

## Oppgave 1

- a) Kryss av på ett av alternativene i oppgavene nedenfor (kun et svaralternativ er rett, og det gis **ikke** minuspoeng for feil svar). Riv av de to arkene med Oppgave 1 a) og lever det ved besvarelsen.

i) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen  $\text{BaBr}_2$ ?

- ☐ Barium(I)bromid
- ☐ Barium(II)bromid
- ☒ Bariumbromid
- ☐ Bariumdibromid

ii) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen  $\text{Na}_2\text{SO}_3$ ?

- ☐ Natriumsulfat
- ☒ Natriumsulfitt
- ☐ Dinatriumsulfat
- ☐ Dinatriumsulfitt

iii) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen  $\text{FeCl}_3$ ?

- ☐ Jernklorid
- ☐ Jern(II)klorid
- ☒ Jern(III)klorid
- ☐ Jerntriklorid

iv) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen  $\text{P}_2\text{O}_5$ ?

- ☒ Difosforpentoksid
- ☐ Fosfor(II)oksid
- ☐ Fosforpentoksid
- ☐ Difosforheksoksid

v) Hva er den kjemiske formelen til diklorheptoksid?

- ☐  $\text{Cl}_2\text{O}_5$
- ☒  $\text{Cl}_2\text{O}_7$
- ☐  $\text{Cl}_2\text{O}_6$
- ☐  $\text{ClO}_7$

vi) Hva er den kjemiske formelen til kalsiumkarbonat?

- ☒  $\text{CaCO}_3$
- ☐  $\text{Ca}_2\text{CO}_3$
- ☐  $\text{K}_2\text{CO}_3$
- ☐  $\text{KCO}_3$

vii) Hva er den kjemiske formelen til jern(II)hydrogensulfat?

- ☐  $\text{FeHSO}_4$
- ☒  $\text{Fe}(\text{HSO}_4)_2$
- ☐  $\text{FeSO}_4$
- ☐  $\text{Fe}_2\text{SO}_4$

viii) Hva er oksidasjonstallet til oksygen i forbindelsen  $\text{H}_2\text{O}_2$ ?

- ☐ 0
- ☐ +1
- ☒ -1
- ☐ -2

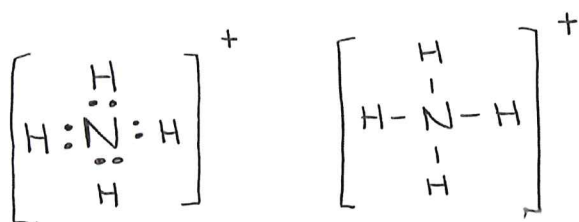
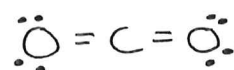
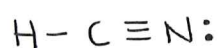
ix) Hva er oksidasjonstallet til nitrogen i forbindelsen  $\text{NH}_4\text{Cl}$ ?

- ☐ +1
- ☐ -1
- ☐ +3
- ☒ -3

x) Hva er oksidasjonstallet til nitrogen i forbindelsen  $\text{N}_2$ ?

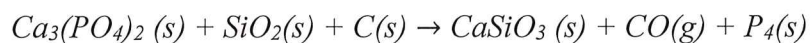
- ☒ 0
- ☐ +1
- ☐ -1
- ☐ +  $\frac{1}{2}$

b) Tegn Lewisstrukturen til følgende forbindelser:



## Oppgave 2

a) I ligningen under reagerer kalsiumfosfat med silisiumoksid og grafitt, og danner kalsiumsilikat, karbonmonoksid og fosfor:



Hvor mye fosfor kan utvinnes av 8,00 tonn kalsiumfosfat når prosessen går med 90% utbytte?

Vi kan utvinne følgende mengde fosfor:

Balanserer først ligningen:



Beregner antall tonn fosfor i 8,0 tonn =  $8,0 \cdot 10^6$  g kalsiumfosfat:

Finner molar masse kalsiumfosfat:

$$Mm(\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2) = 3 \cdot Mm(\text{Ca}) + 2 \cdot (Mm(\text{P}) + 4 \cdot Mm(\text{O}))$$

$$Mm(\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2) = 3 \cdot 40,08 \text{ g/mol} + 2 \cdot (30,97 \text{ g/mol} + 4 \cdot 16,00 \text{ g/mol}) \approx 310,2 \text{ g/mol}$$

Finner prosentvis innhold av fosfor i kalsiumfosfat:

$$2 \cdot Mm(\text{P}) / Mm(\text{Ca}_3(\text{PO}_4)_2) \cdot 100 \% = (2 \cdot 30,97 \text{ g/mol}) / 310,2 \text{ g/mol} \cdot 100 \% \approx 20,0 \%$$

Mengden fosfor i 8,0 tonn kalsiumfosfat blir:

$$m(P) = 8,0 \text{ tonn} \cdot (20 \%)/(100 \%) = 1,6 \text{ tonn}$$

Dette er det teoretiske utbyttet. Med 90 % utbytte kan vi utvinne:

$$1,6 \text{ tonn} \cdot (90 \%)/(100 \%) \approx \mathbf{1,4 \text{ tonn}}$$

*b) En 1,0 L beholder er fylt med en edelgass. Trykket i beholderen er 1,2 atm og tettheten til gassen er 1,0 g/L. Temperaturen i beholderen er 22 °C. Bestem gassens molare masse. Hvilken gass er det i beholderen?*

Finner ukjente edelgassen i beholderen:

Vet:

$$V = 1,0 \text{ L}$$

$$P = 1,2 \text{ atm}$$

$$d = 1,0 \text{ g/L}$$

$$T = 22 \text{ °C} = 295 \text{ K}$$

Vi kan identifisere edelgassen dersom vi finner gassens molare masse. Først må vi finne massen og antall stoffmengde av gassen.

Bruker da sammenhengen mellom tetthet og volum for å finne massen:

$$d = m / V$$

$$m = d * V = 1,0 \text{ g/L} * 1,0 \text{ L} = 1,0 \text{ g}$$

Finner så stoffmengden av edelgassen vha den ideelle gassloven:

$$pV = nRT$$

$$n = pV/RT$$

$$n = (1,2 \text{ atm} * 1,0 \text{ L}) / (0,0821 \frac{\text{atm} * \text{L}}{\text{mol} * \text{K}} * 295 \text{ K}) = 0,0495 \text{ mol}$$

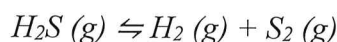
Finner til slutt den molare massen:

$$M_m = m / n = 1,0 \text{ g} / 0,0495 \text{ mol} = 20,18 \text{ g/mol}$$

Bruker periodesystemet til å identifisere den ukjente gassen:

**Den molare massen til den ukjente gassen tilsvarer Neons på 20,18 g/mol. Ergo må den ukjente edelgassen være Neon.**

*c) Hydrogengass kan produseres fra følgende reaksjon:*



*0,015 mol H<sub>2</sub>S føres inn i en tom, lukket beholder med et volum på 0,750 L. Regn ut konsentrasjonene av hvert stoff etter at likevekt har innstilt seg i beholderen.*

*Likevektkonstanten er  $K_c = 1,67 * 10^{-7}$  ved en temperatur på 800 °C.*

Balanserer først reaksjonen:



Startkonsentrasjonen av  $\text{H}_2\text{S}$  blir da:

$$C_{\text{H}_2\text{S}} = 0,015 \text{ mol} / 0,750 \text{ L} = 0,02 \text{ M}$$

Setter så opp likevektstabell:

|          | $2\text{H}_2\text{S}$ | $2\text{H}_2$ | $\text{S}_2$ |
|----------|-----------------------|---------------|--------------|
| Start    | 0,02                  | 0             | 0            |
| Endring  | -2x                   | +2x           | +x           |
| Likevekt | $0,02-2x$             | 2x            | x            |

Likevektsuttrykket blir:

$$K_c = \frac{[\text{H}_2]^2[\text{S}_2]}{[\text{H}_2\text{S}]^2} = \frac{(2x)^2 * x}{(0,02 - 2x)^2} = \frac{4x^3}{(0,02 - 2x)^2} = 1,67 * 10^{-7}$$

$$\frac{4x^3}{(4,0 * 10^{-4} - 0,08x + 4x^2)} = 1,67 * 10^{-7}$$

$$x = 2,51 * 10^{-4}$$

Likevektskonsentrasjonene blir dermed:

$$[\text{H}_2\text{S}] = 0,02 - 2x = 0,02 - 2 * (2,51 * 10^{-4}) = \mathbf{0,019 \text{ M}}$$

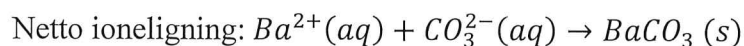
$$[\text{H}_2] = 2x = 2 * 2,51 * 10^{-4} = \mathbf{5,02 * 10^{-4} \text{ M}}$$

$$[\text{S}_2] = x = \mathbf{2,51 * 10^{-4} \text{ M}}$$

### Oppgave 3

a) Vil det dannes utfelling dersom 400 mL 0,100 M natriumkarbonat-løsning blandes med 500 mL 0,200 M bariumklorid-løsning ved 25°C? Vis reaksjonsligninger og beregninger.

Vi har følgende ioner i løsningen:  $\text{Na}^+$ ,  $\text{Ba}^{2+}$ ,  $\text{CO}_3^{2-}$ ,  $\text{Cl}^-$ . Det er kun  $\text{BaCO}_3$  som er et tungtløselig salt.



$$K_{sp} = 5,5 * 10^{-5}$$

$$\text{Må beregne reaksjonskvotienten: } Q = [\text{Ba}^{2+}][\text{CO}_3^{2-}]$$

Finner konsentrasjonen av ionene etter blanding:

$$[Ba^{2+}] = \frac{[BaCl_2] * V}{V_{tot}} = \frac{0,200M * 500 \text{ ml}}{(400 + 500)ml} = 0,111 \text{ mol/l}$$

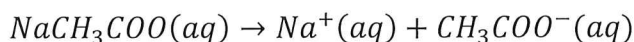
$$[CO_3^{2-}] = \frac{[Na_2CO_3] * V}{V_{tot}} = \frac{0,100 M * 400 \text{ ml}}{(400 + 500)ml} = 0,044 \text{ mol/l}$$

$$Q = 0,111 \frac{\text{mol}}{l} * 0,044 \frac{\text{mol}}{l} = 4,94 * 10^{-3}$$

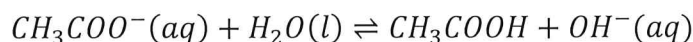
**$Q > K_{sp}$  og vi har derfor en overmettet løsning  $\rightarrow$  utfelling av  $BaCO_3$ .**

b) Beregn pH i en 0,025 M  $NaCH_3COO$ -løsning.

$NaCH_3COO$  er et lettløselig salt:



$CH_3COO^-$  gir følgende reaksjon med vann:



Setter opp en likevektstabell for å finne konsentrasjonen av  $OH^-$  ioner:

|              | $CH_3COO^-(aq)$ | $CH_3COOH$ | $OH^-$ |
|--------------|-----------------|------------|--------|
| Ved start    | 0,025           | 0          | 0      |
| Endring      | -x              | +x         | +x     |
| Ved likevekt | 0,025-x         | x          | x      |

Setter opp uttrykk for likevektkonstanten:

$$K_b = \frac{x * x}{0,025 - x} = \frac{10^{-14}}{K_a} = \frac{10^{-14}}{1,8 * 10^{-5}} = 5,56 * 10^{-10}$$

Får følgende andregradsligning:

$$x^2 + 5,56 * 10^{-10}x - 1,39 * 10^{-11} = 0$$

Løser ligningen og får at  $x = 3,73 * 10^{-6}$

$$[OH^-] = 3,73 * 10^{-6} M$$

Kan beregne pOH:  $pOH = -\log(3,73 * 10^{-6}) = 5,43$

Kan beregne pH:  $pH = 14 - pOH = 14 - 5,43 = 8,57$

c) 0,20 mol  $CH_3COOH$  og 0,18 mol  $CH_3COO^-$  løses i vann til 1,0 liter løsning. Hvor mye endres pH dersom vi tilsetter 0,020 mol  $HCl$ ? (Du kan se bort fra volumendringen som skyldes tilsetning av  $HCl$ ).

Når saltsyre tilsettes en bufferløsning av eddiksyre og acetat, vil acetat (basen) nøytralisere  $H^+$ -ionene:  $H^+(aq) + CH_3COO^-(aq) \rightarrow CH_3COOH(aq)$

For å finne pH-enderingen i løsningen, må vi beregne pH-verdien før og etter nøytralisering.

**Før nøytralisering:**

$$pH = 4,76 + \log \frac{0,18 \text{ M}}{0,20 \text{ M}} = 4,71$$

**Etter nøytralisering:**

|                      | $H^+$  | $CH_3COO^-$ | $CH_3COOH$ |
|----------------------|--------|-------------|------------|
| Før nøytralisering   | 0,020  | 0,18        | 0,20       |
| Endring              | -0,020 | -0,020      | +0,020     |
| Etter nøytralisering | 0      | 0,16        | 0,22       |

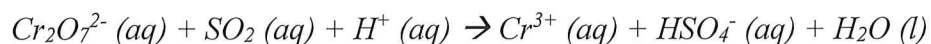
Setter inn i bufferligningen:

$$pH = 4,76 + \log \frac{0,16 \text{ M}}{0,22 \text{ M}} = 4,62$$

pH-enderingen blir da:  $\Delta pH = 4,71 - 4,62 = 0,093$

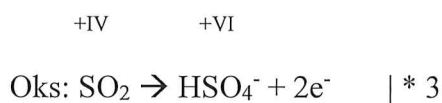
## Oppgave 4

a) Gitt følgende reaksjon i et surt miljø:

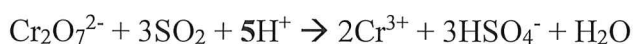
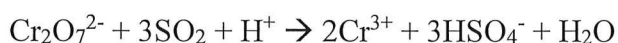


Sett på oksidasjonstall og skriv opp delreaksjonene. Balanser redoksreaksjonen og vis fremgangsmåten.





Balanserer med tanke på antall atomer:



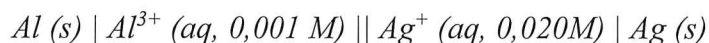
Kontrollerer ladningsbalansen:

$$\begin{array}{ccccccc} -2 & 0 & +5 & = & 6+ & -3 & 0 \\ +3 & & & = & 3+ & & \text{OK} \end{array}$$

Ferdig balansert redoksreaksjon blir dermed:



b) En elektrokjemisk celle er bygd opp på følgende måte:



- Angi hvilket stoff som er anode og katode i denne cellen og skriv opp delreaksjonene.
- Beregn cellepotensialet.
- Vurder om denne cellen er en elektrolysecelle eller en galvanisk celle. Begrunn hvorfor.

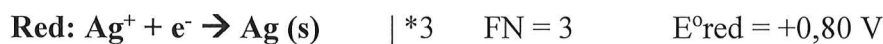
i. Den elektrokjemiske cellen består av:

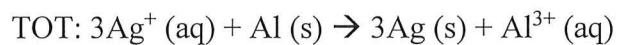
Fra cellediagrammet ser man at anoden står til venstre, ergo har vi:

**Anode: Aluminium**

**Katode: Sølv**

Setter opp delreaksjonene:





ii. Beregner cellepotensialet:

Finner først standard cellepotensiale:

$$E^{\circ}_{\text{celle}} = E^{\circ}_{\text{katode}} + E^{\circ}_{\text{anode}} = 0,80 \text{ V} + 1,67 \text{ V} = 2,47 \text{ V}$$

Bruker så Nernst ligning:

$$E = E^{\circ} - \frac{0,0592 \text{ V}}{ne-} * \log Q$$

$$E = 2,47 \text{ V} - \frac{0,0592 \text{ V}}{ne-} * \log \frac{[\text{Al}^{3+}]}{[\text{Ag}^+]^3}$$

$$E = 2,47 \text{ V} - \frac{0,0592 \text{ V}}{ne-} * \log \frac{[0,001]}{[0,020]^3}$$

$$\underline{\underline{E = + 2,43 \text{ V}}}$$

iii. Ettersom denne cellen har et positivt cellepotensiale:  $E = +2,43 \text{ V} > 0$ , vil denne cellen være spontan og ergo en galvanisk celle.



**Løsningsforslag, fysikk, utsatt eksamen 2019**

**Flervalgsoppgaver**

a) Et legeme er påvirket av kreften  $F = -5/x^2$ . F virker langs x-aksen (i samme retning som aksen). Hvor stort arbeid blir gjort når legemet blir flyttet fra  $x=1,5$  m til  $x=3,0$  m?

Velg ett alternativ

☐ 1,67 J

☒ - 1,67 J

☐ - 0,43 J

☐ 0,43 J

b) Hva legger vi i begrepet laminær strømning?

☐ Et fluid flyter sakte gjennom et strømningsrør.

☐ Det er ikke noe fast strømningsmønster, det endres over tid.

☒ Tilgrensende lag av et fluid flyter jevnt ved siden av hverandre.

☐ En samling strømningslinjer som sammen passerer gjennom et areal.

c) Hvorfor er oppdriften like stor som tyngden av det fortrenkte fluidet?

- ☐ Fordi tyngdekraften virker likt på et legeme som er like stort og befinner seg på samme sted.
- ☐ På grunn av Newtons 1. lov må oppdriften være like stor som tyngden av det fortrenkte fluidet, slik  $N$  må være like stort som  $G$  for et legeme som ligger på land.
- ☒ Fordi trykket på et legeme nedsenket i et fluid, på alle kanter vil være like stort som trykket var på det volumet av fluid som ble fortrenkt.
- ☐ Hvis ikke oppdriften var like stor som tyngden av det fortrenkte fluidet, ville legemet synke lenger ned i fluidet til en slik likevekt var opprettet.

d) En type stålbjelker har lengdeutvidelseskoeffisient  $1,2 \cdot 10^{-5} K^{-1}$  og volumutvidelseskoeffisient  $3,6 \cdot 10^{-5} K^{-1}$ . Hver stålbjelke er formet som et rektangulært prisme, har en lengde på 200,00 cm, bredde på 5,00 cm og høyde på 10,00 cm.

Bjelkene skal brukes til å lage en liten skinnegang som en vogn kan trille på. Skinnegangen skal kunne operere i et temperaturspenn fra  $-30\text{ }^{\circ}C$  til  $+40\text{ }^{\circ}C$ . Hvor stort mellomrom må du minst ha mellom hver bjelke i skinnegangen for å helt unngå at temperaturendringer fører til at skinnegangen bukker på seg?

- ☒ 0,17 cm
- ☐ 0,08 cm
- ☐ 0,50 cm
- ☐ 0,25 cm
- ☐ 1,01 cm
- ☐ 0,34 cm

### Løsningsforslag klassisk mekanikk

a) Farten er den deriverte av posisjonen. Vi får da følgende uttrykk for posisjonen, hvor  $d$  er en ukjent konstant:

$$s(t) = \int v(t) = \frac{1}{4}at^4 + \frac{1}{3}bt^3 + ct + d$$

Vi finner  $d$  ved å sette inn verdiene for  $a$ ,  $b$  og  $c$  i ligningen for den oppgitte verdien  $s(2) = 4$ :

$$\frac{1}{4} \cdot 2^4 + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 2^3 + 2 \cdot 2 + d = 4$$

$$d = 4 - 4 - \frac{32}{3} - 4$$

$$d = -\frac{44}{3}$$

Innsatt for  $d$  får vi følgende posisjon ved  $t=3$  s:

$$s(3) = \left( \frac{1}{4} \cdot 3^4 + \frac{1}{3} \cdot 4 \cdot 3^3 + 2 \cdot 3 - \frac{44}{3} \right) m = \underline{\underline{47,58 \text{ m}}}$$

b) I  $y$ -retning virker det bare to krefter på B:  $R$  og  $G$ . For at klossen ikke skal skli må friksjonen på B være like stor som tyngden. Dvs at  $R = \mu N = mg$ .

Det betyr at vi må ha en normalkraft (som er kraften på B fra A) som er

$$N = \frac{mg}{\mu} = \frac{10 \cdot 9,81}{0,55} N = 178,4 N$$

Dette er den eneste kraften som virker på B i  $x$ -retning. For å finne hvor stor kraft,  $F$ , det vil kreve på A, må vi gå via akselerasjonen, som vil være lik både på B og på systemet av A og B, som  $F$  virker på.

$$a = \frac{N}{m_B} = \frac{F}{m_A + m_B}$$

Det gir da for  $F$ :

$$F = \frac{N(m_A + m_B)}{m_B} = \frac{178,4 \cdot 110}{10} N = 1962 N = \underline{\underline{2,0 \text{ kN}}}$$

## Løsningsforslag fluidmekanikk

Alternativ 1:

I den opprinnelige eksamensoppgaven var det satt inn en urealistisk verdi for den kinematiske viskositeten for vann. Den lar seg likevel fint regne med, og resultatene blir da som følger:

Tilfelle 1)

Relativ ruhet:

$$\frac{\epsilon}{D} = \frac{0,25 \text{ mm}}{0,5 \text{ m}} = 5,0 \cdot 10^{-4}$$

Fart:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{500 \cdot 10^{-3}}{\pi(0,25)^2} \text{ m/s} = 2,546 \text{ m/s}$$

Reynoldstallet:

$$N_r = \frac{vD}{\nu} = \frac{2,546 \cdot 0,5}{1,00 \cdot 10^{-6}} = 1,273 \cdot 10^6$$

Vi ser har at vi får et svært lavt Reynoldstall, noe som gir oss laminær strømning. Friksjonsfaktoren kan da beregnes ut fra den oppgitte formelen

$f = \frac{64}{N_r} = \frac{64}{1,273 \cdot 10^6} = 5,027 \cdot 10^{-7}$  noe som er et svært høyt tall, men som jo stemmer for et fluid med høy viskositet.

Bernoullis ligning med tapshøyder gir (setter 1 ved vannoverflata og 2 ved utløpet, setter  $v_1=0$ ,  $p_1 = p_2 = p_0$ , og  $y_2=0$ ):

$$y_1 = \frac{v^2}{2g} + h_f$$

Setter inn for  $h_f = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$

$$y_1 = \frac{v^2}{2g} + f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

Får for L etter innsetting:

$$L = (y_1 - \frac{v^2}{2g}) \frac{D 2g}{f v^2} = \left(50 - \frac{2,546^2}{2g}\right) \frac{0,5 \cdot 2g}{5,027 \cdot 10^{-7} \cdot 2,546^2} \text{ m} = \underline{\underline{1,495 \cdot 10^{-6} \text{ m}}}$$

Tilfelle 2) Løses på samme måte

For rørtykkelsen  $D=1,0$  m

Relativ ruhet:

$$\frac{\epsilon}{D} = \frac{0,25 \text{ mm}}{1,0 \text{ m}} = 2,5 \cdot 10^{-4}$$

Fart:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{500 \cdot 10^{-3}}{\pi(0,5)^2} \text{ m/s} = 0,6366 \text{ m/s}$$

Reynoldstallet:

$$N_r = \frac{vD}{\nu} = \frac{0,6366 \cdot 1,0}{1,00 \cdot 10^{-6}} = 6,366 \cdot 10^{-7}$$

Vi ser også her at vi får et svært lavt Reynoldstall, og laminær strømning. Friksjonsfaktoren kan da beregnes ut fra

$$f = \frac{64}{N_r} = \frac{64}{6,366 \cdot 10^{-7}} = 1,005 \cdot 10^8$$

Bernoullis ligning med tapshøyder gir (setter 1 ved vannoverflata og 2 ved utløpet, setter  $v_1=0$ ,  $p_1 = p_2 = p_0$ , og  $y_2=0$ ):

$$y_1 = \frac{v^2}{2g} + h_f$$

Setter inn for  $h_f = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$

$$y_1 = \frac{v^2}{2g} + f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

Får for L etter innsetting:

$$L = \left( y_1 - \frac{v^2}{2g} \right) \frac{D 2g}{f v^2} = \left( 50 - \frac{0,6366^2}{2g} \right) \frac{1,0 \cdot 2g}{1,005 \cdot 10^8 \cdot 0,6366^2} \text{ m} = \underline{\underline{2,405 \cdot 10^{-5} \text{ m}}}$$

Som kommuneingeniør må man innse at ingen av disse alternativene kan fylle oppgaven.

Alternativ 2) Det er selvsagt også mulig at man gjenkjenner den urelaistiske kinematiske viskositeten, og bruker tabellverdien på  $1,00 \cdot 10^{-6}$ . Begge alternativer vil bli fullt godkjent.

Vannføring i tilfelle 1)

Relativ ruhet:

$$\frac{\epsilon}{D} = \frac{0,25 \text{ mm}}{0,5 \text{ m}} = 5,0 \cdot 10^{-4}$$

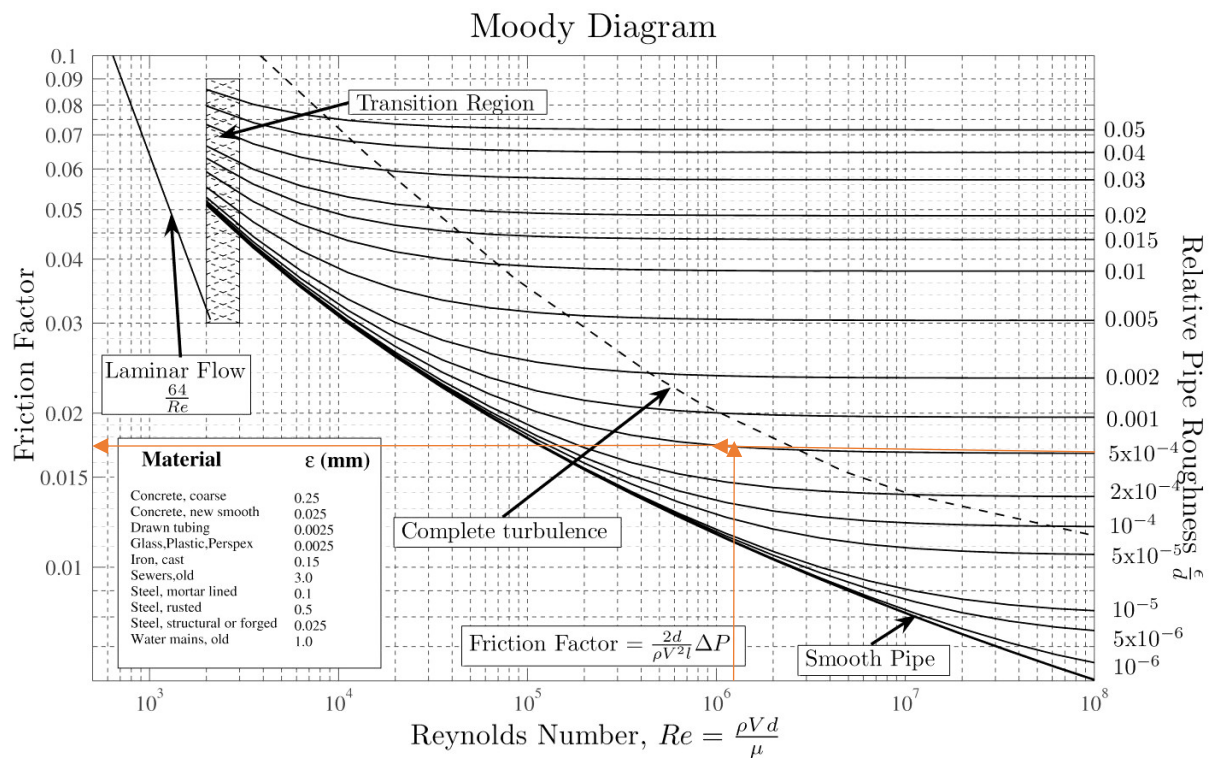
Fart:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{500 \cdot 10^{-3}}{\pi(0,25)^2} \text{ m/s} = 2,546 \text{ m/s}$$

Reynoldstallet:

$$N_r = \frac{vD}{\nu} = \frac{2,546 \cdot 0,5}{1,00 \cdot 10^{-6}} = 1,273 \cdot 10^6$$

Dette gir for friksjonsfaktoren ved hjelp av Moodys diagram:



$$f = 0,017$$

Bernoullis ligning med tapshøyder gir (setter 1 ved vannoverflata og 2 ved utløpet, setter  $v_1=0$ ,  $p_1 = p_2 = p_0$ , og  $y_2=0$ ):

$$y_1 = \frac{v^2}{2g} + h_f$$

Setter inn for  $h_f = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$

$$y_1 = \frac{v^2}{2g} + f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

Får for L etter innsetting:

$$L = \left(y_1 - \frac{v^2}{2g}\right) \frac{D 2g}{f v^2} = \left(50 - \frac{2,546^2}{2g}\right) \frac{0,5 \cdot 2g}{0,017 \cdot 2,546^2} \text{ m} = \underline{\underline{4,42 \text{ km}}}$$

b) For rørtykkelsen  $D=1,0 \text{ m}$

Relativ ruhet:

$$\frac{\epsilon}{D} = \frac{0,25 \text{ mm}}{1,0 \text{ m}} = 2,5 \cdot 10^{-4}$$

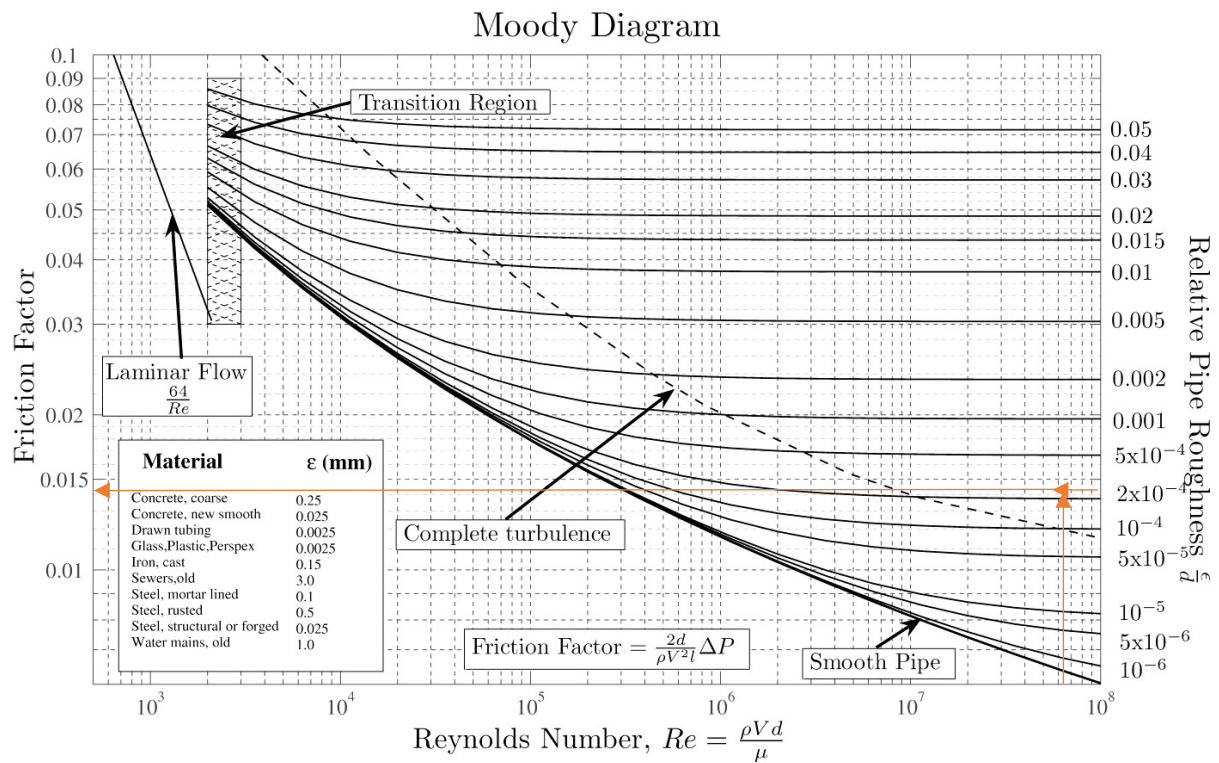
Fart:

$$v = \frac{Q}{A} = \frac{500 \cdot 10^{-3}}{\pi(0,5)^2} \text{ m/s} = 0,6366 \text{ m/s}$$

Reynoldstallet:

$$N_r = \frac{vD}{\nu} = \frac{0,6366 \cdot 1,0}{1,00 \cdot 10^{-6}} = 6,366 \cdot 10^7$$

Dette gir for friksjonsfaktoren ved hjelp av Moodys diagram:



$$f = 0,0143$$

Bernoullis ligning med tapshøyder gir (setter 1 ved vannoverflata og 2 ved utløpet, setter  $v_1=0$ ,  $p_1 = p_2 = p_0$ , og  $y_2=0$ ):

$$y_1 = \frac{v^2}{2g} + h_f$$

Setter inn for  $h_f = f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$

$$y_1 = \frac{v^2}{2g} + f \frac{L}{D} \frac{v^2}{2g}$$

Får for L etter innsetting:

$$L = \left( y_1 - \frac{v^2}{2g} \right) \frac{D 2g}{f v^2} = \left( 50 - \frac{0,6366^2}{2g} \right) \frac{1,0 \cdot 2g}{0,0143 \cdot 0,6366^2} \text{ m} = 169207 \text{ m} = \underline{\underline{169 \text{ km}}}.$$

Siden den minste rørdiameteren gir en maksimumslengde som er lengre enn avstanden i terrenget til bygda, med en margin på drøyt 10% virker det fornuftig å bruke denne for å holde kostnadene nede. Den store versjonen virker en smule overdimensjonert til oppdraget.

## Løsningsforslag termodynamikk

a) Termodynamikkens 1. lov gir oss  $\Delta U = Q - W$ . I og med at vi har en syklisk prosess, vil  $U$  være den samme etter prosessen som før, dvs. at  $\Delta U = 0$  for alle prosessene som en helhet.  $W$  er her positiv ved ekspansjon, dvs. når gassen gjør et arbeid på omgivelsene.  $Q$  er positiv for varme som tilføres gassen.

Siden vi har en is/vann-blanding som omslutter gassen, må all varmen som har gått fra gassen blitt brukt til å smelte is til vann. Vi kan dermed regne ut  $Q$  ut fra denne og deretter finne  $W$  fra termodynamikkens 1. lov.

Varme tilført isen:

$$Q = ml = 0,110 \text{ kg} \cdot 334 \frac{\text{kJ}}{\text{kg}} = 36,74 \text{ kJ}$$

Termodynamikkens 1. lov gir oss da:

$$\Delta U = Q - W$$

$$0 = Q - W$$

$$W = Q = 36,74 \text{ kJ}$$

Mer at når  $W$  er positiv, har gassen gjort et arbeid på omgivelsene. Arbeidet som er gjort på gassen, har dermed vært  $W = \underline{\underline{-36,7 \text{ kJ}}}$

b) pV-diagram av prosessen:

Tilstand 1: Startposisjon

Tilstand 2: Tilstand umiddelbart etter  
adiabatisk kompresjon

Tilstand 3: Tilstand etter temperaturutveksling  
med omgivelsene, før isotherm ekspansjon  
tilbake til 1.

