

Løsningsforslag kjemidel eksamen

IFYKJ Fysikk/kjemi

Vår 2022

Oppgave 1

a) Hvor mange nøytroner er det i ${}^{234}_{90}\text{Th}$?

$$Z = 90$$

$$A = 234$$

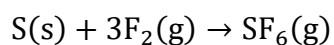
$$\text{Antall nøytroner} = A - Z = 234 - 90 = \mathbf{144}$$

b) Hvilke(n) av disse er ionisk(e) forbindelse(er)?



Oppgave 2

a) Svovel og fluor reagerer og danner svovelheksafluorid i henhold til følgende reaksjonsligning:



50,0 g S reagerer med 105 g F₂. Beregn hvor mange gram SF₆ som kan bli dannet.

$$n_{\text{S}} = \frac{m_{\text{S}}}{M_{\text{S}}} = \frac{50 \text{ g}}{32,06 \text{ g/mol}} = 1,56 \text{ mol}$$

$$n_{\text{F}_2} = \frac{m_{\text{F}_2}}{M_{\text{F}_2}} = \frac{105 \text{ g}}{38,00 \text{ g/mol}} = 2,76 \text{ mol}$$

Hvis alt S reagerer:

$$\frac{n_{\text{F}_2}}{n_{\text{S}}} = \frac{3}{1}$$

$$n_{\text{F}_2} = 3n_{\text{S}} = 3 \times 1,56 \text{ mol} = 4,68 \text{ mol}$$

Hvis alt S reagerer trengs 4,68 mol F₂.

Hvis alt F₂ reagerer:

$$\frac{n_{\text{S}}}{n_{\text{F}_2}} = \frac{1}{3}$$

$$n_{\text{S}} = \frac{1}{3}n_{\text{F}_2} = \frac{1}{3} \times 2,76 \text{ mol} = 0,920 \text{ mol}$$

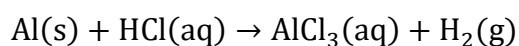
Hvis alt F₂ reagerer trengs 0,920 mol S.

F₂ begrensende reaktant.

$$n_{\text{SF}_6} = \frac{1}{3}n_{\text{F}_2} = \frac{1}{3} \times 2,76 \text{ mol} = 0,920 \text{ mol}$$

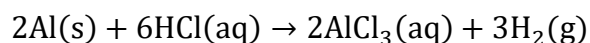
$$m_{\text{SF}_6} = M_{\text{SF}_6} \times n_{\text{SF}_6} = 146,06 \text{ g/mol} \times 0,92 \text{ mol} = \mathbf{134 \text{ g}}$$

b) 2,0 g aluminium reagerer med HCl i henhold til følgende ubalanserte reaksjonsligning:



Beregn hvor mange liter H₂ som dannes ved 0°C og 1,0 atm.

Balansert reaksjonsligning:



$$n_{\text{Al}} = \frac{m_{\text{Al}}}{M_{\text{Al}}} = \frac{2,0}{26,98 \text{ g/mol}} = 0,0741 \text{ mol}$$

$$\frac{n_{\text{H}_2}}{n_{\text{Al}}} = \frac{3}{2}$$

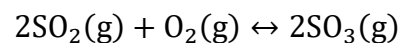
$$n_{\text{H}_2} = \frac{3}{2} n_{\text{Al}} = \frac{3}{2} \times 0,07413 \text{ mol} = 0,111 \text{ mol}$$

$$pV = nRT$$

$$V = \frac{nRT}{p} = \frac{0,111 \text{ mol} \times 0,082057 \text{ Latm/Kmol} \times 273 \text{ K}}{1,0 \text{ atm}} = \mathbf{2,5 \text{ L}}$$

Oppgave 3

Gitt følgende reversible reaksjon:



En tom, lukket beholder med volum $30,0 \text{ dm}^3$ tilføres $10,0 \text{ mol O}_2(\text{g})$ og $20,0 \text{ mol SO}_2(\text{g})$. Temperaturen er 350°C og ved likevekt viser en analyse at det er $8,0 \text{ mol SO}_2(\text{g})$ i beholderen.

a) Hva er konsentrasjonen av SO_3 i mol/L ved likevekt?

$$[\text{O}_2] = \frac{10,0 \text{ mol}}{30,0 \text{ L}} = 0,333 \text{ mol/L}$$

$$[\text{SO}_2] = \frac{20,0 \text{ mol}}{30,0 \text{ L}} = 0,667 \text{ mol/L}$$

	$2\text{SO}_2(\text{g}) + \text{O}_2(\text{g}) \leftrightarrow 2\text{SO}_3(\text{g})$		
Ved start	0,667	0,333	0
Endring	-2x	-x	2x
Ved likevekt	0,667-2x	0,333-x	2x

$$[\text{SO}_2] = 0,667 - 2x = \frac{8,0 \text{ mol}}{30,0 \text{ L}} = 0,267 \text{ mol/L}$$

$$x = \frac{0,667 - 0,267}{2} = 0,200$$

$$[\text{SO}_3] = 2x = 2 \times 0,200 = \mathbf{0,40 \text{ mol/L}}$$

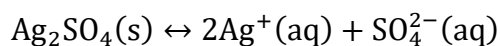
b) Hva er likevektskonstanten ved den aktuelle temperaturen?

$$[\text{O}_2] = 0,333 - x = 0,333 - 0,2 = 0,133 \text{ mol/L}$$

$$K_c = \frac{[\text{SO}_3]^2}{[\text{SO}_2]^2[\text{O}_2]} = \frac{0,400^2}{0,267^2 \times 0,133} = 17$$

Oppgave 4

a) En kolbe med vann er varmet opp til 90°C og tilsatt en mengde $\text{Ag}_2\text{SO}_4(\text{s})$ slik at alt løses opp. Temperaturen reduseres deretter til 20°C og noe Ag_2SO_4 felles ut. En analyse viser at løsningen inneholder 0,028 M Ag^+ -ioner. Beregn K_{sp} for Ag_2SO_4 ved 20°C.



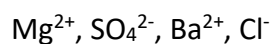
Antar 1 L løsning

$$n_{\text{Ag}^+} = 0,028 \text{ mol/L} \times 1 \text{ L} = 0,0280 \text{ mol}$$

$$n_{\text{SO}_4^{2-}} = \frac{1}{2} n_{\text{Ag}^+} = \frac{1}{2} \times 0,028 \text{ mol} = 0,0140 \text{ mol}$$

$$K_{\text{sp}} = [\text{Ag}^+]^2[\text{SO}_4^{2-}] = (0,0280)^2(0,0140) = 1,1 \times 10^{-5}$$

b) En MgSO_4 -løsning blandes med en BaCl_2 -løsning ved 25°C og det dannes et bunnfall. Bruk vedlagt tabell for å finne ut hva som har blitt utfelt.



4 kombinasjoner: MgSO_4 , MgCl_2 , BaSO_4 , BaCl_2

BaSO₄

Oppgave 5

a) Beregn hvor mye vann i mL som må tilsettes for å fortynne 75,0 mL 0,010 M HNO₃ til en løsning med pH på 3,0.

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-3,0} \text{ mol/L}$$

$$[HNO_3] = 10^{-3,0} \text{ mol/L}$$

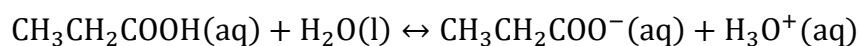
$$n_{HNO_3} = 0,010 \text{ mol/L} \times 0,0750 \text{ L} = 7,5 \times 10^{-4} \text{ mol}$$

$$V = \frac{7,5 \times 10^{-4} \text{ mol}}{10^{-3} \text{ mol/L}} = 0,75 \text{ L}$$

$$V = 0,75 \text{ L} - 0,075 \text{ L} = 0,675 \text{ L} = \mathbf{675 \text{ mL}}$$

b) Beregn hvor mange gram CH₃CH₂COOH som må løses i 350,0 mL vann for at løsningen skal ha pH = 2,85 ved 25°C.

$$K_a(\text{CH}_3\text{CH}_2\text{COOH}) = 1,35 \times 10^{-5}$$



$$\text{pH} = 2,85$$

$$[H^+] = 10^{-pH} = 10^{-2,85} = 0,0014125 \text{ mol/L}$$

	$\text{CH}_3\text{CH}_2\text{COOH}(\text{aq}) + \text{H}_2\text{O}(\text{l}) \leftrightarrow \text{CH}_3\text{CH}_2\text{COO}^-(\text{aq}) + \text{H}_3\text{O}^+(\text{aq})$			
Ved start	x	-	0	0
Endring	x - 0,0014125	-	0,0014125	0,0014125
Ved likevekt	x - 0,0014125	-	0,0014125	0,0014125

$$K_a = \frac{[\text{CH}_3\text{CH}_2\text{COO}^-][\text{H}_3\text{O}^+]}{[\text{CH}_3\text{CH}_2\text{COOH}]} = \frac{0,0014125 \times 0,0014125}{x - 0,0014125} = 1,35 \times 10^{-5}$$

$$[\text{CH}_3\text{CH}_2\text{COOH}] = x = 0,1492 \text{ mol/L}$$

$$n_{\text{CH}_3\text{CH}_2\text{COOH}} = c \times V = 0,1492 \text{ mol/L} \times 0,3500 \text{ L} = 0,05222 \text{ mol}$$

$$m_{\text{CH}_3\text{CH}_2\text{COOH}} = M_{\text{CH}_3\text{CH}_2\text{COOH}} \times n_{\text{CH}_3\text{CH}_2\text{COOH}} = 74,078 \text{ g/mol} \times 0,05222 \text{ mol} = \mathbf{3,87 \text{ g}}$$

Felles mekanikkdel

Oppgave 6

Skal bestemme tiden det tar før en kule som kastes horisontalt ut fra et bord i høyde h , treffer bakken. Med neglisjerbar luftmotstand er akselerasjonen i y -retningen (vertikalretningen) lik g , og med null startfart i y -retning får vi bevegelseslikningen

$$y = \frac{1}{2}gt^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{g}}$$

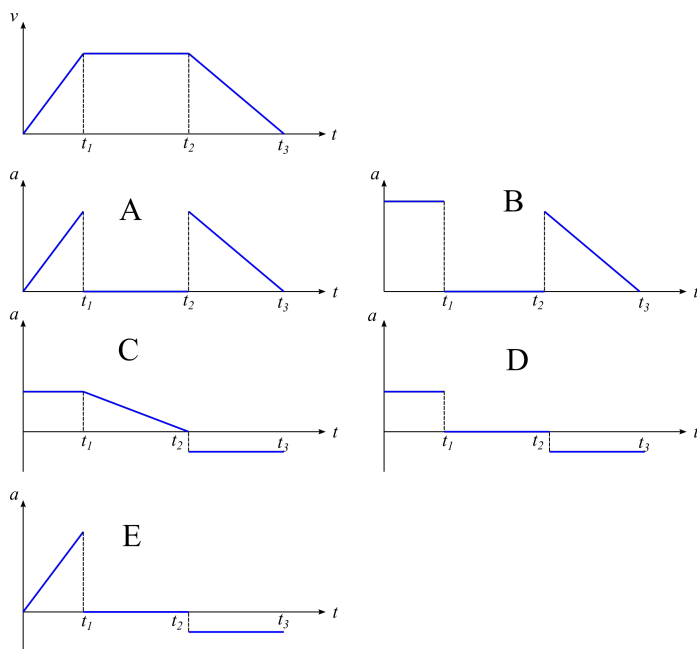
Randomisert oppgave:

Variant	Tallverdi
$h = 1,0 \text{ m}$	$t = 0,45 \text{ s}$
$h = 1,5 \text{ m}$	$t = 0,55 \text{ s}$
$h = 1,9 \text{ m}$	$t = 0,62 \text{ s}$

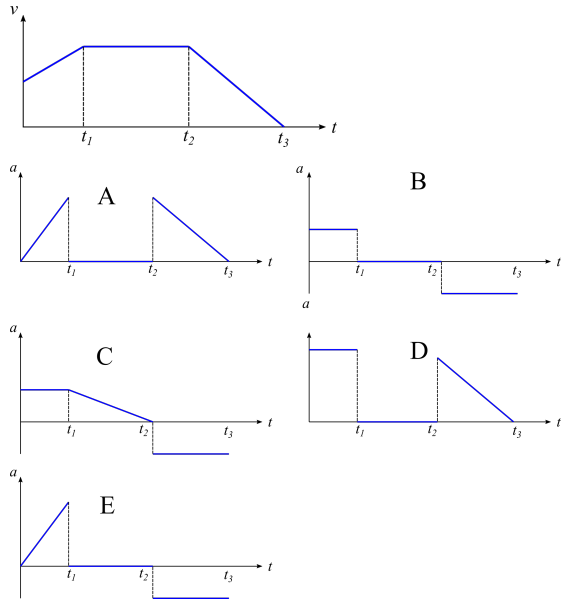
Oppgave 7

Ettersom $a = dv/dt$, vil akselerasjonsgrafen vise verdien av den deriverte (stigningstallet) til fartsgrafen. Dette er en randomisert oppgave:

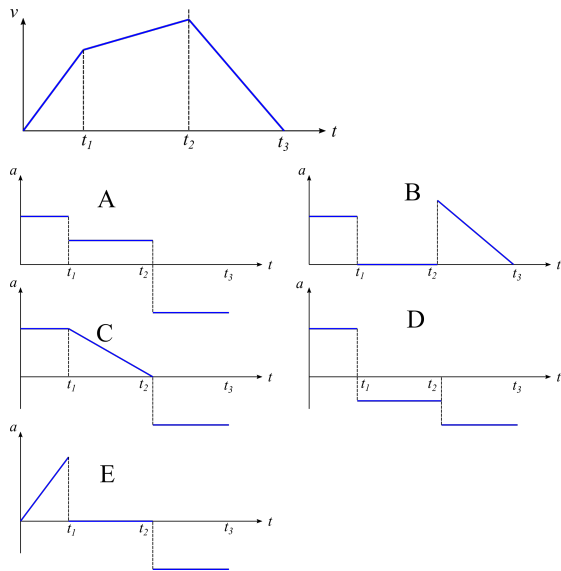
Variant 1



Riktig alternativ: D (jevnt økende fart - konstant fart - jevnt avtakende fart).

Variant 2

Riktig alternativ: B (jevnt økende fart - konstant fart - jevnt avtakende fart).

Variant 3

Riktig alternativ: A (jevnt økende fart - jevnt økende fart - jevnt avtakende fart).

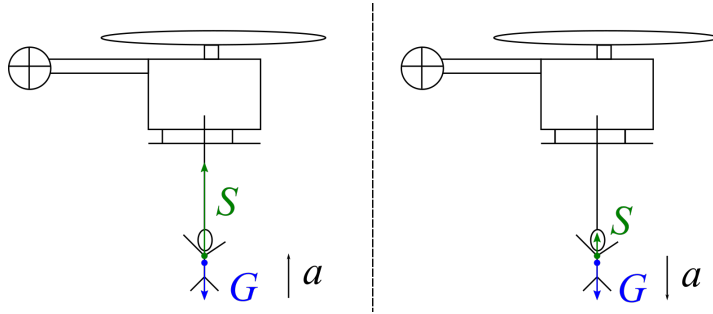
Oppgave 8

Ut i fra uavhengighetsprinsippet, dvs. at bevegelsene i horisontal- og vertikalretningen skjer uavhengig av hverandre, vil de to kulene bruke like lang tid på å falle samme vertikale strekning.

Riktig svar: **Kulene vil treffe underlaget samtidig.**

Oppgave 9

Figuren under viser kreftene som virker på personen (tyngden G og draget S fra kabelen) i to situasjoner: personen akselereres oppover (venstre) og nedover (høyre).



a) Newtons 2. lov på personen ved akselerasjon oppover (som settes som positiv retning):

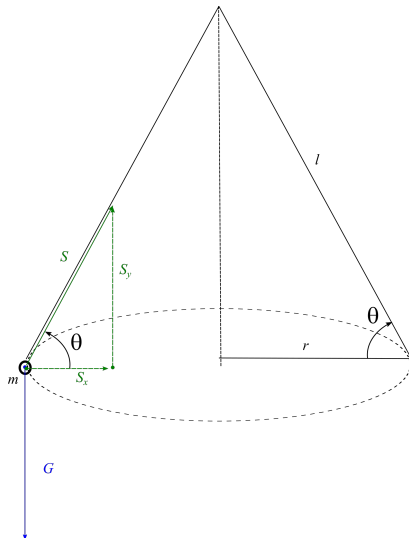
$$\begin{aligned}
 \sum F &= ma \\
 S - mg &= ma \\
 S &= m(a + g) \\
 &= 60 \text{ kg } (5,0 \text{ m/s}^2 + 9,81 \text{ m/s}^2) \\
 &= \underline{\underline{8,9 \cdot 10^2 \text{ N}}}
 \end{aligned}$$

b) Newtons 2. lov på personen ved akselerasjon nedover (setter positiv retning nedover):

$$\begin{aligned}
 \sum F &= ma \\
 mg - S &= ma \\
 S &= m(g - a) \\
 &= 60 \text{ kg } (9,81 \text{ m/s}^2 - 5,0 \text{ m/s}^2) \\
 &= \underline{\underline{2,9 \cdot 10^2 \text{ N}}}
 \end{aligned}$$

Oppgave 10

a) Figuren under viser kreftene som virker på steinen når den svinges rundt i en horisontal sirkel i en snor med lengde l som danner en vinkel θ med horisontalplanet:



Ettersom steinen ikke beveger seg i y -retningen, er

$$S_y = mg,$$

Newtons 2. lov for sirkelbevegelsen gir:

$$\begin{aligned} \sum F_x &= ma_x \\ S_x &= m \cdot \frac{v^2}{r} \end{aligned} \quad (\text{Formel for sentripetalaks.})$$

Fra trigonometri er dessuten

$$S_y = S_x \tan \theta = mg \tan \theta \Rightarrow S_x = \frac{mg}{\tan \theta},$$

slik at

$$\begin{aligned} \frac{mg}{\tan \theta} &= m \cdot \frac{v^2}{r} \\ v &= \sqrt{\frac{gr}{\tan \theta}} \end{aligned}$$

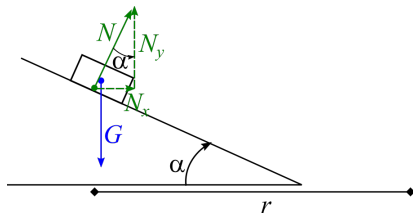
Fra figuren er radiusen r i sirkelen gitt ved

$$r = l \cos \theta,$$

som gir

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{\frac{gr}{\tan \theta}} \\ &= \sqrt{\frac{gl \cos \theta}{\tan \theta}} \\ &= \sqrt{\frac{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1,3 \text{ m} \cdot \cos 30^\circ}{\tan 30^\circ}} \\ &= 4,37 \text{ m/s} \\ &\approx \underline{\underline{4,4 \text{ m/s}}} \end{aligned}$$

b) Figuren viser kreftene som virker på bilen: normalkraften N og tyngden G (det er ingen friksjon):



Newtons 1. lov i y -retningen gir

$$N_y = mg$$

Det er x -komponenten av normalkrafta som har retning inn mot sentrum av sirkelen, og som gir bilen en sentripetalakselerasjon:

$$N_x = \frac{mv^2}{r}$$

Videre er

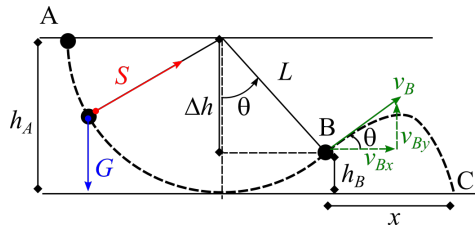
$$N_x = N_y \tan \alpha = mg \tan \alpha,$$

slik at

$$mg \tan \alpha = m \frac{v^2}{r} \Rightarrow v = \underline{\underline{\sqrt{gr \tan \alpha}}}$$

Oppgave 11

a) Figuren under viser bevegelsen til legemet fra snora slippes i A til snora ryker i punkt B.



Ettersom snordraget S hele tiden står vinkelrett på farten til legemet, gjør ikke S noe arbeid - dvs. kun tyngden virker, og mekanisk energi er bevart. Det gir følgende energiregnskap fra A til B når kula slippes fra ro i A, og nullnivå for potensiell energi velges på bakkenivå (punkt C):

$$\begin{aligned} mgh_A &= \frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B \\ gh_A &= \frac{1}{2}v_B^2 + gh_B \\ v_B &= \sqrt{2g(h_A - h_B)} \end{aligned}$$

Ut i fra figuren er høydeforskjellen mellom A og B lik

$$\begin{aligned} \Delta h &= h_A - h_B \\ &= L \cos \theta \end{aligned}$$

Det gir at

$$\begin{aligned} v_B &= \sqrt{2g\Delta h} \\ &= \sqrt{2gL \cos \theta} \\ &= \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 3,5 \text{ m} \cdot \cos 50^\circ} \\ &= 6,63 \text{ m/s} \\ &\approx \underline{\underline{6,6 \text{ m/s}}} \end{aligned}$$

b) Skal finne den horisontale avstanden mellom B og C, dvs. lengden x på figuren. Etter at snora er røket, vil legemet følge en vanlig kasteparabel, der bevegelseslikningene for horisontal- og vertikalretningen er gitt ved (pos. retning hhv. mot høyre og oppover)

$$x = v_{0x}t, \quad y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2,$$

der startfartskomponentene er

$$v_{0x} = v_{Bx} = v_B \cos \theta, \quad v_{0y} = v_{By} = v_B \sin \theta.$$

Finner falltiden t (ettersom pos. retning er oppover, er $y = -1,3 \text{ m}$ i punkt C):

$$\begin{aligned} y &= v_B \sin \theta t - \frac{1}{2}gt^2 \\ -1,3 &= 6,63 \sin 50^\circ - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 \end{aligned} \quad (\text{Setter inn tall uten enheter})$$

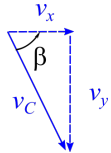
Får at

$$t = 1,25 \text{ s},$$

som gir at

$$\begin{aligned}
 x &= v_B \cos \theta \cdot t \\
 &= 6,63 \text{ m/s} \cdot \cos 50^\circ \cdot 1,25 \text{ s} \\
 &= 5,33 \text{ m} \\
 &\approx \underline{\underline{5,3 \text{ m}}}
 \end{aligned}$$

c) Vi kan bestemme komponentene til fartsvektoren $\vec{v}_C = [v_x, v_y]$ i punkt C ut fra bevegelseslikningene for farten. x -komponenten til farten er konstant (lik verdien i B), mens farten i y -retning er gitt fra likninga med konstant akselerasjon. Fartsvektoren ved nedslaget er illustrert på figuren under:



$$v_x = v_{Bx} = v_B \cos \theta, \quad v_y = v_{By} - gt = v_B \sin \theta - gt$$

Verdien til farten er gitt ved

$$\begin{aligned}
 v_C &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\
 &= \sqrt{(v_B \cos \theta)^2 + (v_B \sin \theta - gt)^2} \\
 &= \sqrt{(6,63 \text{ m/s} \cos 50^\circ)^2 + (6,63 \text{ m/s} \sin 50^\circ - 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1,25 \text{ s})^2} \\
 &= 8,35 \text{ m/s} \\
 &\approx \underline{\underline{8,4 \text{ m/s}}}
 \end{aligned}$$

Vinkelen β mellom fartsvektoren og horisontalretningen:

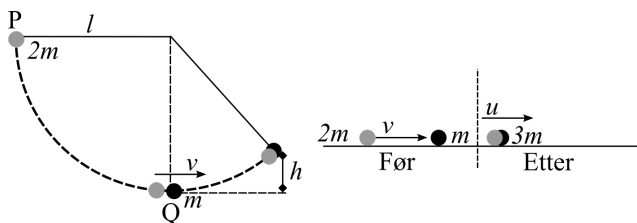
$$\begin{aligned}
 \tan \beta &= \left| \frac{v_y}{v_x} \right| \\
 &= \left| \frac{6,63 \text{ m/s} \sin 50^\circ - 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 1,25 \text{ s}}{6,63 \text{ m/s} \cos 50^\circ} \right| \\
 &= 1,69
 \end{aligned}$$

$$\beta = \tan^{-1} 1,69 = 59,4^\circ$$

$$\beta \approx \underline{\underline{59^\circ}}$$

Oppgave 12

Kule P har masse $2m$ og slippes fra horisontal stilling til den treffer kule Q med masse m . De støter sammen i et fullstendig uelastisk støt og blir hengende sammen som et felleslegeme med masse $3m$ etter støtet. De når en maksimal høyde h over kollisjonspunktet som skal bestemmes. Situasjonen er illustrert på figuren under:



Kule P sin mekaniske energi er konstant i løpet av halvsirkelen før den treffer Q med (den horisontale) farten v :

$$2mgl = \frac{1}{2} \cdot 2mv^2 \Rightarrow v = \sqrt{2gl}$$

Bevaring av bevegelsesmengde i støtøyeblikket:

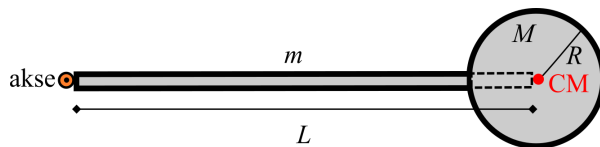
$$\begin{aligned} \sum_{\text{før}} p &= \sum_{\text{etter}} p \\ 2m \cdot v + 0 &= 3m \cdot u \\ u &= \frac{2}{3}v \end{aligned}$$

Mekanisk energi for felleslegemet er igjen bevart idet det svinger opp til en maksimal høyde h (velger nullnivå for pot. energi i kollisjonspunktet):

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} \cdot 3m \cdot u^2 &= 3m \cdot gh \\ h &= \frac{1}{2} \frac{u^2}{g} \\ &= \frac{1}{2g} \cdot \left(\frac{2}{3}v\right)^2 \\ &= \frac{1}{2g} \cdot \frac{4}{9} \cdot v^2 \\ &= \frac{1}{2g} \cdot \frac{4}{9} \cdot 2gl \\ &= \frac{4}{9}l \end{aligned}$$

Oppgave 13

Figuren under viser et stivt legeme bestående av en stiv stang med lengde L og masse m , og en kule med masse M og radius R med sentrum i den ene enden av stanga. Vi skal bestemme treghetsmomentet om en akse gjennom den andre enden av stanga, slik figuren under viser:



Det totale treghetsmomentet til stanga er

$$I = I_{\text{stang}} + I_{\text{kule}},$$

der $I_{\text{stang}} = \frac{1}{3}mL^2$ og I_{kule} finnes fra Steiners sats:

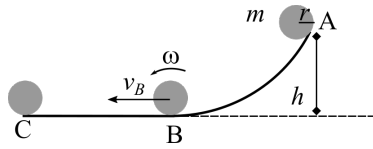
$$\begin{aligned} I_{\text{kule}} &= I_{CM} + ML^2 \\ &= \frac{2}{5}MR^2 + ML^2 \end{aligned}$$

Vi får

$$\begin{aligned} I &= I_{\text{stang}} + I_{\text{kule}} \\ &= \frac{1}{3}mL^2 + \frac{2}{5}MR^2 + ML^2 \\ &= \frac{1}{3} \cdot 2,30 \text{ kg} \cdot (0,800 \text{ m})^2 + \frac{2}{5} \cdot 1,5 \text{ kg} \cdot (0,100 \text{ m})^2 + 1,5 \text{ kg} \cdot (0,800 \text{ m})^2 \\ &= 1,457 \text{ kgm}^2 \\ &\approx \underline{\underline{1,46 \text{ kgm}^2}} \end{aligned}$$

Oppgave 14

a) Figuren under viser kula som ruller uten å bli fra A til B og videre langs et horisontalt underlag til C:



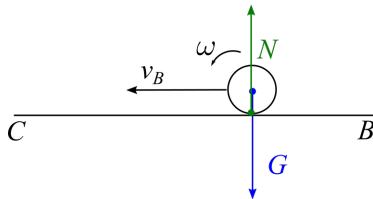
Ettersom kula ruller uten å gli fra A til B, er mekanisk energi bevart, og vi har rullebetingelsen $v = \omega r$. Med nullnivå i punkt B blir energiregnskapet (potensiell energi går over til kinetisk energi i form av translasjon og rotasjon):

$$\begin{aligned}
 mgh &= \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}I\omega^2 \\
 mgh &= \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2 \cdot \left(\frac{v_B}{r}\right)^2 \\
 gh &= \frac{1}{2}v_B^2 + \frac{1}{5}v_B^2 \\
 \frac{7}{10}v_B^2 &= gh \\
 v_B &= \sqrt{\frac{10}{7}gh} \\
 &= \sqrt{\frac{10}{7} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 2,5 \text{ m}} \\
 &= 5,92 \text{ m/s} \\
 &\approx \underline{\underline{5,9 \text{ m/s}}}
 \end{aligned}$$

b) Kulas vinkelhastighet i punkt B er ut fra rullebetingelsen gitt ved

$$\begin{aligned}
 \omega &= \frac{v_B}{r} \\
 &= \frac{5,92 \text{ m/s}}{0,20 \text{ m}} \\
 &= 29,6 \text{ rad/s} \\
 &\approx \underline{\underline{30 \text{ rad/s}}}
 \end{aligned}$$

c) Figuren under viser kreftene som virker på kula når den ruller på det horisontale, friksjonsfrie underlaget fra B til C:



De to kreftene som virker, tyngden G og normalkrafta N , har begge angrepslinjer gjennom kulas sentrum, og gir derfor null dreiemoment om massesenteret. Ved Newtons 2. lov for rotasjon, $\sum \tau = I\alpha = 0$, vil altså vinkelakselerasjonen $\alpha = 0$ og kula ruller med konstant vinkelfart.

d) Ettersom kula ruller med konstant vinkelfart (og fart v_B) på det horisontale underlaget mellom B og C,

har vi følgende sammenheng mellom rotert vinkel θ og vinkelfarten:

$$\begin{aligned}\theta &= \omega t \\ &= \omega \cdot \frac{s}{v_B} && \text{(Ved konstant fart er } t = s/v_B\text{)} \\ &= 29,6 \text{ rad/s} \cdot \frac{2,52 \text{ m}}{5,92 \text{ m/s}} \\ &= \underline{12,6 \text{ rad}}\end{aligned}$$

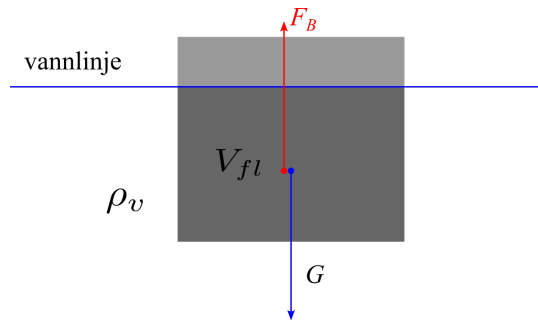
Ettersom én hel omdreining tilsvarer en rotert vinkel lik 2π rad, blir antall hele omdreininger fra B til C da lik

$$\frac{12,6 \text{ rad}}{2\pi \text{ rad}} = \underline{\underline{2,0}}$$

Fluidmekanikk/bølgefysikk

Oppgave 15

a) Figuren under viser kreftene som virker på terningen når den ligger i ro i væska med tetthet ρ_v : tyngden G og oppdriften F_B .



Oppdriften er gitt fra Arkimedes' lov:

$$F_B = \rho_v V_{fl} g,$$

der V_{fl} er det fortrengte væskevolumet, dvs. volumet av legemet som ligger under væskeoverflaten. Fra Newtons 1. lov er

$$\begin{aligned} F_B &= G \\ \rho_v V_{fl} g &= mg \end{aligned}$$

70 % av terningens volum ligger under vann når terningen flyter i vann. Når terningen så flyttes til en væske med **lavere** massetetthet, dvs. ρ_v **avtar**, må det fortrengte væskevolumet V_{fl} **øke** for at terningen fortsatt skal flyte.

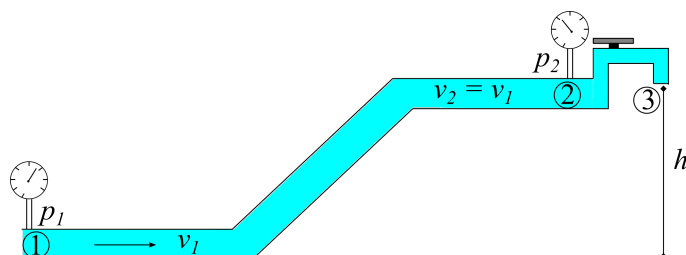
Riktig alternativ: Mer enn 70 % av terningen ligger under væskeoverflata.

b) Når et prismeformet legeme med masse m , volum V og massetetthet $\rho = m/V$ flyter i en væske med tetthet ρ_v , gir resonnementet over:

$$\begin{aligned} \rho_v V_{fl} g &= mg \\ \rho_v V_{fl} g &= \rho V g \\ \frac{V_{fl}}{V} &= \frac{\rho}{\rho_v} \\ &= \frac{30 \text{ kg/m}^3}{1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3} \\ &= 0,03 \\ &= \underline{\underline{3,0\%}} \end{aligned}$$

Oppgave 16

a) Figuren under viser væskestrømmen mellom punkt 1 og 2, der 1 er vanninntaket i kjelleren og punkt 2 er vannrøret i 2. etasje (før kranen):



Bernoullis likning uten tapsledd mellom punkt 1 og 2:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Ettersom røret har konstant tverrsnitt, er $v_1 = v_2$. Hvis vi setter $y_1 = 0$ og $y_2 = h$, forenkles likninga:

$$\begin{aligned} p_1 &= p_2 + \rho g y_2 \\ p_2 &= p_1 - \rho g y_2 \\ &= 3,0 \cdot 10^5 \text{ Pa} - 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 5,0 \text{ m} \\ &= 2,51 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ &\approx \underline{\underline{2,5 \text{ bar}}} \end{aligned}$$

b) Kontinuitetslikningen tilsier at volumstrømmen Q i punkt 2 er den samme som i punkt 3. Hvis A_2 er rørtverrsnittet i punkt 2, får vi:

$$\begin{aligned} A_2 v_2 &= Q \Rightarrow v_2 = \frac{Q}{A_2} \\ v_2 &= \frac{0,12 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \cdot \left(\frac{16 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{2}\right)^2} \\ &= 0,596 \text{ m/s} \\ &\approx \underline{\underline{0,60 \text{ m/s}}} \end{aligned}$$

c) Reynoldstallet:

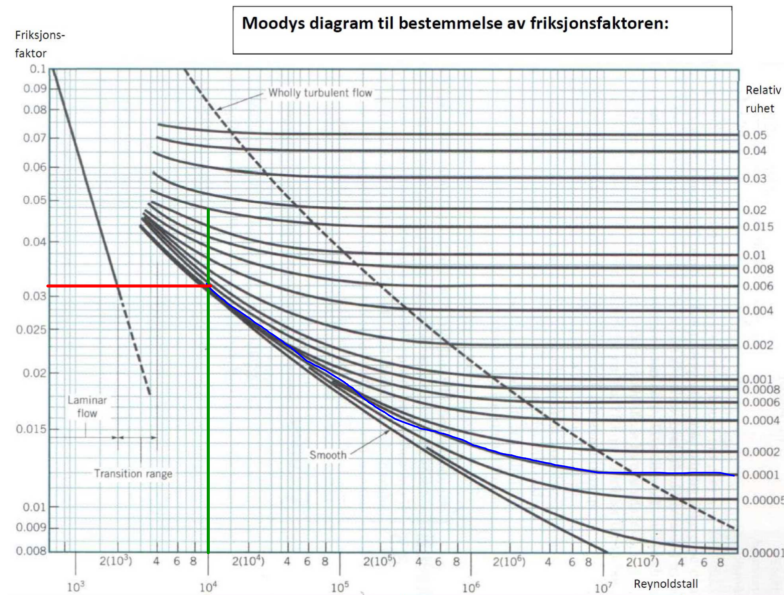
$$\begin{aligned} N_R &= \frac{\rho v_2 D}{\eta} \\ &= \frac{1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,60 \text{ m/s} \cdot 16 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{8,90 \cdot 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}} \\ &= 1,08 \cdot 10^4 \\ &\approx \underline{\underline{1,1 \cdot 10^4}} \end{aligned}$$

Ettersom $N_R > 3000$, er denne væskestrømmen turbulent.

d) Tapshøydene for hhv. rørfriksjon og enkeltmotstander (3 stk.) er gitt ved

$$\begin{aligned} h_f &= f \frac{L}{D} \cdot \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} \\ h_e &= (\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3) \cdot \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g}. \end{aligned}$$

Vi bestemmer friksjonsfaktoren f fra Moodys diagram, med Reynoldstallet $N_R = 1,1 \cdot 10^4$ og relativ ruhet $\epsilon/D = \frac{0,0016 \text{ mm}}{16 \text{ mm}} = 1 \cdot 10^{-4}$:



Leser av:

$$f \approx 0,032.$$

Den totale tapshøyden blir da, med $v_2 = 0,60 \text{ m/s}$:

$$\begin{aligned} h_f + h_e &= f \frac{L}{D} \cdot \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} + (\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3) \cdot \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} \\ &= 0,032 \cdot \frac{16 \text{ m}}{16 \cdot 10^{-3} \text{ m}} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{(0,60 \text{ m/s})^2}{9,81 \text{ m/s}^2} + (0,35 + 0,35 + 0,90) \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{(0,60 \text{ m/s})^2}{9,81 \text{ m/s}^2} \\ &= 0,617 \text{ m} \\ &\approx \underline{\underline{0,62 \text{ m}}} \end{aligned}$$

Oppgave 17

a) Ettersom en Foucaultpendel består av en punktmasse som svinger i enden av en masseløs snor, er svingetiden/perioden gitt fra formelarket:

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} = \frac{2\pi}{\sqrt{g}} \cdot \sqrt{L}.$$

Dette viser at perioden er proporsjonal med $\sqrt{L}$, ettersom $T = \text{konstant} \cdot \sqrt{L}$.

Riktig alternativ: Pendelens periode er proporsjonal med $\sqrt{L}$.

b) Skal bestemme lengden l av en fysisk pendel, i form av en tynn stang med masse m som svinger om den ene enden, for at den skal få samme svingetid som en matematisk pendel i form av en punktmasse m som svinger i en snor med lengde L . Begge pendlene svinger med små utslag, dvs. de tilnærmede formlene for svingetid fra formelarket gjelder.

Svingetiden T for en matematisk pendel med lengde L ved små utslag er

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}},$$

mens svingetiden T' for en fysisk pendel er gitt ved

$$T' = 2\pi \sqrt{\frac{I}{mgh}}.$$

For en tynn stang med masse m og lengde l som svinger om den ene enden er treghetsmomentet om akse lik $I = \frac{1}{3}ml^2$. Ettersom tyngdepunktet (CM) ligger midt på stanga, er $h = l/2$, slik at

$$\begin{aligned} T' &= 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{3}ml^2}{mg \cdot \frac{l}{2}}} \\ &= 2\pi \sqrt{\frac{2}{3} \frac{l}{g}}. \end{aligned}$$

For at svingetidene T og T' skal være like, må

$$\begin{aligned} 2\pi \sqrt{\frac{2}{3} \frac{l}{g}} &= 2\pi \sqrt{\frac{L}{g}} \\ \frac{2}{3}l &= L \\ l &= \underline{\underline{\frac{3}{2}L}} \end{aligned}$$

Oppgave 18

Svingetiden til en torsjonspendel er

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{I}{\kappa}},$$

der $I = \frac{1}{2}MR^2$ er treghetsmomentet for skiva som henger i kabelen, og κ er kabelens torsjonskonstant. Vi får at

$$\begin{aligned} T &= 2\pi \sqrt{\frac{\frac{1}{2}MR^2}{\kappa}} \\ &= \underline{\underline{2\pi \sqrt{\frac{1}{2\kappa}} \sqrt{M} \cdot R}} \end{aligned}$$

Dette uttrykket viser at svingetiden er proporsjonal med skiveradien R .

Riktig alternativ: Svingetiden er proporsjonal med radiusen R .

Oppgave 19

a) Skal finne resulterende bølgeutslag $y(x, t)$ av to identiske bølger som har en faseforskyvning $\phi = 2\pi/3$. Fra formelarket:

$$\begin{aligned} y_1(x, t) &= y_1(x, t) + y_2(x, t) \\ &= 2A \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) \sin\left(kx - \omega t + \frac{\phi}{2}\right), \end{aligned}$$

dvs. amplituden for resultantbølgen er

$$\begin{aligned} 2A \cos\left(\frac{\phi}{2}\right) &= 2A \cos\left(\frac{2\pi/3}{2}\right) \\ &= 2A \cos \frac{\pi}{3} \\ &= 2A \cdot \frac{1}{2} \\ &= \underline{\underline{A}} \end{aligned}$$

b) Når to identiske bølger med motsatt fartsretning møtes, vil det oppstå stående bølger. Resultantbølgen er gitt ved

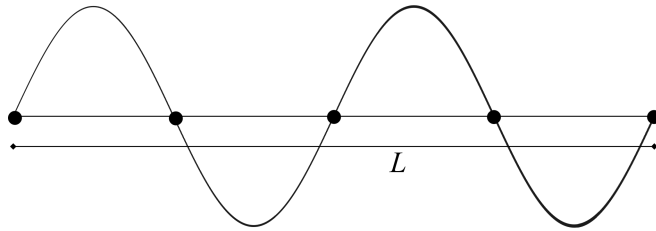
$$y(x, t) = 2A \sin kx \cos \omega t,$$

der bølgetallet for de identiske bølgene er $k = 2\pi/\lambda$. Hvis vi tar et øyeblikksbilde (fast tid t) av bølgen, viser uttrykket for resultantbølgen at vi får en sinusbølge med bølgetall k - dvs. samme som hver bølge. Ettersom bølgetallet bestemmer bølgelengden, har den stående bølgen samme bølgelengde som hver av bølgene, dvs. λ .

Riktig alternativ: Det resulterende bølgemønsteret blir en stående bølge med bølgelengde lik λ .

Oppgave 20

a) Gitt bølgemønsteret på figuren under:



Ettersom det er fem knuter, tilsvarer dette ordenstallet $n = 4$ (det er alltid én mer knute enn ordenstallet; du har to knuter for $n = 1$ osv.). Da er bølgelengden gitt ved ved formelen $\lambda_n = 2L/n$ med $n = 4$:

$$\begin{aligned} \lambda_4 &= \frac{2}{4}L. \\ &= \frac{1}{2}L \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1,0 \text{ m} \\ &= \underline{\underline{0,50 \text{ m}}} \end{aligned}$$

Man kan også se fra figuren at vi har 2 hele bølgelengden fordelt over strengelengden L , slik at bølgelengden må være $L/2$.

b) Sammenhengen mellom snorstrammingen ("tension") F_T , bølgefarten v og massetettheten μ til strengen er gitt ved

$$v = \sqrt{\frac{F_T}{\mu}} \Rightarrow F_T = \underline{\mu v^2}$$

Ettersom strengen med gitt lengde L skal ha en bestemt frekvens f_1 i grunntilstanden (tilsvarende $n = 1$), har vi sammenhengen

$$\begin{aligned} f_n &= \frac{n}{2L}v \Rightarrow v = \frac{2L}{n}f_n \\ v &= \frac{2L}{1}f_1 = \underline{2Lf_1} \end{aligned}$$

Dette gir da at

$$\begin{aligned} F_T &= \mu v^2 \\ &= \mu (2Lf_1)^2 \\ &= \frac{4,6 \cdot 10^{-3} \text{ kg}}{0,70 \text{ m}} (2 \cdot 0,70 \text{ m} \cdot 92,5 \text{ Hz})^2 \\ &= 110 \text{ N} \\ &\approx \underline{\underline{1,1 \cdot 10^2 \text{ N}}} \end{aligned}$$