

## Oppgave 1

a) Fyll inn i tabellen under (skriv av tabellen på innleveringsarket ditt). I de tilfeller at det er en ionisk forbindelse skal du angi kation og anion som ione forbindelsen er satt sammen av.

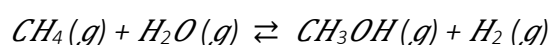
| Kation           | Anion              | Kjemisk formel               | Systematisk navn       |
|------------------|--------------------|------------------------------|------------------------|
| $\text{Ca}^{2+}$ | $\text{PO}_4^{3-}$ | $\text{Ca}_3(\text{PO}_3)_2$ | Kalsiumfosfat          |
| -                | -                  | $\text{N}_2\text{O}$         | Dinitrogenmonoksid     |
| $\text{Cu}^{2+}$ | $\text{Cl}^-$      | $\text{CuCl}_2$              | Kobber(II)klorid       |
| $\text{Fe}^{3+}$ | $\text{O}^{2-}$    | $\text{Fe}_2\text{O}_3$      | <b>Jern(III)oksid</b>  |
| -                | -                  | $\text{SiO}_2$               | Silisiumdioksid        |
| -                | -                  | $\text{Cl}_2\text{O}_7$      | <b>Diklorheptoksid</b> |
| $\text{Na}^+$    | $\text{NO}_3^-$    | $\text{NaNO}_3$              | Natriumnitrat          |
| $\text{K}^+$     | $\text{OH}^-$      | $\text{KOH}$                 | Kaliumhydroksid        |

b) En ionebinding er elektrostatisk tiltrekning mellom positivt ladede ioner (kationer) og negativt ladede ioner (anioner). (Elektroner er overført mellom atomer.) Vi har denne typen binding i ioniske forbindelser (salter), for eksempel  $\text{Cr}(\text{NO}_3)_3$ .

I en kovalent binding eller elektronparbinding deler to og to atomer på et eller flere elektronpar. (Elektroner deles mellom atomer.) Vi har denne typen binding i molekyler, for eksempel  $\text{SO}_3$ ,  $\text{HNO}_3$  og  $\text{P}_2\text{O}_5$ .

## Oppgave 2

a) Nettoreaksjonen for produksjonen av metanol er:



Vi kan løse oppgaven ved å sette opp uttrykket for likevektskonstanten:

$$K = \frac{[\text{CH}_3\text{OH}] \cdot [\text{H}_2]}{[\text{CH}_4] \cdot [\text{H}_2\text{O}]}$$

Startkonsentrasjoner blir:

$$[\text{CH}_4]^0 = n / V = 140 \text{ mol} / 50,0 \text{ L} = 2,8 \text{ M}$$

$$[\text{H}_2\text{O}]^0 = n / V = 167 \text{ mol} / 50,0 \text{ L} = 3,34 \text{ M}$$

$$K = 14,5$$

Setter opp en tabell som viser konsentrasjonene av komponentene ved start og likevekt:

|                     | <b>CH<sub>4</sub> (g)</b> | <b>H<sub>2</sub>O (g)</b> | <b>CH<sub>3</sub>OH(g)</b> | <b>H<sub>2</sub>(g)</b> |
|---------------------|---------------------------|---------------------------|----------------------------|-------------------------|
| <b>Ved start</b>    | 2,8 M                     | 3,34 M                    | 0                          | 0                       |
| <b>Endring</b>      | -x                        | -x                        | +x                         | +x                      |
| <b>Ved likevekt</b> | 2,8- x                    | 3,34- x                   | x                          | x                       |

$$K = \frac{[CH_3OH] \cdot [H_2]}{[CH_4] \cdot [H_2O]} = \frac{x^2}{(2.8 - x)(3.34 - x)}$$

$$x = 2.385$$

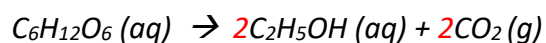
Ved likevekt er sammensetningen i reaktoren

$$[CH_4] = 2.8M - 2.385M = 0.415M$$

$$[H_2O] = 3.34M - 2.385M = 0.945M$$

$$[CH_3OH] = [H_2] = 2.385M$$

b) Når sukker gjærer og danner etanol skjer følgende reaksjonen:



Hvor mye etanol kan maksimalt dannes av 500 g sukker? Angi svaret i gram.

Finner først antall mol sukker:

$$n_{sukker} = m \cdot M = 500 \text{ g} \cdot \frac{(6 \cdot 12 + 12 \cdot 1,008 + 6 \cdot 16)g}{mol} = 2,78 \text{ mol}$$

Finner antall mol etanol ved å se på støkiometrien i den balanserte reaksjonsligningen:

$$\frac{n_{etanol}}{n_{sukker}} = \frac{2}{1} \rightarrow n_{etanol} = 2 \cdot n_{sukker} = 2 \cdot 2,78 \text{ mol} = 5,55 \text{ mol}$$

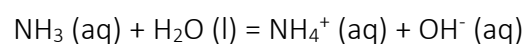
Finner massen etanol som dannes:

$$m_{sukker} = n \cdot M = 5,55 \text{ mol} \cdot \frac{(2 \cdot 12 + 6 \cdot 1,008 + 16)g}{mol} = 256 \text{ gram}$$

### Oppgave 3

a) Beregn pH i en 0,020 M NH<sub>3</sub>-løsning:

Ammoniakk er en svak base og vi får delvis protolyse:



$$K_a = 5,7 \cdot 10^{-10}$$

$$K_b = 1,0 \cdot 10^{-14} / 5,7 \cdot 10^{-10} = 1,75 \cdot 10^{-5}$$

Setter opp tabell:

|          | NH <sub>3</sub> | NH <sub>4</sub> <sup>+</sup> | OH <sup>-</sup> |
|----------|-----------------|------------------------------|-----------------|
| Start    | 0,020           | 0                            | ~0              |
| Endring  | -x              | +x                           | +x              |
| Likevekt | 0,020 - x       | x                            | x               |

Setter opp uttrykket for basekonstanten:

$$K_b = [\text{NH}_4^+][\text{OH}^-] / [\text{NH}_3] = x^2 / 0,020 - x = 1,75 \cdot 10^{-5}$$

$$x^2 + 1,75 \cdot 10^{-5}x - 3,5 \cdot 10^{-7} = 0$$

$$x = 5,83 \cdot 10^{-4}$$

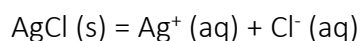
$$[\text{OH}^-] = x = 5,83 \cdot 10^{-4} \text{ M}$$

$$\text{pOH} = -\log(5,83 \cdot 10^{-4}) = 3,2$$

$$\text{pH} = 14,0 - 3,2 = \mathbf{10,8}$$

*b) Hvor mange mol AgCl kan du maksimalt få løst opp i 2,0 L vann ved 25 °C?*

AgCl løses opp til:



$$K_{sp} = 2,0 \cdot 10^{-10}$$

Ved maksimalt oppløst AgCl er reaksjonen ovenfor en mettet løsning og derav i likevekt.

Finner konsentrasjon fra uttrykket for løselighetsproduktet:

$$K_{sp} = [\text{Ag}^+][\text{Cl}^-] = x^2 = 2,0 \cdot 10^{-10}$$

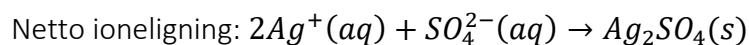
$$x = \sqrt{(2,0 \cdot 10^{-10})} = 1,41 \cdot 10^{-5}$$

Stoffmengden blir derav:

$$n = c \cdot V = 1,41 \cdot 10^{-5} \text{ mol/L} \cdot 2,0 \text{ L} = \mathbf{2,8 \cdot 10^{-5} \text{ mol}}$$

c) Vi blander en løsning av 0,40 L 0,080 M  $\text{AgNO}_3$  med en løsning av 0,30 L 0,12 M  $\text{Na}_2\text{SO}_4$ .  
Avgjør ved regning om vi får utfelling.

Vi har følgende ioner i løsningen:  $\text{Na}^+$ ,  $\text{Ag}^+$ ,  $\text{NO}_3^-$ ,  $\text{SO}_4^{2-}$ . Det er kun  $\text{Ag}_2\text{SO}_4$  som er et tungtløselig salt.



$$K_{sp} = 1,6 \cdot 10^{-5}$$

Må beregne reaksjonskvotienten:  $Q = [\text{Ag}^+]^2[\text{SO}_4^{2-}]$

Finner konsentrasjonen av ionene etter blanding:

$$[\text{Ag}^+] = \frac{[\text{AgNO}_3] \cdot V}{V_{\text{tot}}} = \frac{0,080\text{M} \cdot 400\text{ ml}}{(300 + 400)\text{ml}} = 0,0457\text{ mol/l}$$

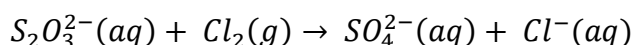
$$[\text{SO}_4^{2-}] = \frac{[\text{Na}_2\text{SO}_4] \cdot V}{V_{\text{tot}}} = \frac{0,12\text{ M} \cdot 300\text{ ml}}{(300 + 400)\text{ml}} = 0,0514\text{ mol/l}$$

$$Q = (0,0457\text{mol/l})^2 \cdot 0,00514 \frac{\text{mol}}{\text{l}} = 1,07 \cdot 10^{-4}$$

$Q > K_{sp}$  og vi har derfor en overmettet løsning  $\rightarrow$  utfelling av  $\text{Ag}_2\text{SO}_4$ .

## Oppgave 4

a) Se på følgende redoksreaksjon:



Setter på oksidasjonstall:

| Type atom | Venstre side | Høyre side |
|-----------|--------------|------------|
| S         | +2           | +6         |
| O         | -2           | -2         |
| Cl        | 0            | -1         |

Ser at oksidasjonstallet for O er uforandret, mens oksidasjonstallet for Cl og S endres i reaksjonen.

Finner ut hva som oksideres/reduceres:

Oksidasjonstallet for Cl endres fra 0 til -1, og Cl blir derfor redusert.

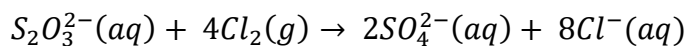
Oksidasjonstallet for S endres fra 2 til 6, og S blir derfor oksidert.

Setter opp halvreaksjoner og tar elektronbalanse:

Reduksjon:  $S_2O_3^{2-}(aq) \rightarrow SO_4^{2-}(aq) + 8e^-$

Oksidasjon:  $Cl_2(g) + 2e^- \rightarrow 2Cl^-(aq)$  | \* 4

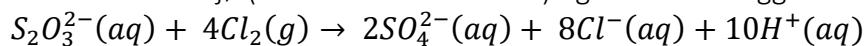
Total reaksjon:



Ladningsbalanse:

|              |           |
|--------------|-----------|
| Venstre side | -2        |
| Høyre side   | -8-4= -12 |

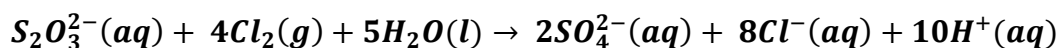
Vi antar surt miljø (overskudd av  $H^+$ -ioner) og må derfor legge til 10  $H^+$ -ioner på høyre side.



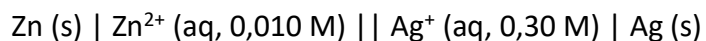
Massebalanse med hensyn på H og O:

| Type atom | Venstre side | Høyre side |
|-----------|--------------|------------|
| H         | 0            | 10         |
| O         | 3            | 8          |

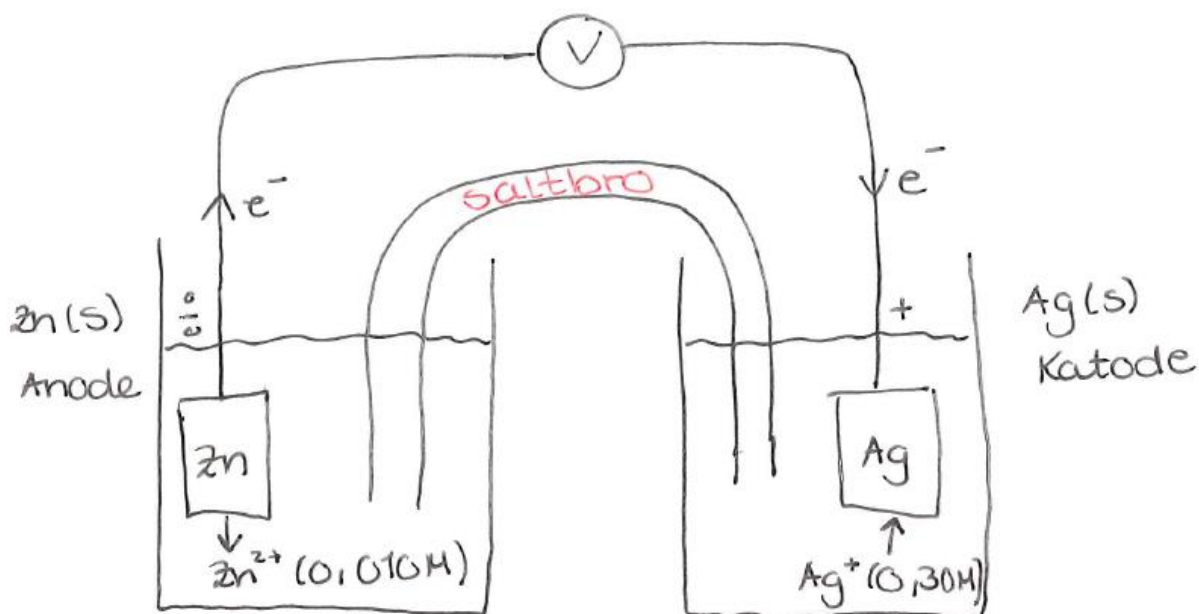
Legger til 5 vannmolekyl på venstre side:



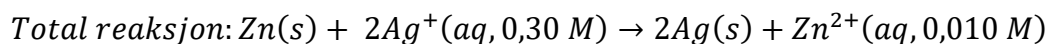
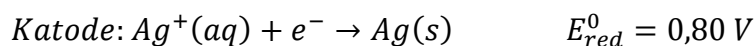
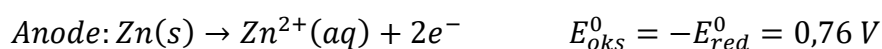
b) Vi har følgende galvaniske celle:



- i. Skisser cellen og vis hvordan ionene og elektronene beveger seg. Angi hva som er anode og katode.



- ii. Regn ut cellepotensialet for denne cellen ved 25 °C.



$$E_{\text{celle}}^0 = E_{\text{red}}^0 + E_{\text{oks}}^0 = 0,76 \text{ V} + 0,80 \text{ V} = \underline{1,56 \text{ V}}$$

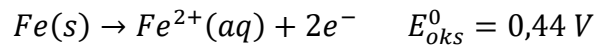
Bruker Nernst ligning for å beregne cellepotensialet, da vi ikke har standard tilstand (konsentrasjonen av ioner er ulik 1 M):

$$E = E^0 - \frac{0,059 \text{ V}}{n} \log Q = 1,56 \text{ V} - \frac{0,059 \text{ V}}{2} \log \frac{0,010 \text{ M Zn}^{2+}}{(0,30 \text{ M})^2 \text{ Ag}^+} = \underline{1,59 \text{ V}}$$

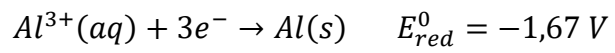
- c) En jerntank blir brukt til å lagre avfallsvann som inneholder blant annet ionene  $\text{Al}^{3+}$  og  $\text{Ni}^{2+}$ . Vil noen av disse ionene angripe jernet? Grunngi svaret ditt.

Vi må sjekke om  $\text{Al}^{3+}$  og  $\text{Ni}^{2+}$  kan bidra til at jern oksiderer (korroderer). For at dette skal skje spontant må  $E^0 > 0$ . For at Fe skal korrodere må det skje en tilsvarende reduksjonsreaksjon  $\rightarrow$  reduksjon av  $\text{Al}^{3+}$  eller  $\text{Ni}^{2+}$ .

Oksidasjon av jern er gitt ved følgende halvreaksjon:



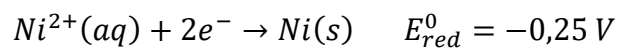
Sjekker for  $Al^{3+}$ :



$$E_{celle}^0 = 0,44 \text{ V} - 1,67 \text{ V} = -1,23 \text{ V}$$

Siden  $E_{celle}^0 < 0$  vil ikke  $Al^{3+}$  angripe jernet.

Sjekker for  $Ni^{2+}$ :



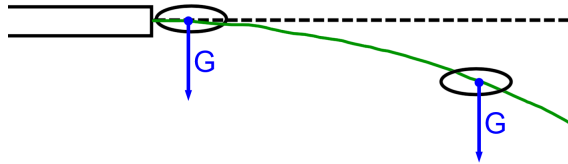
$$E_{celle}^0 = 0,44 \text{ V} - 0,25 \text{ V} = 0,19 \text{ V}$$

Siden  $E_{celle}^0 > 0$  vil  $Ni^{2+}$  angripe jernet.

## Løsningsforslag august 2018

### Oppgave 5

a) Figuren under viser den eneste kraften som virker på kula etter at den har forlatt løpet: tyngdekraften  $G$ .



Ettersom kun tyngen virker, er kulas fart i horisontalretningen konstant, mens den har konstant akselerasjon lik tyngdeakselerasjonen  $g$  loddrett nedover.

b)

i) Vi skal beregne hvor langt under blinken kula lander dersom løpet peker rett mot blinken. I dette tilfellet er løpet og startfarten til kula helt horisontale, slik at vi får følgende bevegelseslikninger (startfarten i  $y$ -retning er nå null, og positiv  $y$ -retning velges nedover):

$$x = v_{0x}t = v_0t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0}$$

$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

Svevetida er lik

$$t = \frac{100 \text{ m}}{1000 \text{ m/s}} = \underline{0,10 \text{ s}}$$

Kula har da falt følgende loddrette strekning under blinken:

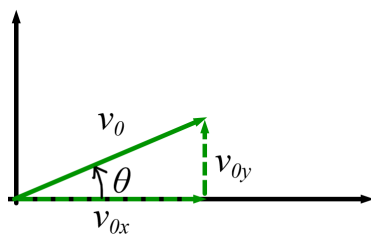
$$y = \frac{1}{2}gt^2$$

$$= \frac{1}{2} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot (0,10 \text{ s})^2$$

$$= 0,04905 \text{ m}$$

$$\approx \underline{\underline{4,9 \text{ cm}}}$$

ii) Figuren under viser dekomponeringa av startfarten  $v_0$  i en horisontalkomponent  $v_{0x}$  og en vertikalkomponent  $v_{0y}$ :



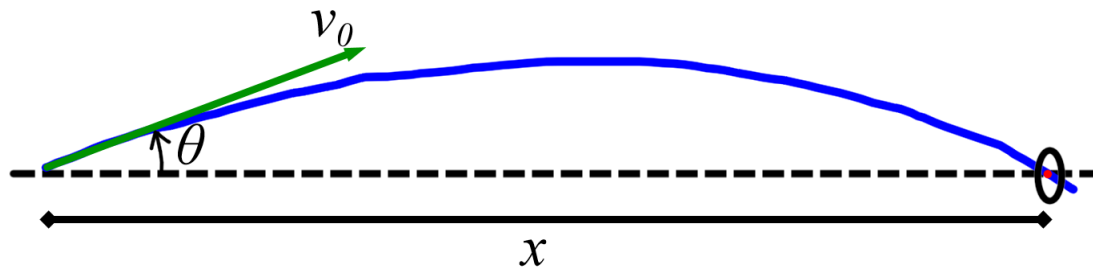
Som figuren viser er

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta = 1000 \text{ m/s} \cdot \cos \theta$$

$$v_{0y} = v_0 \sin \theta = 1000 \text{ m/s} \cdot \sin \theta$$



c) Vi skal bestemme vinkelen  $\theta$  slik at kula treffer midt i blinken, slik figuren under viser.



For at dette skal være tilfellet, må  $y = 0$  idet  $x = 100\text{ m}$ . Vi har de to bevegelseslikningene (velger nå positiv  $y$ -retning **oppover**)

$$x = v_{0x}t = v_0 \cos \theta t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \theta}$$

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2}gt^2$$

Setter inn uttrykket for falltiden  $t$  i uttrykket for  $y$ :

$$y = v_0 \sin \theta t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$= v_0 \sin \theta \cdot \frac{x}{v_0 \cos \theta} - \frac{1}{2}g \left( \frac{x}{v_0 \cos \theta} \right)^2$$

$$= x \frac{\sin \theta}{\cos \theta} - \frac{1}{2} \frac{gx^2}{v_0^2 \cos^2 \theta}$$

Ettersom  $y = 0$  idet kula treffer midt i blinken, skal vi løse

$$y = 0$$

$$x \frac{\sin \theta}{\cos \theta} - \frac{1}{2} \frac{gx^2}{v_0^2 \cos^2 \theta} = 0$$

Stryker felles faktorer:

$$\sin \theta - \frac{1}{2} \frac{gx}{v_0^2 \cos \theta} = 0$$

$$\sin \theta = \frac{1}{2} \frac{gx}{v_0^2 \cos \theta}$$

$$2 \sin \theta \cos \theta = \frac{gx}{v_0^2}$$

Vi kan nå bruke den oppgitte trigonometriske identiteten,

$$2 \sin \theta \cos \theta = \sin 2\theta,$$

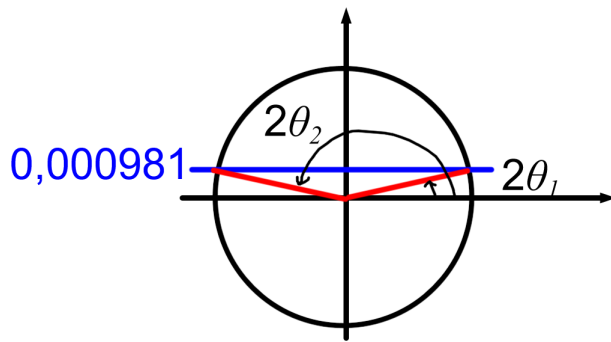
slik at likningen blir

$$\sin 2\theta = \frac{gx}{v_0^2}$$

Med de oppgitte verdiene blir likninga

$$\sin 2\theta = \frac{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 100 \text{ m}}{(1000 \text{ m/s})^2} = \underline{0,000981}$$

Finner løsninger for vinkelen  $2\theta$  ved enhetssirkel:



Får løsningene

$$2\theta_1 = \arcsin 0,000981 = 0,0562^\circ \Rightarrow \theta_1 = \frac{1}{2} \cdot 0,0562^\circ = 0,0281^\circ \approx \underline{0,028^\circ}$$

$$2\theta_2 = 180^\circ - 2\theta_1 = 179,94^\circ \Rightarrow \theta_2 = \frac{1}{2} \cdot 179,94^\circ = 89,97^\circ \approx \underline{90^\circ}$$

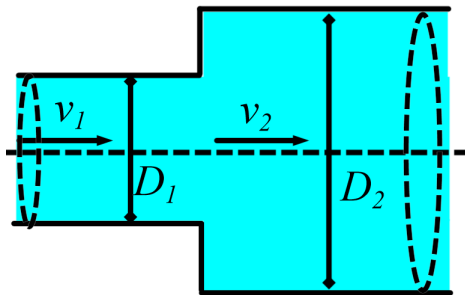
Ettersom det er oppgitt at skytteren bruker en “liten” vinkel, er den interessante løsningen altså

$$\theta = \underline{\underline{0,028^\circ}}$$

## Oppgave 6

a)

i) Vi skal bestemme volumstrømmen gjennom røret på figuren under, der  $v_1 = 3,00 \text{ m/s}$ ,  $D_1 = 2,00 \text{ m}$  og  $D_2 = 3,00 \text{ m}$ :



Volumstrømmen er gitt ved

$$\begin{aligned} q &= A_1 v_1 = \pi \left( \frac{D_1}{2} \right)^2 \cdot v_1 \\ &= \pi \cdot \left( \frac{2,00 \text{ m}}{2} \right)^2 \cdot 3,00 \text{ m/s} \\ &= \underline{\underline{9,42 \text{ m}^3/\text{s}}} \end{aligned}$$

ii) Farten i den brede delen av røret finner vi fra kontinuitetslikningen:

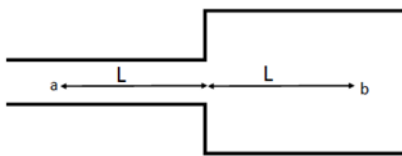
$$\begin{aligned}
 A_1 v_1 &= A_2 v_2 \Rightarrow v_2 = \frac{A_1}{A_2} v_1 \\
 v_2 &= \frac{\pi \left(\frac{D_1}{2}\right)^2}{\pi \left(\frac{D_2}{2}\right)^2} \cdot v_1 \\
 &= \left(\frac{D_1}{D_2}\right)^2 v_1 \\
 &= \left(\frac{2,00 \text{ m}}{3,00 \text{ m}}\right)^2 \cdot 3,00 \text{ m/s} \\
 &= \underline{\underline{1,33 \text{ m/s}}}
 \end{aligned}$$

b) Reynoldstallene for de to delene blir

$$\begin{aligned}
 \text{Smal del: } N_R &= \frac{\rho v_1 D_1}{\eta} = \frac{1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 3,00 \text{ m/s} \cdot 2,00 \text{ m}}{8,9 \cdot 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}} = \underline{\underline{6,7 \cdot 10^6}} \\
 \text{Bred del: } N_R &= \frac{\rho v_2 D_2}{\eta} = \frac{1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 1,33 \text{ m/s} \cdot 3,00 \text{ m}}{8,9 \cdot 10^{-4} \text{ Pa} \cdot \text{s}} = \underline{\underline{4,5 \cdot 10^6}}
 \end{aligned}$$

Ettersom vi har  $N_R > 3000$  i begge rørdelene, er det altså turbulent strømming i alle deler av røret.

c) Vi skal beregne trykkfallet fra a til b på figuren under, når avstanden  $L = 10 \text{ m}$  og røret har ruhet  $0,3 \text{ mm}$ :



Bernoullis likning med tapsledd (vi har tap på grunn av rørfriksjon, samt i overgangen):

$$\frac{p_a}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v_a^2}{g} + y_a = \frac{p_b}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v_b^2}{g} + y_b + h_f + h_e$$

Tapshøyden  $h_f$  for rørfriksjon består av to deler: én for den smale delen, og én for den brede delen (Reynoldstallene er forskjellige, og dermed er friksjonsfaktorene også forskjellige - i tillegg til diametrene). Hvis friksjonsfaktorene i den smale og brede delen kalles hhv.  $f_1$  og  $f_2$ , blir den totale tapshøyden for rørfriksjons lik

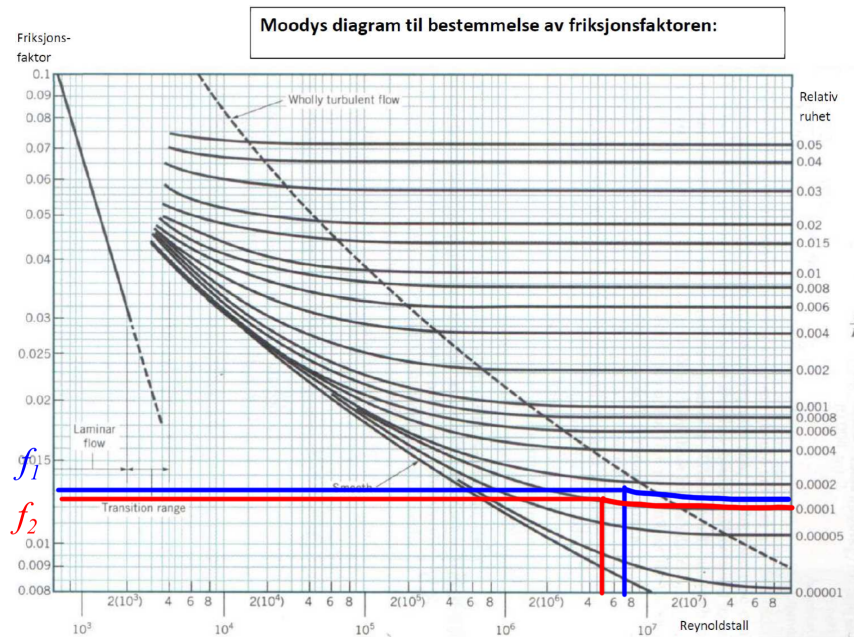
$$h_f = f_1 \frac{L}{D_1} \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{g} + f_2 \frac{L}{D_2} \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g}$$

Tapshøyden for overgangen er<sup>1</sup>

$$h_e = \zeta \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{g}$$

<sup>1</sup>Det er urealistisk at farten faller brått fra  $v_1$  til  $v_2$  i overgangen - i praksis er det en gradvis overgang til ny væskefart. Her bruker vi imidlertid farten til vannet før overgangen skjer.

Friksjonsfaktorene  $f_1$  og  $f_2$  bestemmes fra Moodys diagram, med Reynoldstallene bestemt fra forrige oppgave og relative ruheter for hhv. den smale og brede delen av røret gitt ved  $\frac{\varepsilon}{D_1} = \frac{0,30 \text{ mm}}{2000 \text{ mm}} = 1,5 \cdot 10^{-4}$  og  $\frac{\varepsilon}{D_2} = \frac{0,30 \text{ mm}}{3000 \text{ mm}} = 1,0 \cdot 10^{-4}$ . Leser ut friksjonsfaktorene fra diagrammet:



$$f_1 \approx 0,0130, f_2 \approx 0,0125$$

Vi skal finne trykkforskjellen  $p_a - p_b$ . Ettersom  $y_a = y_b$  og væskefartene er  $v_a = v_1$  og  $v_b = v_2$ , blir likninga

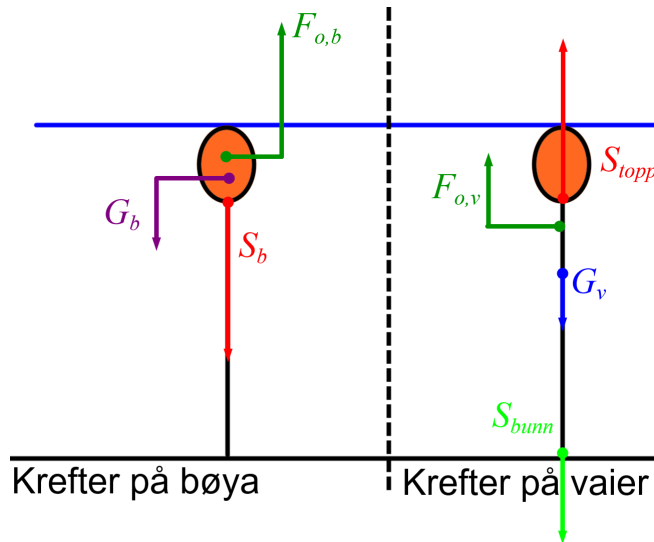
$$\begin{aligned} \frac{p_a}{\rho g} - \frac{p_b}{\rho g} &= \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} - \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{g} + h_f + h_e \\ \frac{p_a}{\rho g} - \frac{p_b}{\rho g} &= \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} - \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{g} + f_1 \frac{L}{D_1} \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{g} + f_2 \frac{L}{D_2} \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} + \zeta \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{g} \end{aligned}$$

Ganger opp med  $\rho g$ :

$$\begin{aligned} p_a - p_b &= \frac{1}{2} \rho (v_2^2 - v_1^2) + f_1 \frac{L}{D_1} \frac{1}{2} \rho v_1^2 + f_2 \frac{L}{D_2} \frac{1}{2} \rho v_2^2 + \zeta \frac{1}{2} \rho v_1^2 \\ &= \frac{1}{2} \rho v_1^2 \left( f_1 \frac{L}{D_1} + \zeta - 1 \right) + \frac{1}{2} \rho v_2^2 \left( f_2 \frac{L}{D_2} + 1 \right) \\ &= \frac{1}{2} \cdot 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot (3,0 \text{ m/s})^2 \left( 0,013 \cdot \frac{10 \text{ m}}{2,0 \text{ m}} + 1,0 - 1 \right) + \frac{1}{2} \cdot 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot (1,33 \text{ m/s})^2 \left( 0,0125 \cdot \frac{10 \text{ m}}{3,0 \text{ m}} + 1 \right) \\ &= \underline{\underline{1,2 \cdot 10^3 \text{ Pa}}} \end{aligned}$$

## Oppgave 7

a) Figuren under viser kreftene som virker på hhv. bøya og vaieren:



På bøya virker oppdriften  $F_{0,b}$ , tyngden  $G_b$  og snordraget  $S_b$  fra vaieren. På vaieren virker oppdriften  $F_{0,v}$ , tyngden  $G_v$  og draget  $S_{topp}$  fra bøya (motkrafta til draget fra vaieren), samt et snordrag  $S_{bunn}$  fra bunnen der vaieren er festet. Ettersom alt henger i ro, får vi følgende likninger:

$$\text{I: } F_{0,b} = G_b + S_b \Rightarrow S_b = F_{0,b} - G_b$$

$$\text{II: } S_{topp} = S_b$$

$$\text{III: } F_{0,v} + S_{topp} = S_{bunn} + G_v \Rightarrow S_{bunn} = S_{topp} + F_{0,v} - G_v$$

Vi benytter Arkimedes' lov til å beregne oppdrift: hvis  $V_b$  er bøyas volum og  $\rho$  er massetettheten til vannet, er

$$\begin{aligned} S_b &= F_{0,b} - G_b \\ &= \rho V_b g - m_b g \\ &= 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 1,0 \text{ m}^3 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 - 30 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \\ &= 9516 \text{ N} \\ &\approx \underline{9,5 \text{ kN}} \end{aligned}$$

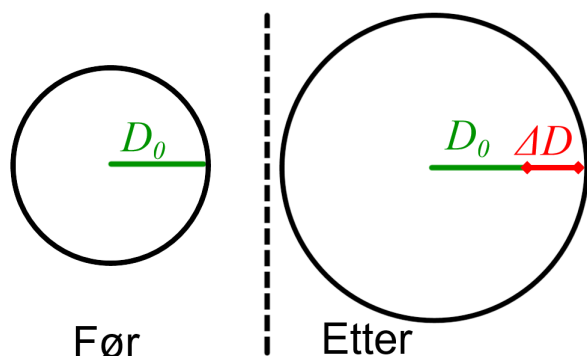
Ved Newtons 3. lov er denne like stor som draget  $S_{topp}$  i den ene enden av vaieren (likning II):

$$S_{topp} = S_b = \underline{\underline{9,5 \text{ kN}}}$$

Draget i den andre enden av vaieren er da (her er  $m_v$  og  $V_v$  hhv. massen og volumet av den sylinderformede vaieren):

$$\begin{aligned} S_{bunn} &= S_{topp} + F_{0,v} - G_v \\ &= S_{topp} + \rho V_v g - m_v g \\ &= 9516 \text{ N} + 1,0 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot \pi \left( \frac{0,015 \text{ m}}{2} \right)^2 \cdot 50 \text{ m} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 - 60 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \\ &= 9014 \text{ N} \\ &\approx \underline{\underline{9,0 \text{ kN}}} \end{aligned}$$

b) Når ringen varmes opp, vil den utvide seg. Figuren under viser kopperringen før og etter oppvarmingen:



Den opprinnelige diameteren er  $D_0$ , og lengdeutvidelsen er  $\Delta D$ . For at ringen med opprinnelig diameter  $D_0 = 6,000 \text{ cm}$  skal passe inn på en stang med diameter  $D = 6,005 \text{ cm}$ , må altså lengdeutvidelsen være  $\Delta D = 0,005 \text{ cm}$ . Formelen for lengdeutvidelse gir at ringen må gis følgende temperaturendring:

$$\begin{aligned}\Delta D &= \alpha D_0 \Delta T \Rightarrow \Delta T = \frac{\Delta D}{\alpha D_0} \\ \Delta T &= \frac{0,005 \text{ cm}}{1,70 \cdot 10^{-5} \text{ K}^{-1} \cdot 6,000 \text{ cm}} \\ &= \underline{49,0 \text{ K}}\end{aligned}$$

Ettersom starttemperaturen var  $20^\circ\text{C}$ , blir sluttemperaturen altså

$$(20 + 49)^\circ\text{C} = \underline{69^\circ\text{C}}$$

## Oppgave 8

a) Beregner trykk, volum og temperatur i de forskjellige tilstandene ved tilstandslikningen for ideell gass:

Tilstand 1:

$$p_1 = 2,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}, V_1 = 3,0 \text{ dm}^3, T_1 = 320 \text{ K}$$

1-2: Isobar utvidelse til tilstand 2 der  $V_2 = 1,5 V_1 = 4,5 \text{ dm}^3$ :

$$\begin{aligned}p_2 &= p_1, V_2 = 4,5 \text{ dm}^3 \\ \frac{p_1 V_1}{T_1} &= \frac{p_2 V_2}{T_2} \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 V_2}{p_1 V_1} T_1 \\ T_2 &= \frac{V_2}{V_1} T_1 \\ &= 1,5 T_1 \\ &= 1,5 \cdot 320 \text{ K} \\ &= \underline{480 \text{ K}}\end{aligned}$$

Altså:

$$\underline{p_2 = 2,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}, V_2 = 4,5 \text{ dm}^3, T_2 = 480 \text{ K}}$$

2-3: Isokor prosess til  $T_3 = T_1$  (dvs.  $V_3 = V_2$ ):

$$\begin{aligned}\frac{p_2 V_2}{T_2} &= \frac{p_3 V_3}{T_3} \Rightarrow p_3 = \frac{V_2 T_3}{V_3 T_2} p_2 \\ p_3 &= \frac{T_3}{T_2} p_2 \\ &= \frac{T_1}{1,5 T_1} \cdot p_1 \\ &= \underline{1,3 \cdot 10^5 \text{ Pa}}\end{aligned}$$

Altså:

$$\underline{p_3 = 1,3 \cdot 10^5 \text{ Pa}, V_3 = 4,5 \text{ dm}^3, T_3 = 320 \text{ K}}$$

3-4: Adiabatisk prosess til  $V_4 = V_1$ : her bruker vi adiabatlikningen til å beregne sluttrykk og -temperatur:

$$\begin{aligned}p_3 V_3^\gamma &= p_4 V_4^\gamma \Rightarrow p_4 = \left(\frac{V_3}{V_4}\right)^\gamma p_3 \\ p_4 &= \left(\frac{4,5 \text{ dm}^3}{3,0 \text{ dm}^3}\right)^{\frac{5}{3}} \cdot 1,3 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\ &= \underline{2,6 \cdot 10^5 \text{ Pa}}\end{aligned}$$

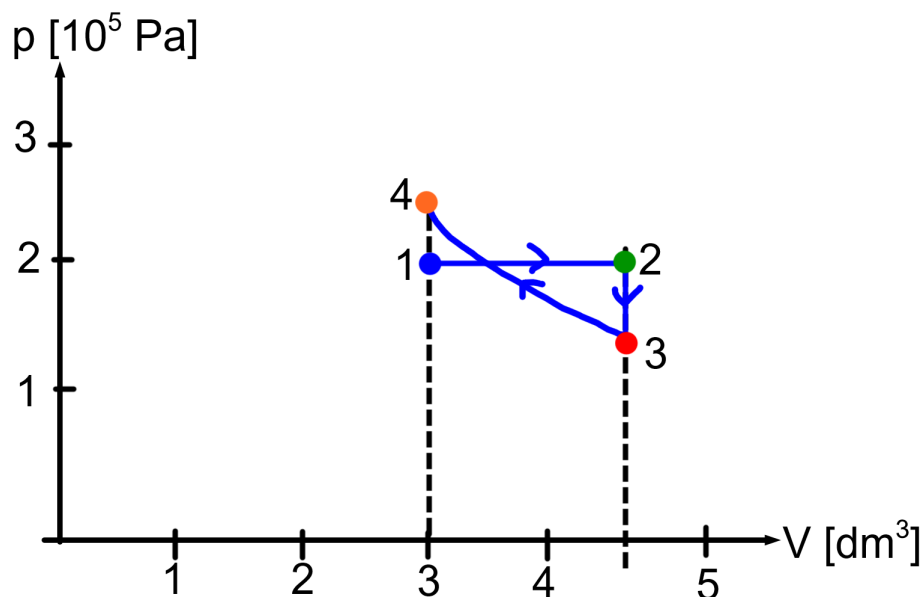
Temperaturen kan vi finne fra

$$\begin{aligned}\frac{p_3 V_3}{T_3} &= \frac{p_4 V_4}{T_4} \Rightarrow T_4 = \frac{p_4 V_4}{p_3 V_3} T_3 \\ T_4 &= \frac{2,6 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 3,0 \text{ dm}^3}{1,3 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 4,5 \text{ dm}^3} \cdot 320 \text{ K} \\ &= \underline{427 \text{ K}}\end{aligned}$$

Altså:

$$\underline{p_4 = 2,6 \cdot 10^5 \text{ Pa}, V_4 = 3,0 \text{ dm}^3, T_4 = 427 \text{ K}}$$

b) Tegner prosessene i et  $pV$ -diagram:



Beregner antall mol av gassen  $n$  fra den ideelle tilstandslikningen (her kan vi velge en hvilken som helst tilstand - f.eks. starttilstanden):

$$\begin{aligned} p_1 V_1 &= nRT_1 \Rightarrow n = \frac{p_1 V_1}{RT_1} \\ n &= \frac{2,0 \cdot 10^5 \text{ Pa} \cdot 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{8,314 \text{ J/mol} \cdot \text{K} \cdot 320 \text{ K}} \\ &= 0,226 \text{ mol} \\ &\approx \underline{\underline{0,23 \text{ mol}}} \end{aligned}$$