke nok informasjon til å si nøyaktig hvordan dette vil se ut.

5) Kretsen er en seriekobling av R og parallellkoblingen (de fire lengst til høyre) av R og $R + R + R = 3R$. Kretsens totale ("ekvivalente") resistans blir dermed

$$R_{\text{tot}} = R + (1/R + 1/3R)^{-1} = R + 3R/4 = 7R/4,$$

og strømmen I blir

$$I = V_0/R_{\text{tot}} = 4V_0/7R.$$

Med oppgitte tallverdier blir $I = 3.6$ A.

6) Siden hver enkelt sammenhengende lederbit er elektrisk nøytral, blir det *lik ladning* $\pm Q$ på hver av de tre seriekoblede kapasitansene. Den påtrykte spenningen V_0 fordeler seg med $Q/2C$ på hver av kapasitansene $2C$ og med Q/C på kapasitansen C . Med andre ord,

$$V_0 = Q/2C + Q/C + Q/2C = 2Q/C,$$

slik at $Q = V_0C/2 = 30 \cdot 30/2 = 450$ nC. Spenningen blir $V_0/4 = 7.5$ V over hver av kapasitansene $2C$ og $V_0/2 = 15$ V over kapasitansen C .

7) Kretsens tidskonstant er $\tau = RC$. Ved $t = 0$ er strømmen $I(0) = V_0/R$. Den avtar med tiden t slik:

$$I(t) = I(0) \exp(-t/RC).$$

Her ønsker vi at $I = I(0)/20$ når $t = 15$ s, dvs $\exp(-t/RC) = 1/20$, dvs $\exp(t/RC) = 20$, dvs $C = t/(R \ln 20)$, som med $t = 15$ s og $R = 7500 \Omega$ gir $C = 0.67$ mF.

8) Vi har i utgangspunktet spenningen V_0 over 2 i serie med (3 og 4 i parallell). I alt representerer dette en motstand $R + (1/R + 1/R)^{-1} = 3R/2$, og dermed en strøm $2V_0/3R$ i denne grenen av kretsen. Denne går i sin helhet gjennom 2. Halvparten går gjennom 3 og 4, dvs $V_0/3R$ gjennom hver av disse. Over nr 1 har vi en spenning V_0 , slik at strøm gjennom 1 blir V_0/R .

Med 4 utskrudd ligger spenningen V_0 over 2 i serie med 3, som er en motstand $R + R = 2R$, og dermed er strømmen gjennom disse $V_0/2R$. Vi har fortsatt spenning V_0 over 1, og ingen endring i strøm gjennom den. Dermed: 1 uendret, 2 svakere, 3 sterkere.

9) Selv om vi forbinder A og B med en motstandsfri leder (dvs kortslutter mellom A og B), vil det både før og etter være en spenning V_0 over pære 1. Strømmen gjennom 1 blir derfor V_0/R enten vi kortslutter mellom A og B eller ikke.

Men kortslutning mellom A og B betyr null spenning over 2, og dermed ingen strøm gjennom 2. Dvs, 2 slokker.

Med likt potensial i A og B ser vi at vi nå har en spenning V_0 også over 3 og 4, så dermed strøm V_0/R gjennom hver av disse.

Dermed: 1 uendret, 2 slokker, 3 og 4 sterkere.

10) Kretsens totale motstand (1 i parallell med en seriekobling av 2 og (3 og 4 i parallell)):

$$R_{\text{tot}} = (1/R + 2/3R)^{-1} = 3R/5.$$

Total strøm levert av spenningskilden er

$$I = V_0/R_{\text{tot}} = 5V_0/3R.$$

Effekttapet i kretsen:

$$P = V_0I = 5V_0^2/3R = 5 \cdot 900/3 \cdot 17 = 88 \text{ W}.$$

11) Den magnetiske kraften qvB forårsaker sirkelbevegelse med radius r , og dermed sentripetalakselerasjon v^2/r , dvs $qvB = mv^2/r$, som gir $m = qBr/v = eBr/v$ når partiklenes ladning er e . Innsetting av tallverdier gir

$$m = 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.0580 \cdot 0.0322/250 = 720 \text{ u},$$

som tilsvarer $N = 720$ nukleoner. Med 12 nukleoner pr karbonatom blir kjemisk formel C_{60}^+ ; for eksempel såkalte *buckyballs*.

12) Indusert spenning: $\Delta V = d\phi/dt = BdA/dt = Bhv$. Gir indusert strøm $I = \Delta V/R = Bhv/R$, og dermed magnetisk kraft $F = IhB = B^2h^2v/R$.

13) Kirchhoffs spenningsregel (K2) gir $V_0 \cos \omega t = Q/C$, og dermed $I(t) = dQ/dt = -V_0\omega C \sin \omega t$. Følgelig en strøamplitude

$$I_0(\omega) = V_0 C \omega,$$

lineært voksende med frekvensen.

14) K2 gir $V_0 \cos \omega t = L dI/dt$, som betyr at vi må ha $I(t) = (V_0/\omega L) \sin \omega t$. Følgelig en strøamplitude

$$I_0(\omega) = V_0/(\omega L),$$

omvendt proporsjonal med frekvensen.

15) K2 gir $-L dI/dt - Q/C = 0$, som med $I = dQ/dt$ gir $d^2Q/dt^2 + Q/LC = 0$. Dette er ligningen for en enkel (udempet) harmonisk oscillator med vinkelfrekvens $\omega = 1/\sqrt{LC}$, dvs periode $T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi \cdot \sqrt{8.3 \cdot 10^{-3} \cdot 3.8 \cdot 10^{-6}} \simeq 1.1 \cdot 10^{-3} \text{ s} = 1.1 \text{ ms}$.
