

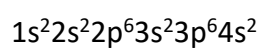
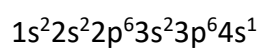
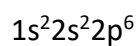
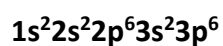
Løsningsforslag eksamen TALM1009

Vår 2020

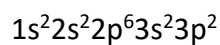
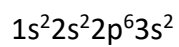
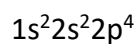
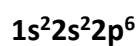
Oppgave 1

a)

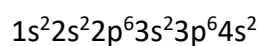
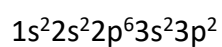
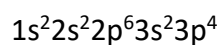
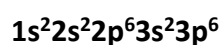
i) Hva er elektronkonfigurasjonen til K^+ ?



ii) Hva er elektronkonfigurasjonen til Mg^{2+} ?



iii) Hva er elektronkonfigurasjonen til S^{2-} ?



iv) Hva er oksidasjonstallet til N i NO_3^- ?

+V

+III

+IV

+VI

v) Hva er oksidasjonstallet til N i NH_2OH ?

-I

+I

-II

-III

b)

i) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen MgCl_2 ?

Magnesiumklorid

Magnesium(II)klorid

Magnesium(I)klorid

Magnesiumdiklorid

ii) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen KNO_3 ?

Kaliumnitrat

Kalium(I)nitrat

Kaliummononitrat

Kaliumnitrid

iii) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen CuF ?

Kobber(I)fluorid

Kobber(II)fluorid

Kobberfluorid

Kobbermonofluorid

iv) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen CBr_4 ?

Karbontetrabromid

Monokarbontetrabromid

Karbon(IV)bromid

Karbonbromid

v) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen S_5N_6 ?

Pentasvovelheksanitrid

Heksa-svovelpentanitrid

Svovelheksanitrid

Svovelnitrid

vi) Hva er den kjemiske formelen til kalsiumhydroksid?

$\text{Ca}(\text{OH})_2$

CaOH

Ca_2OH

KOH

vii) Hva er den kjemiske formelen til kobolt(II)klorid?

CoCl_2

CoCl

Co_2Cl

CuCl_2

viii) Hva er den kjemiske formelen til bly(IV)klorid?

PbCl_4

PbCl_2

Pb_3Cl_4

PbCl

ix) Hva er den kjemiske formelen til difosfortrioksid?



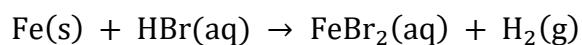
x) Hva er den kjemiske formelen til dinitrogenmonoksid?



Oppgave 2

a)

Jern løses opp i hydrogenbromid etter følgende ubalanserte reaksjonsligning:



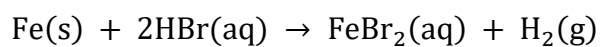
i) Hvor mange gram HBr trengs for å løse opp 3,2 g Fe?

ii) Hvor mange gram H₂ kan bli dannet når 3,2 g Fe løses opp i HBr?

iii) Anta at hydrogengassen som dannes, når 3,2 g Fe løses opp i HBr, plasseres i en tom, lukket beholder med volum på 0,85 L ved 25°C. Beregn trykket i beholderen. Anta at trykket i den tomme beholderen var 0 før tilsetning av hydrogengassen.

i)

Balansert reaksjonsligning:



$$m_{\text{Fe}} = 3,2 \text{ g}$$

$$n_{\text{Fe}} = \frac{m_{\text{Fe}}}{M_{\text{Fe}}} = \frac{3,2 \text{ g}}{55,85 \text{ g/mol}} = 0,0573 \text{ mol}$$

$$\frac{n_{\text{HBr}}}{n_{\text{Fe}}} = \frac{2}{1}$$

$$n_{\text{HBr}} = 2n_{\text{Fe}} = 2 \times 0,0573 \text{ mol} = 0,115 \text{ mol}$$

$$m_{\text{HBr}} = M_{\text{HBr}} \times n_{\text{HBr}} = 80,908 \text{ g/mol} \times 0,115 \text{ mol} = \mathbf{9,3 \text{ g}}$$

ii)

$$\frac{n_{\text{H}_2}}{n_{\text{Fe}}} = \frac{1}{1}$$

$$n_{\text{H}_2} = n_{\text{Fe}} = 0,0573 \text{ mol} = 0,0573 \text{ mol}$$

$$m_{\text{H}_2} = M_{\text{H}_2} \times n_{\text{H}_2} = 2,016 \text{ g/mol} \times 0,0573 \text{ mol} = \mathbf{0,12 \text{ g}}$$

iii)

Antar at alt av 3,2 g Fe dannes til produkter.

$$n_{\text{H}_2} = 0,0573 \text{ mol}$$

$$V = 0,85 \text{ L}$$

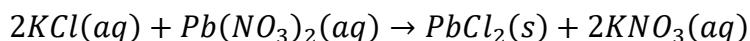
$$T = 25^\circ\text{C}$$

$$pV = nRT$$

$$p = \frac{nRT}{V} = \frac{0,0573 \text{ mol} \times 0,082057 \text{ (L} \times \text{atm)} / (\text{K} \times \text{mol}) \times (25 + 273) \text{ K}}{0,85 \text{ L}} = \mathbf{1,6 \text{ atm}}$$

b)

25,6 mL av en 1,20 M KCl-løsning reagerer med 14,6 mL av en 0,900 M Pb(NO₃)₂-løsning etter følgende reaksjonsligning:



Det dannes 3,18 g PbCl₂. Hva er prosentvis utbytte av PbCl₂?

$$n_{\text{KCl}} = 1,20 \text{ mol/L} \times 0,0256 \text{ L} = 0,03072 \text{ mol}$$

$$n_{\text{Pb}(\text{NO}_3)_2} = 0,900 \text{ mol/L} \times 0,0146 \text{ L} = 0,01314 \text{ mol}$$

Hvis alt KCl reagerer:

$$\frac{n_{\text{Pb}(\text{NO}_3)_2}}{n_{\text{KCl}}} = \frac{1}{2}$$

$$n_{\text{Pb}(\text{NO}_3)_2} = \frac{1}{2} n_{\text{KCl}} = \frac{1}{2} \times 0,03072 \text{ mol} = 0,01536 \text{ mol}$$

Hvis alt KCl reagerer trengs 0,01536 mol $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$

Hvis alt $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$ reagerer:

$$\frac{n_{\text{KCl}}}{n_{\text{Pb}(\text{NO}_3)_2}} = \frac{2}{1}$$

$$n_{\text{KCl}} = 2n_{\text{Pb}(\text{NO}_3)_2} = 2 \times 0,01314 \text{ mol} = 0,02628 \text{ mol}$$

Hvis alt $\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$ reagerer trengs 0,02628 mol KCl.

$\text{Pb}(\text{NO}_3)_2$ begrensende reaktant.

$$\frac{n_{\text{PbCl}_2}}{n_{\text{Pb}(\text{NO}_3)_2}} = \frac{1}{1}$$

$$n_{\text{PbCl}_2} = n_{\text{Pb}(\text{NO}_3)_2} = 0,01314 \text{ mol}$$

$$m_{\text{PbCl}_2} = M_{\text{PbCl}_2} \times n_{\text{PbCl}_2} = 278,1 \text{ g/mol} \times 0,01314 \text{ mol} = 3,654 \text{ g}$$

$$\text{Prosentvis utbytte: } \frac{3,18}{3,654} \times 100 \% = \mathbf{87,0 \%}$$

c)

i) Hvor mange gram CaCl_2 trengs for å lage 7,5 L av en 0,330 mol/L CaCl_2 -løsning?

$$\mathbf{2,7 \times 10^2 \text{ g}}$$

$$1,4 \times 10^2 \text{ g}$$

$$5,5 \times 10^2 \text{ g}$$

$$2,5 \times 10^3 \text{ g}$$

$$n_{\text{CaCl}_2} = c \times V = 0,330 \text{ mol/L} \times 7,5 \text{ L} = 2,475 \text{ mol}$$

$$m_{\text{CaCl}_2} = M_{\text{CaCl}_2} \times n_{\text{CaCl}_2} = 110,98 \text{ g/mol} \times 2,475 \text{ mol} = \mathbf{2,7 \times 10^2 \text{ g}}$$

ii) 250 mL av en 2,0 M HCl-løsning fortynnes til et nytt volum på 1,00 L. Hva blir den nye konsentrasjonen av HCl?

0,50 mol/L

0,25 mol/L

2,0 mol/L

4,0 mol/L

$$V_1 = 250 \text{ mL} = 0,250 \text{ L}$$

$$c_1 = 2,0 \text{ mol/L}$$

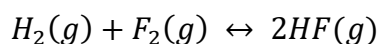
$$V_2 = 1,0 \text{ L}$$

$$n_{\text{HCl}} = c_1 \times V_1 = 2,0 \text{ mol/L} \times 0,250 \text{ L} = 0,50 \text{ mol}$$

$$c_2 = \frac{n_{\text{HCl}}}{V_2} = \frac{0,50 \text{ mol}}{1,0 \text{ L}} = \mathbf{0,50 \text{ mol/L}}$$

Oppgave 3

a) Ta utgangspunkt i følgende likevekt:



Ved en gitt temperatur har denne reaksjonen en likevektskonstant, K_c , på $1,15 \times 10^2$.

Til en tom beholder på 1,5 L tilføres 3,00 mol av hver komponent (H_2 , F_2 og HF) ved den aktuelle temperaturen.

i) I hvilken retning vil reaksjonen gå for å innstille likevekt? Vis dette med beregninger.

ii) Beregn likevektskonsentrasjonen av H_2 , F_2 og HF .

i)

$$[\text{H}_2] = \frac{n_{\text{H}_2}}{V} = \frac{3,00 \text{ mol}}{1,5 \text{ L}} = 2,00 \text{ mol/L}$$

$$[\text{H}_2] = [\text{F}_2] = [\text{HF}] = 2,00 \text{ mol/L}$$

$$Q = \frac{[\text{HF}]^2}{[\text{H}_2][\text{F}_2]} = \frac{2,00^2}{2,00 \times 2,00} = 1$$

$$Q < K_c$$

reaksjonen går mot høyre

ii)

Likevektstabell:

	$\text{H}_2(\text{g}) + \text{F}_2(\text{g}) \leftrightarrow 2\text{HF}(\text{g})$		
Ved start	2,00	2,00	2,00
Endring	-x	-x	2x
Ved likevekt	2,00 - x	2,00 - x	2,00 + 2x

$$Q = \frac{[\text{HF}]^2}{[\text{H}_2][\text{F}_2]} = \frac{(2,00 + 2x)^2}{(2,00 - x)(2,00 - x)} = 1,15 \times 10^2$$

$$\frac{4,00 + 8,00x + 4x^2}{4,00 - 4,00x + x^2} = 1,15 \times 10^2$$

$$111x^2 - 468x + 456 = 0$$

$$x_1 = 2,69$$

$$x_2 = 1,53$$

x_1 gir negativ konsentrasjon for H_2 og F_2 .

Likevektskonsentrasjon:

$$[\text{H}_2] = 2,00 - x = 2,00 - 1,53 = \mathbf{0,47 \text{ mol/L}}$$

$$[\text{F}_2] = 2,00 - x = 2,00 - 1,53 = \mathbf{0,47 \text{ mol/L}}$$

$$[\text{HF}] = 2,00 + 2x = 2,00 + 2 \times 1,53 = \mathbf{5,06 \text{ mol/L}}$$

b)

i) Beregn pH i en $8,7 \times 10^{-5} \text{ M}$ NaOH-løsning ved 25°C .

9,94

3,74

4,06

8,63

10,24

NaOH er en sterk base: $\text{NaOH}(\text{aq}) \rightarrow \text{Na}^+(\text{aq}) + \text{OH}^-(\text{aq})$

$$[\text{OH}^-] = [\text{NaOH}] = 8,7 \times 10^{-5} \text{ mol/L}$$

$$[\text{H}^+][\text{OH}^-] = 10^{-14}$$

$$[\text{H}^+] = \frac{10^{-14}}{[\text{OH}^-]} = \frac{10^{-14}}{8,7 \times 10^{-5}} = 1,15 \times 10^{-10} \text{ mol/L}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+] = -\log(1,15 \times 10^{-10}) = \mathbf{9,94}$$

ii)

Hva er konsentrasjonen av OH^- -ioner i en løsning med $\text{pH} = 10,43$ ved 25°C ?

$$\mathbf{2,7 \times 10^{-4} \text{ M}}$$

$$3,7 \times 10^{-11} \text{ M}$$

$$3,7 \times 10^{-25} \text{ M}$$

$$10,4 \text{ M}$$

$$\text{pH} = -\log[\text{H}^+]$$

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-10,43} = 3,71 \times 10^{-11} \text{ mol/L}$$

$$[\text{OH}^-] = \frac{10^{-14}}{[\text{H}^+]} = \frac{10^{-14}}{3,7 \times 10^{-11}} = \mathbf{2,7 \times 10^{-4} \text{ mol/L}}$$

iii) Gitt følgende syrekonstanter, K_a . Hvilken korresponderende base har høyest verdi for K_b ?



Jo mindre en syre protolyserer, jo høyere er K_b til den korresponderende basen. Dermed vil den korresponderende basen til den syren som protolyserer minst ha høyest K_b . Derfor vil den korresponderende basen til den syren med lavest K_a , ha høyest K_b . Det blir CN^- .

iv) pH i en 0,100 M HCOOH-løsning er 2,38. Hva er K_a til syren?

$1,8 \times 10^{-4}$

$4,1 \times 10^{-2}$

$1,7 \times 10^{-5}$

$2,4 \times 10^{-12}$



$$K_a = \frac{[\text{HCOO}^-][\text{H}^+]}{[\text{HCOOH}]}$$

Likevektstabell:

	$\text{HCOOH(aq)} \leftrightarrow \text{HCOO}^-(\text{aq}) + \text{H}^+(\text{aq})$		
Ved start	0,100	0	0
Endring	-x	x	x
Ved likevekt	0,100 - x	x	x

$$[\text{H}^+] = 10^{-\text{pH}} = 10^{-2,38} = 0,004169 \text{ mol/L}$$

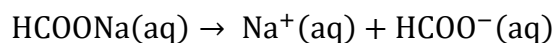
$$K_a = \frac{[\text{HCOO}^-][\text{H}^+]}{[\text{HCOOH}]} = \frac{0,004169^2}{0,100 - 0,004169} = \mathbf{1,8 \times 10^{-4}}$$

v) Avgjør om løsningen blir sur, nøytral eller basisk når den ioniske forbindelsen HCOONa løses i vann.

Basisk

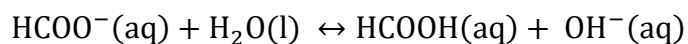
Nøytral

Sur



Na^+ påvirker ikke pH.

HCOO^- er korresponderende base til HCOOH:



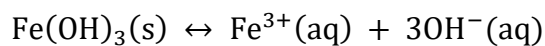
Dette gir en basisk løsning.

d)

i) Beregn den molare løseligheten til $\text{Fe}(\text{OH})_3$ i vann ved 25°C .

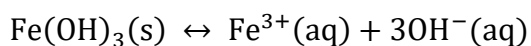
ii) Hvor mange milligram $\text{Fe}(\text{OH})_3$ kan løses i 10 L vann ved 25°C ?

i)



$$K_{\text{sp}} = [\text{Fe}^{3+}][\text{OH}^{-}]^3$$

Setter opp likevektstabell:



Ved start	-	0	0
Endring	-	x	3x
Ved likevekt	-	x	3x

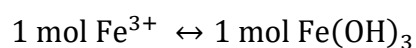
$$K_{\text{sp}} = [\text{Fe}^{3+}][\text{OH}^{-}]^3 = (x) \times (3x)^3 = 8,0 \times 10^{-40}$$

$$27x^4 = 8,0 \times 10^{-40}$$

$$x = \left(\frac{8,0 \times 10^{-40}}{27} \right)^{\frac{1}{4}} = 7,38 \times 10^{-11}$$

$$[\text{Fe}^{3+}] = x = 7,38 \times 10^{-11} \text{ mol/L}$$

$$[\text{OH}^{-}] = 3x = 3 \times 7,38 \times 10^{-11} \text{ mol/L} = 2,21 \times 10^{-11} \text{ mol/L}$$



Molar løselighet av $\text{Fe}(\text{OH})_3$: **$7,4 \times 10^{-11} \text{ mol/L}$**

ii)

$$V = 10 \text{ L}$$

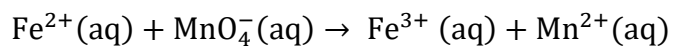
$$n_{\text{Fe}(\text{OH})_3} = 7,38 \times 10^{-11} \text{ mol/L} \times 10 \text{ L} = 7,38 \times 10^{-10} \text{ mol}$$

$$m_{\text{Fe}(\text{OH})_3} = M_{\text{Fe}(\text{OH})_3} \times n_{\text{Fe}(\text{OH})_3} = 106,874 \text{ g/mol} \times 7,38 \times 10^{-10} \text{ mol} = 7,9 \times 10^{-8} \text{ g}$$

$$m_{\text{Fe}(\text{OH})_3} = \mathbf{7,9 \times 10^{-5} \text{ mg}}$$

Oppgave 4

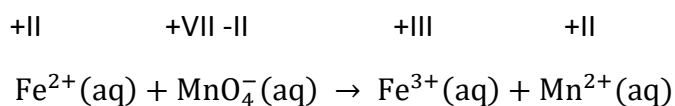
a) Balanser følgende redoksreaksjon i surt miljø:



Sett på oksidasjonstall, skriv opp halvreaksjoner og vis fremgangsmåte for balanseringen.

Alternativ 1:

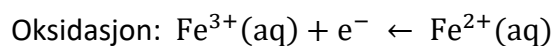
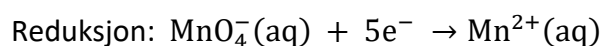
1. Oksidasjontall



Mn: +VII $\rightarrow$ +II

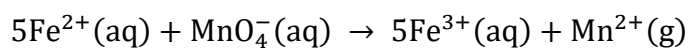
Fe: +II $\rightarrow$ +III

2. Halvreaksjoner



3. Elektronbalanse

Totalreaksjon:

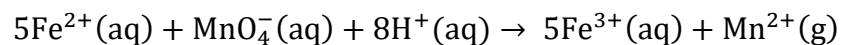


4. Ladningsbalanse

Venstre side: +9

Høyre side: +17

Tilsetter 8H^{+} på venstre side

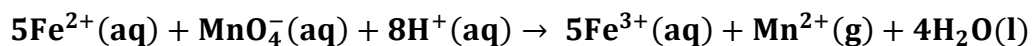


5. Massebalanse

	Fe	Mn	O	H
Venstre side	5	1	4	8
Høyre side	5	1	0	0

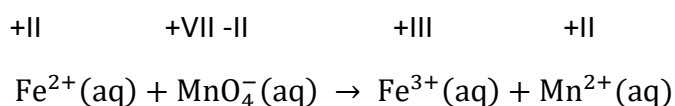
Tilsetter 4H₂O på høyre side

Balansert reaksjonsligning:



Alternativ 2:

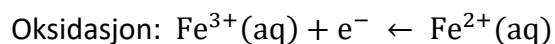
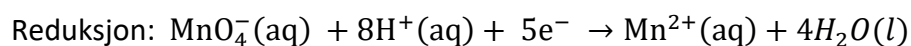
1. Oksidasjontall



Mn: +VII -> +II

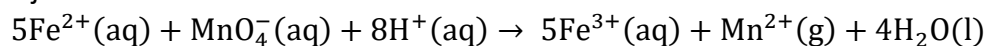
Fe: +II -> +III

2. Halvreaksjoner



3. Elektronbalanse

Totalreaksjon:



4. Ladningsbalanse

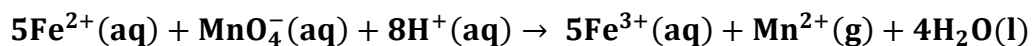
Venstre side: +17

Høyre side: +17

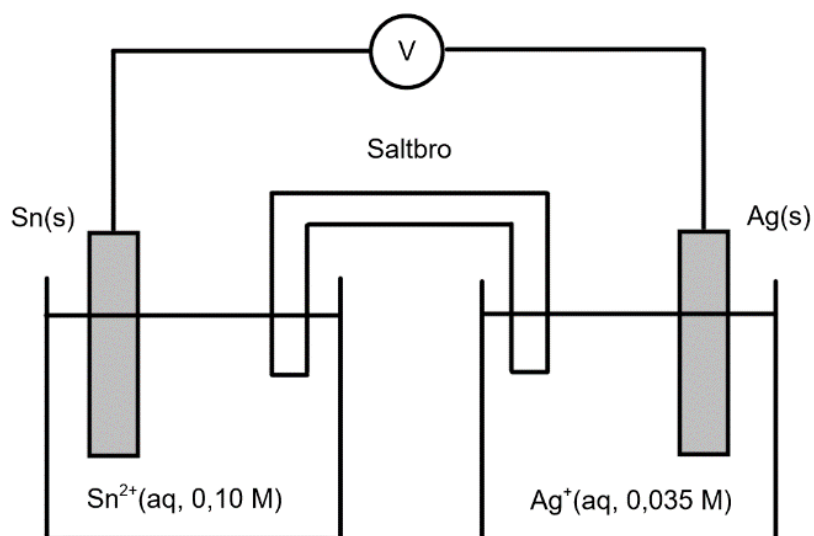
5. Massebalanse

	Fe	Mn	O	H
Venstre side	5	1	4	8
Høyre side	5	1	4	8

Balansert reaksjonsligning:



b)



Figuren viser en galvanisk celle.

i) Sett opp halvreaksjoner og totalreaksjonen. Hva er anode og katode?

ii) Beregn standard cellepotensial (E^0) for cellen.

iii) Beregn cellepotensialet ved 25°C.

i)

Anode: Sn(s)

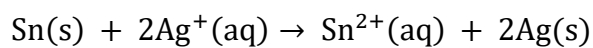
Katode: Ag(s)

Halvreaksjoner:

Katode: $\text{Ag}^+(\text{aq}) + \text{e}^- \rightarrow \text{Ag}(\text{s})$ $E_k^0 = 0,80 \text{ V}$

Anode: $\text{Sn}^{2+}(\text{aq}) + 2\text{e}^- \leftarrow \text{Sn}(\text{s})$ $E_a^0 = -0,14 \text{ V}$

Totalreaksjon:



ii)

$$E^0 = E_k^0 - E_a^0 = 0,80 - (-0,14) \text{ V} = 0,94 \text{ V}$$

$$E^0 = 0,94 \text{ V}$$

iii)

$$E = E^0 - \frac{RT}{nF} \ln(Q) = E_k^0 - E_a^0 - \frac{RT}{nF} \ln \frac{[\text{Sn}^{2+}]}{[\text{Ag}^+]^2} = 0,94 - \frac{8,314 \times 298}{2 \times 96485} \ln \frac{0,100}{0,035^2}$$

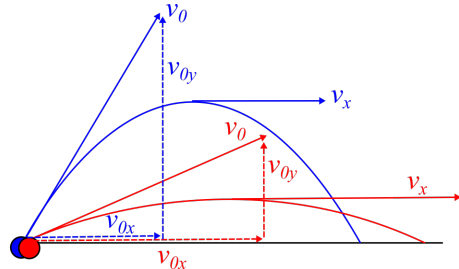
$$= 0,883 \text{ V}$$

$$\mathbf{E = 0,883 \text{ V}}$$

Flervalgsdel

Oppgave 5

a) I toppunktet er farten horisontal, dvs. $v_x = v_{0x}$ og $v_y = 0$. Da er det den kula med størst startfart v_{0x} i x -retning som har størst fart i toppunktet. Dette er illustrert på figuren under:



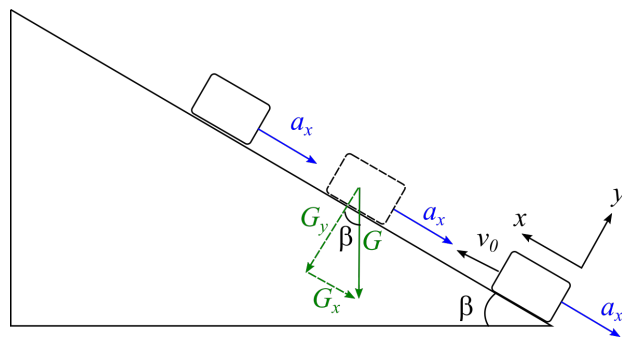
Man kan også argumentere ut i fra energi: begge kulene har samme kinetiske/potensielle energi ved startpunktet. Total mekanisk energi er konstant, og fordi den røde kula har lavest høyde/potensiell energi i toppunktet av de to, må den derfor ha størst fart.

Riktig svar: **den røde.**

b) En curlingstein som beveger seg friksjonsfritt langs et skråplan, påvirkes kun av tyngdekraften og normalkrafta fra underlaget. Komponenten av tyngden som virker langs skråplanet er konstant;

$$\begin{aligned} G_x &= mg \sin \beta \\ ma_x &= mg \sin \beta & (\text{Newtons 2. lov}) \\ a_x &= \underline{g \sin \beta} \end{aligned}$$

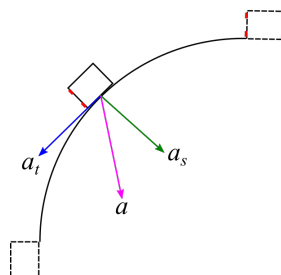
At akselerasjonen er konstant er illustrert på figuren under:



Dette betyr at steinen starter med en viss (positiv) startfart, og har konstant negativ akselerasjon langs skråplanet. Fartsgrafen blir altså en rett linje med negativt stigningstall lik akselerasjonen.

Riktig svar: **B**

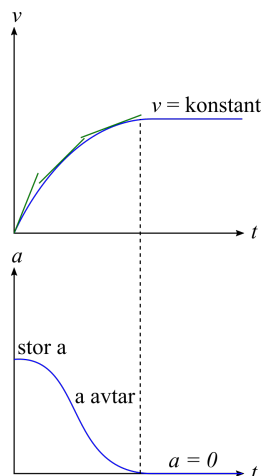
c) Figuren under viser komponentene til akselerasjonen $\vec{a}$ for bilen idet den kjører gjennom svingen med avtakende banefart: sentripetalakselerasjonen $\vec{a}_r$ (pga. sirkelbevegelsen) og tangentialakselerasjonen $\vec{a}_t$, fordi banefarten avtar.



Akselerasjonen får altså retningen vist på figuren.

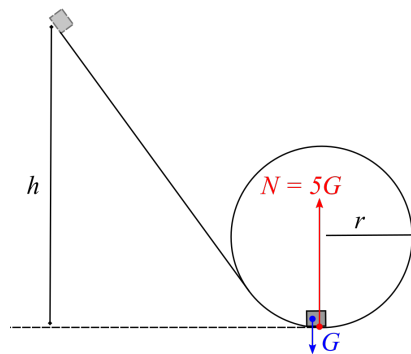
Riktig svar: **D**

d) Akselerasjonen på et tidspunkt er stigningstallet til fartsgrafen. Bilens fartsgraf viser at bilen starter med full gass og stor akselerasjon (grafen stiger bratt i starten), og så avtar farten mer og mer til den når en maksimalfart. Figuren under viser hvilken graf som er i tråd med denne situasjonen.



Riktig svar: **A**

e) Skal bestemme den største høyden h vogna kan slippes fra for at normalkrafta i det laveste punktet skal bli maksimalt $5G$, slik figuren under viser.



I det laveste punktet gir Newtons 2. lov følgende restriksjon på farten v i det laveste punktet:

$$\begin{aligned}
 \sum F &= ma \\
 N - G &= m \frac{v^2}{r} \\
 5G - G &= m \frac{v^2}{r} && \text{(Grensetilfellet)} \\
 4mg &= m \frac{v^2}{r} \\
 v^2 &= \underline{4gr}
 \end{aligned}$$

Energibevaring mellom slippunktet i høyde h og det laveste punktet gir

$$mgh = \frac{1}{2}mv^2 \Rightarrow v^2 = \underline{2gh}$$

Sammeholdt gir dette følgende verdi for den maksimale sliphøyden h :

$$4gr = 2gh \Rightarrow h = \underline{\underline{2r}}$$

Langsvar-del

Oppgave 6

a)

i) I det høyeste punktet i banen er farten $\vec{v}$ horisontal ($v_y = 0$), sånn at farten i det høyeste punktet blir lik horisontalkomponenten v_{0x} av startfarten:

$$\begin{aligned} v &= v_{0x} \\ &= v_0 \cos \alpha \\ &= 10 \text{ m/s} \cdot \cos 35^\circ \\ &= \underline{\underline{8,2 \text{ m/s}}} \end{aligned}$$

ii) Finner først falltiden t (velger positiv retning oppover):

$$\begin{aligned} y &= v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 \\ y &= v_0 \sin \alpha \cdot t - \frac{1}{2}gt^2 \\ -1,0 &= 10 \sin 35^\circ \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2 \end{aligned} \quad (\text{Sløyfer enheter})$$

Denne andregradslikninga har løsningen

$$t = 1,32 \text{ s},$$

som gir at

$$\begin{aligned} x &= v_{0x}t \\ &= v_0 \cos \alpha \cdot t \\ &= 10 \text{ m/s} \cos 35^\circ \cdot 1,32 \text{ s} \\ &= 10,8 \text{ m} \\ &\approx \underline{\underline{11 \text{ m}}} \end{aligned}$$

iii) Løser likningen for x -retningen med hensyn på tiden t :

$$x = v_{0x}t = v_0 \cos \alpha t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \alpha}$$

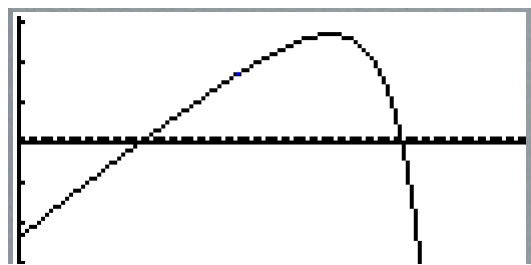
Setter i likningen for y -retningen:

$$\begin{aligned} y &= v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2 \\ y &= v_0 \sin \alpha \cdot \frac{x}{v_0 \cos \alpha} - \frac{1}{2}g \cdot \left(\frac{x}{v_0 \cos \alpha} \right)^2 \\ y &= x \tan \alpha - \frac{1}{2} \frac{gx^2}{v_0^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} \end{aligned}$$

Skal treffe midt i blinken når $x = 7,0 \text{ m}$, og $y = -1,0 \text{ m}$ og $v_0 = 10 \text{ m/s}$ (som før). Setter inn tall (sløyfer enheter):

$$\begin{aligned} -1,0 &= 7,0 \tan \alpha - \frac{1}{2} \frac{9,81 \cdot 7,0^2}{10^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} \\ 0 &= 7,0 \tan \alpha - \frac{1}{2} \frac{9,81 \cdot 7,0^2}{10^2} \cdot \frac{1}{\cos^2 \alpha} + 1,0 \end{aligned}$$

Tegner grafen til høyresiden som en funksjon av α for $0 \leq \alpha \leq 90^\circ$ og finner nullpunktene:



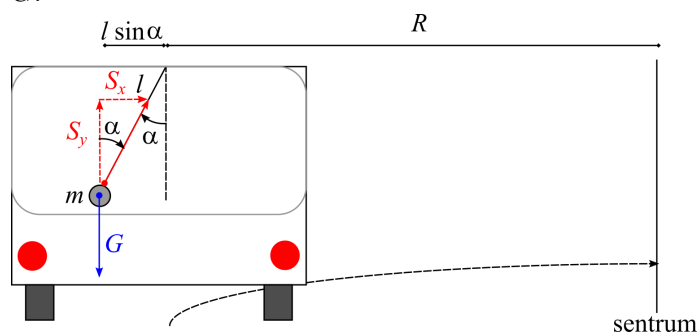
Får løsningene \

$$\alpha = 21,7^\circ \approx \underline{\underline{22^\circ}} \vee \alpha = 68,3^\circ \approx \underline{\underline{68^\circ}}$$

iii)

b)

i) Figuren under viser kreftene som virker på kula som henger i snora: snordraget S og tyngden G .



ii) Kula er i ro i vertikalretningen, sånn at

$$\begin{aligned} \sum F_y &= 0 \\ S_y &= mg \end{aligned}$$

Newtons 2. lov i x -retningen gir

$$\begin{aligned} \sum F_x &= ma \\ S_x &= m \frac{v^2}{r}, \end{aligned}$$

der $r = R + l \sin \alpha$ (som er radiusen for kulas sirkelbevegelse). Sammenhengen mellom S_x og S_y vises fra figuren:

$$\begin{aligned} S_x &= S_y \tan \alpha \\ &= \underline{mg \tan \alpha} \end{aligned} \quad (\text{Ettersom } S_y = mg)$$

Kombinerer dette og får

$$\begin{aligned} S_x &= m \frac{v^2}{r} \\ mg \tan \alpha &= m \frac{v^2}{r} \\ v^2 &= gr \tan \alpha \\ v &= \sqrt{gr \tan \alpha} \\ &= \underline{\underline{\sqrt{g(R + l \sin \alpha) \tan \alpha}}} \end{aligned}$$

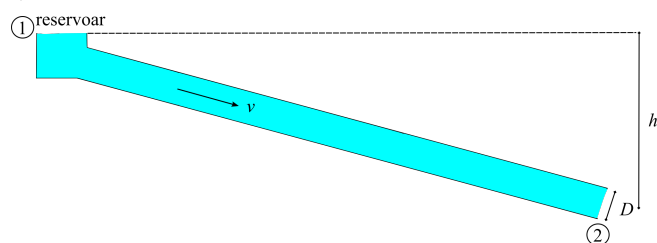
iii) Løser likningen fra forrige oppgave med hensyn på α :

$$\begin{aligned} v^2 &= gr \tan \alpha \Rightarrow \tan \alpha = \frac{v^2}{gr} \\ \alpha &= \arctan \frac{v^2}{gr} \\ &= \arctan \frac{\left(\frac{70}{3,6} \text{ m/s}\right)^2}{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 70 \text{ m}} \\ &= 28,8^\circ \\ &\approx \underline{\underline{29^\circ}} \end{aligned}$$

Oppgave 7

a)

i) Figuren under viser en skisse av mikrokraftverket:



Bernoullis likning mellom punkt 1 (vannspeilet i reservoaret) og punkt 2 (rørtløpet):

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Noen forenklinger: vi kan sette $p_1 = p_2$ (luft ved begge punkter), $v_1 \approx 0$ (vannspeilet har mye større tverrsnitt enn røret, og vil derfor sige veldig sakte nedover), $y_2 = 0$ (velger nullnivå her), $y_1 = h$. Dette gir:

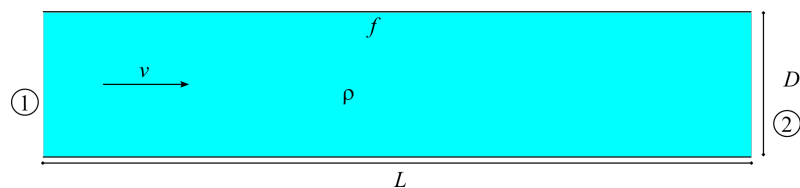
$$\begin{aligned} \rho g h &= \frac{1}{2}\rho v_2^2 \\ v_2 &= \sqrt{2gh} && \text{(Torricellis lov)} \\ &= \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 2,0 \text{ m}} \\ &\approx \underline{\underline{6,3 \text{ m/s}}} \end{aligned}$$

ii) Maksimal effekt som kan hentes ut av turbinen finner vi fra et enkelt energiresonnement: i det “maksimale” tilfellet vil all kinetisk energi i vannet tilføres turbinen. Dvs. effekten som tilføres turbinen dersom væskefarten er v og rørtverrsnittet er $A = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2$ blir

$$\begin{aligned} P_{max} &= \underbrace{\frac{1}{2}\rho v^2}_{\text{kinetisk energi pr. volum}} \cdot \underbrace{Q}_{\text{volumstrøm}} \\ &= \frac{1}{2}\rho v^2 \cdot Av && \text{(Def. av volumstrøm)} \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot (5,0 \text{ m/s})^2 \cdot \pi \left(\frac{0,40 \text{ m}}{2}\right)^2 \cdot 5,0 \text{ m/s} \\ &\approx \underline{\underline{7,9 \text{ kW}}} \end{aligned}$$

b)

i) Figuren under viser et horisontalt vannrør med punkter 1 og 2 i hver ende av røret:



Bernoullis likning med tapsledd mellom de to endene av røret (kun ett tapsledd h_f på grunn av rørfriksjonen):

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{g} + y_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} + y_2 + h_f$$

Forenklinger: ettersom røret er horisontalt er $y_1 = y_2$, og fordi tverrsnittet er konstant, er $v_1 = v_2 = v$. Dette gir:

$$\begin{aligned} \frac{p_1}{\rho g} - \frac{p_2}{\rho g} &= h_f \\ p_1 - p_2 &= \rho g h_f \\ &= \rho g \cdot f \frac{L}{D} \frac{1}{2} \frac{v^2}{g} && \text{(Tapsledd fra formelark)} \\ &= \underline{\underline{f \frac{L}{D} \cdot \frac{1}{2} \rho v^2}} \end{aligned}$$

ii) Beregner æskefarten fra volumstrømmen:

$$\begin{aligned} Q &= Av \Rightarrow v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{\pi \left(\frac{D}{2}\right)^2} \\ v &= \frac{0,20 \text{ m}^3/\text{s}}{\pi \left(\frac{1,0 \text{ m}}{2}\right)^2} \\ &= \underline{\underline{0,255 \text{ m/s}}} \end{aligned}$$

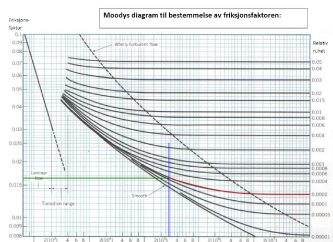
Da blir Reynoldstallet lik

$$\begin{aligned} N_R &= \frac{\rho v D}{\eta} \\ &= \frac{1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,255 \text{ m/s} \cdot 1,0 \text{ m}}{8,90 \cdot 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}} \\ &\approx \underline{\underline{2,9 \cdot 10^5}} \end{aligned}$$

Den relative ruheten er

$$\frac{\epsilon}{D} = \frac{0,20 \text{ mm}}{1,0 \text{ m}} = \frac{0,20 \cdot 10^{-3} \text{ m}}{1,0 \text{ m}} = \underline{\underline{2 \cdot 10^{-4}}}$$

Avlesning i Moodys diagram:



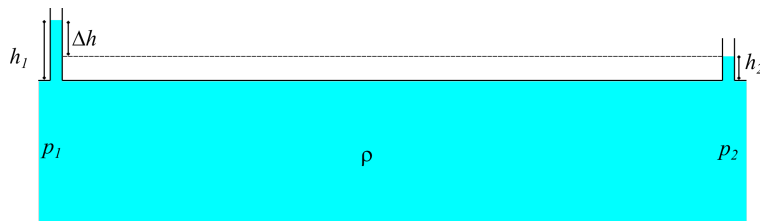
Leser av:

$$f \approx \underline{\underline{0,0165}}$$

iii) I oppgave i) fant vi et uttrykk for trykktapet mellom endene av røret:

$$\begin{aligned} p_1 - p_2 &= f \frac{L}{D} \cdot \frac{1}{2} \rho v^2 \\ &= 0,0165 \cdot \frac{1,0 \cdot 10^3 \text{ m}}{1,0 \text{ m}} \cdot \frac{1}{2} \cdot 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot (0,255 \text{ m/s})^2 \\ &= 536 \text{ Pa} \\ &\approx \underline{\underline{0,54 \text{ kPa}}} \end{aligned}$$

iv) Figuren under viser vannrøret med de to vannsøylene som kommer opp fra røret:



Væsketrykket p_1 må tilsvare trykket fra væskesøyla (pluss eventuelt lufttrykk på utsiden) rett over dette punktet, dvs.

$$p_1 = \rho g h_1 + p_0$$

Tilsvarende blir

$$p_2 = \rho g h_2 + p_0$$

Trykkforskjellen blir

$$\begin{aligned} p_1 - p_2 &= \rho g h_1 + p_0 - (\rho g h_2 + p_0) \\ &= \rho g (h_1 - h_2) \\ &= \underline{\underline{\rho g \Delta h}} \end{aligned}$$

Dette gir at høydeforskjellen blir

$$\Delta h = \underline{\underline{\frac{p_1 - p_2}{\rho g}}}$$

Oppgave 8

i) Massen av luft inne i sylindren finner vi ved fra tilstandslikningen for ideell gass: trykket er $1,0 \text{ bar} = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, temperaturen er $20^\circ \text{C} = 298 \text{ K}$ og cylindervolumet er

$$600 \text{ cm}^3 = 600 (10^{-2} \text{ m})^3 = 6,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$$

Tilstandslikningen for ideell gass gir:

$$pV = nRT \Rightarrow n = \frac{pV}{RT}$$

Sammenhengen mellom masse m , molar masse M_m og stoffmengde n er

$$m = M_m \cdot n,$$

slik at

$$\begin{aligned} m &= M_m \cdot n \\ &= M_m \cdot \frac{pV}{RT} \\ &= 28,97 \text{ g/mol} \cdot \frac{1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 6,0 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3}{8,314 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 293 \text{ K}} \\ &= 0,714 \text{ g} \\ &\approx \underline{\underline{0,71 \text{ g}}} \end{aligned}$$

ii) Vi skal nå bestemme temperaturen til lufta i sylindren når turboen komprimerer lufta adiabatisk fra $p_1 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ og $T_1 = 20^\circ \text{C} = 293 \text{ K}$ til $p_2 = 1,5 \text{ bar} = 1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ og en foreløpig ukjent sluttemperatur T_2 etter kompresjonen i turboen (oppgaven kalles sluttemperaturen T_1 , men det gir mer selvforklarende notasjon dersom denne kalles T_2).

Vi tar utgangspunkt i adiabatlikningen for sammenhengen mellom trykk og volum:

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma \Rightarrow \frac{p_1}{p_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma$$

Vi ønsker å bytte ut volumene V_1 og V_2 med temperaturene T_1 og T_2 . Ut i fra den ideelle gasslikningen:

$$\frac{p_1 V_1}{T_1} = \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow \frac{V_2}{V_1} = \frac{p_1}{p_2} \frac{T_2}{T_1}$$

Setter inn i adiabatlikninga:

$$\begin{aligned} \frac{p_1}{p_2} &= \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^\gamma \\ \frac{p_1}{p_2} &= \left(\frac{p_1 T_2}{p_2 T_1} \right)^\gamma \\ \frac{p_1}{p_2} &= \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^\gamma \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^\gamma \\ \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{1-\gamma} &= \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^\gamma \\ T_2 &= \underline{\underline{\left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \cdot T_1}} \end{aligned}$$

Setter inn tallene:

$$\begin{aligned} T_2 &= \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{\frac{1-\gamma}{\gamma}} \cdot T_1 \\ &= \left(\frac{1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}}{1,5 \cdot 10^5 \text{ Pa}} \right)^{\frac{1-1,40}{1,40}} \cdot 293 \text{ K} \\ &= \underline{\underline{329,0 \text{ K}}} \end{aligned}$$

Sluttemperaturen etter kompresjon i turboen er $329\text{ K} \approx 56^\circ\text{C}$.

iii) Vi skal nå bestemme massen av luft i sylindren når turbo er tilkoblet, dvs. trykket er $1,5 \cdot 10^5\text{ Pa}$, temperaturen er 329 K og volumet er 600 cm^3 . Vi får på samme måte som i forrige oppgave:

$$\begin{aligned} m &= 28,97\text{ g/mol} \cdot \frac{1,5 \cdot 10^5\text{ Pa} \cdot 6,0 \cdot 10^{-4}\text{ m}^3}{8,314 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \cdot 329\text{ K}} \\ &= 0,953\text{ g} \\ &\approx \underline{\underline{0,95\text{ g}}} \end{aligned}$$

iv) Vi skal finne prosentvis effektøkning som kan oppnås ved å benytte turbo sammenliknet med en motor uten turbo. Det ble opplyst at motoreffekten er direkte proporsjonal med massen luft, så for å finne prosentvis effektøkning, kan vi beregne prosentvis økning av massen luft som suges inn i motoren hhv. med og uten turbo.

Den prosentvise økningen av massen luft - og dermed motoreffekten - er

$$\left(\frac{0,953\text{ g} - 0,714\text{ g}}{0,714\text{ g}} \right) \cdot 100\% = 33,5\% \approx \underline{\underline{34\%}}$$