

Oppgave 1

a) Kryss av på ett av alternativene i oppgavene nedenfor (kun et svaralternativ er rett, og det gis ikke minuspoeng for feil svar). Riv av arkene med Oppgave 1 a og lever det ved besvarelsen.

i) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen CuO ?

- ☐ Kobberoksid
- ☒ Kobber(II)oksid
- ☐ Kobber(III)oksid
- ☐ Kobbermonoksid

ii) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen K_2S ?

- ☐ Dikaliumsulfid
- ☐ Kalium(II)sulfid
- ☐ Kalsiumsulfid
- ☒ Kaliumsulfid

iii) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen N_2O_5 ?

- ☐ Nitrogenoksid
- ☐ Nitrogenpentoksid
- ☒ Dinitrogenpentoksid
- ☐ Dinitrogenoksid

iv) Hva er det systematiske navnet til forbindelsen CS_2 ?

- ☐ Karbonsulfid
- ☒ Karbondisulfid
- ☐ Karbon(II)sulfid
- ☐ Karbondisvovel

v) Hva er den kjemiske formelen til tetrafosfordekasulfid?

- ☐ P_3S_{10}
- ☒ P_4S_{10}
- ☐ P_4S_9
- ☐ P_3S_9

vi) Hva er den kjemiske formelen til bariumklorid?

- ☒ BaCl_2
- ☐ BaCl
- ☐ Ba_2Cl_2
- ☐ BeCl

vii) Hva er den kjemiske formelen til ammoniumkarbonat?

- ☐ NH_4CO_3
- ☐ NH_4PO_4
- ☒ $(\text{NH}_4)_2\text{CO}_3$
- ☐ $(\text{NH}_4)_3\text{PO}_4$

viii) Hva er oksidasjonstallet til hydrogen i forbindelsen NaH ?

- ☐ +1
- ☒ -1
- ☐ 0
- ☐ +2

ix) Hva er oksidasjonstallet til fosfor i forbindelsen H_3PO_4 ?

- ☐ +1
- ☐ -1
- ☒ +5
- ☐ -5

x) Hva er oksidasjonstallet til karbon i forbindelsen NaHCO_3 ?

- ☐ 0
- ☐ +2
- ☐ +3
- ☒ +4

b) Sett opp elektronkonfigurasjonen for følgende ioner og forklar hvorfor de er stabile:

i) Ca^{2+}

ii) Cl^-

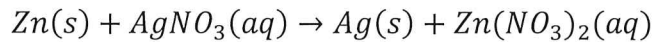
iii) O^{2-}

- i) Ca^{2+} : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ eller $[\text{Ar}]$
- ii) Cl^- : $1s^2 2s^2 2p^6 3s^2 3p^6$ eller $[\text{Ar}]$
- iii) O^{2-} : $1s^2 2s^2 2p^6$ eller $[\text{Ne}]$

Alle disse ionene har elektronkonfigurasjon identisk med en edelgass (xs^2xp^6 , hvor x er nummeret på ytterste skall). Elektronkonfigurasjonen til edelgassene har vist seg å være spesielt stabil, og disse ionene er derfor stabile.

Oppgave 2

a) Metallisk sink reagerer med sølvnitrat i henhold til følgende ligning:



I et eksperiment ble en metallbit av sink som veide 2,00 gram plassert i en løsning bestående av 100 ml 0,400 M sølvnitrat. Det ble dannet 3,45 gram sinknitrat. Hva er det prosentvise utbyttet av sinknitrat i dette eksperimentet?

Balansert reaksjonsligning: $\text{Zn}(s) + 2\text{AgNO}_3(aq) \rightarrow 2\text{Ag}(s) + \text{Zn}(\text{NO}_3)_2(aq)$

Prosentvis utbytte er gitt ved: $\% \text{utbytte} = \frac{\text{Reelt utbytte}}{\text{Teoretisk utbytte}} * 100\%$

Reelt utbytte er gitt i oppgaven: 3,45 gram. Må beregne det teoretiske utbyttet av sølvnitrat. Finner først begrensende reaktant:

$$n_{\text{Zn}} = \frac{m}{M} = \frac{2,00 \text{ g}}{65,38 \text{ g/mol}} = 0,0306 \text{ mol}$$

$$n_{\text{Ag}(\text{NO}_3)_2} = c * V = 0,400 \text{ M} * 0,100 \text{ L} = 0,0400 \text{ mol}$$

Ser på støkiometriske koeffisienter i den balanserte reaksjonsligningen:

$$\frac{n_{\text{Zn}(\text{NO}_3)_2}}{n_{\text{Zn}}} = \frac{1}{1} \rightarrow n_{\text{Zn}(\text{NO}_3)_2} = 0,0306 \text{ mol}$$

$$\frac{n_{\text{Zn}(\text{NO}_3)_2}}{n_{\text{Ag}(\text{NO}_3)_2}} = \frac{1}{2} \rightarrow n_{\text{Zn}(\text{NO}_3)_2} = \frac{1}{2} * 0,0400 \text{ mol} = 0,0200 \text{ mol}$$

Sølvnitrat er altså begrensende reaktant.

$$m_{\text{Zn}(\text{NO}_3)_2} = n * M = 0,0200 \text{ mol} * 189,38 \frac{\text{g}}{\text{mol}} = 3,79 \text{ gram}$$

$$\% \text{utbytte} = \frac{3,45 \text{ gram}}{3,79 \text{ gram}} * 100\% = 91\%$$

b) Gitt følgende likevektreaksjon:



I en beholder på 2 liter er det ved et gitt tidspunkt 0,50 mol CO_2 , 0,40 mol H_2 , 0,050 mol CO og 0,060 mol H_2O ved 700 °C. Ved denne temperaturen er likevektkonstanten, K_C , lik 0,060. Avgjør ved beregninger om systemet er i likevekt. Hvis systemet ikke er i likevekt, forklar i hvilken retning reaksjonen vil gå.

For å avgjøre om systemet er i likevekt, må vi beregne reaksjonskvotienten, Q .

$$Q = \frac{[\text{CO}][\text{H}_2\text{O}]}{[\text{CO}_2][\text{H}_2]}$$

Må beregne konsentrasjonen av de ulike forbindelsene:

$$[\text{CO}] = \frac{0,050 \text{ mol}}{2 \text{ l}} = 0,025 \text{ M}$$

$$[\text{H}_2\text{O}] = \frac{0,060 \text{ mol}}{2 \text{ l}} = 0,030 \text{ M}$$

$$[\text{CO}_2] = \frac{0,50 \text{ mol}}{2 \text{ l}} = 0,25 \text{ M}$$

$$[\text{H}_2] = \frac{0,40 \text{ mol}}{2 \text{ l}} = 0,20 \text{ M}$$

$$Q = \frac{0,030 \text{ M} * 0,025 \text{ M}}{0,25 \text{ M} * 0,20 \text{ M}} = \mathbf{0,015}$$

$Q \neq K_C$ og systemet er derfor ikke i likevekt. Siden $Q < K_C$, så er telleren for liten i forhold til nevneren i uttrykket for Q . Det betyr at vi har for lite produkter i forhold til reaktanter, og reaksjonen vil gå mot høyre inntil likevekt innstilles.

c) Finn likevektskonsentrasjonen av CO_2 , H_2 , CO og H_2O i oppgave b) ved 700°C.

Setter opp en likevektstabell:

	$\text{CO}_2(\text{g})$	$\text{H}_2(\text{g})$	$\text{CO}(\text{g})$	$\text{H}_2\text{O}(\text{g})$
Ved start	0,25 M	0,20 M	0,025	0,030
Endring	-x	-x	+x	+x
Ved likevekt	0,25- x	0,20- x	0,025+x	0,030+x

Setter opp uttrykket for likevektskonstanten:

$$K_C = \frac{[\text{CO}][\text{H}_2\text{O}]}{[\text{CO}_2][\text{H}_2]} = \frac{(0,025 + x)(0,030 + x)}{(0,25 - x)(0,20 - x)}$$

Likevektskonstanten ved denne temperaturen er 0,060.

$$\frac{(0,025 + x)(0,030 + x)}{(0,25 - x)(0,20 - x)} = 0,060$$

Løser uttrykket med hensyn på x , og får følgende andregradsligning:

$$0,94x^2 + 0,082x - 0,00225 = 0$$

Løsning av andregradsligningen gir:

$$x_1 = 0,0219 \text{ M}$$

$$x_2 = -0,109 \text{ M}$$

Det er x_1 som er løsningen, og bruker denne verdien videre. Likevektsskonsentrasjonene blir da:

$$[CO] = (0,025 + x) = 0,047 \text{ M}$$

$$[H_2O] = (0,030 + x) = 0,052 \text{ M}$$

$$[CO_2] = (0,25 - x) = 0,23 \text{ M}$$

$$[H_2] = (0,20 - x) = 0,18 \text{ M}$$

Oppgave 3

a) Du skal lage en løsning med et volum på 0,50 L ved å blande $Mg(OH)_2$ i fast form med vann. Regn ut hvor mange gram du må veie ut for å få en konsentrasjon på 0,200 M $Mg(OH)_2$. Anta at det faste stoffet ikke påvirker volumet til løsningen.

$Mg(OH)_2$ -løsning:

Vet:

$$V = 0,50 \text{ L}$$

$$c = 0,200 \text{ M}$$

Finner antall mol $Mg(OH)_2$ i løsningen:

$$n = c \cdot V = 0,200 \text{ mol/L} \cdot 0,5 \text{ L} = 0,10 \text{ mol}$$

$$M_m = 24,31 \text{ g/mol} + 2 (16,00 + 1,008) \text{ g/mol} = 58,326 \text{ g/mol}$$

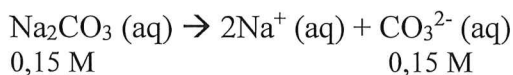
$$m = n \cdot M_m = 0,10 \text{ mol} \cdot 58,326 \text{ g/mol} = 5,8326 \text{ g} \approx \mathbf{5,8 \text{ g}}$$

Kommentar:

Her var det meningen å løse oppgaven med antakelsen om at $Mg(OH)_2$ er en sterk base (Gr. I og gr. II-elementer + OH^- eller O^{2-} gir sterke baser ut i fra læreboken), og løser seg dermed

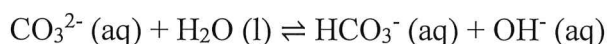
fullstendig i vann. $\text{Mg}(\text{OH})_2$ er derimot et salt med lav løselighet og har en lav K_{sp} -verdi. Dette gjør beregningene mer komplisert enn forventet. Derfor, dersom studenten viser i sin besvarelse til at saltet har en lav K_{sp} og er ergo lite løselig, så får studenten full uttelling, selv om regnestykke ikke fullføres.

b) Beregn pH i 0,150 M Na_2CO_3 .



Na^+ er nøytral i vann.

CO_3^{2-} gir følgende reaksjon med vann:



Setter opp likevektstabell for å finne konsentrasjon av OH^- i løsningen:

	CO_3^{2-}	HCO_3^-	OH^-
START	0,15	0	~0
ENDRING	-x	+x	+x
LIKEVEKT	0,15-x	x	x

Setter opp uttrykket for basekonstanten og løser x:

Finner først K_b :

Fra formelsamling finner vi reaksjonen og K_a :



K_b blir da:

$$K_b = K_w / K_a = 1,0 \cdot 10^{-14} / 4,7 \cdot 10^{-11} = 2,128 \cdot 10^{-4}$$

Setter så opp uttrykket for K_b :

$$K_b = \frac{[\text{HCO}_3^-] \cdot [\text{OH}^-]}{[\text{CO}_3^{2-}]} = \frac{x^2}{(0,15 - x)} = 2,128 \cdot 10^{-4}$$

$$x = 5,544 \cdot 10^{-3} = [\text{OH}^-]$$

Finner til slutt pH i løsningen:

$$\text{pOH} = -\log (5,544 \cdot 10^{-3}) = 2,26$$

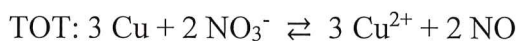
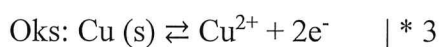
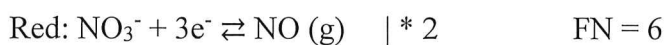
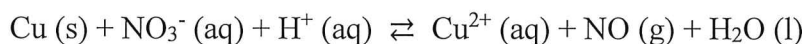
$$\text{pH} = 14 - \text{pOH} = \underline{\underline{11,7}}$$

Oppgave 4

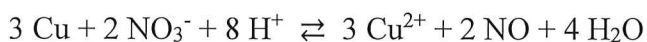
a) Følgende redoksreaksjon er gitt:



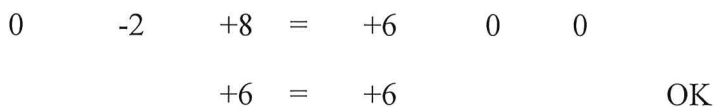
Sett oksidasjonstall på reaktanter og produkter, og angi hva som reduseres og hva som oksideres. Balanser ligningen og vis fremgangsmåten.



Balanserer med tanke på masse:



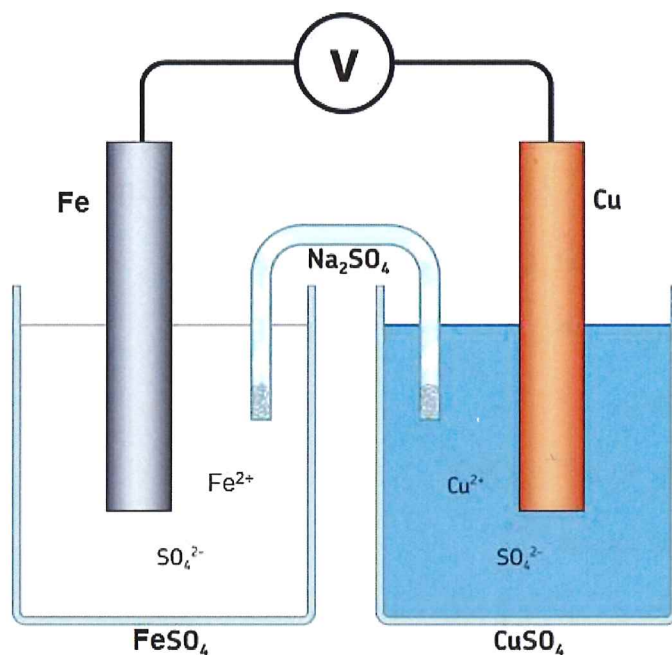
Kontrollerer ladningsbalansen:



Ferdig balansert ligning blir dermed:



b) Vi har følgende galvaniske celle av jern og kobber. Den ene halvcellen består av en jernstav i en jernløsning ($2,00\text{ M Fe}^{2+}$) og den andre består av en kobberstav i en kobberløsning ($0,010\text{ M Cu}^{2+}$).



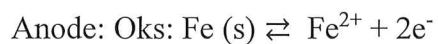
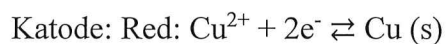
- i. Sett opp cellediagrammet til denne galvaniske cellen. Angi hva som er anode og katode, og begrunn hvorfor. Skriv de tilhørende halvreaksjonene.

Cellediagram:

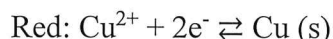


Kobber har høyest standard reduksjonspotensiale, ergo vil kobber fungere som katode, og jern vil være anode. Jern plasseres dermed til venstre i cellediagrammet.

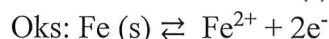
Halvreaksjonene blir:



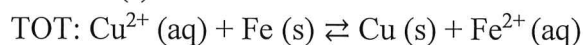
ii. Regn ut cellepotensialet for denne cellen ved 25 °C:



$$E^\circ_{\text{red}} = +0,34 \text{ V}$$



$$E^\circ_{\text{oks}} = +0,44 \text{ V}$$



Standard cellepotensiale blir:

$$E^\circ_{\text{celle}} = E^\circ_{\text{katode}} + E^\circ_{\text{anode}} = 0,34 \text{ V} + 0,44 \text{ V} = +0,78 \text{ V}$$

Cellepotensiale for denne cellen blir:

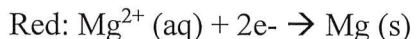
Bruker Nernst ligning:

$$\begin{aligned} E &= E^\circ - \frac{0,059 \text{ V}}{ne^-} * \log Q \\ &= 0,78 \text{ V} - \frac{0,059 \text{ V}}{2 e^-} * \log \frac{\text{Fe}^{2+}}{\text{Cu}^{2+}} \\ &= 0,78 \text{ V} - \frac{0,059 \text{ V}}{2 e^-} * \log \frac{2,00}{0,01} \\ &= \underline{\underline{0,71 \text{ V}}} \end{aligned}$$

c) Hvilket metall kan du bruke for å redusere Mn^{2+} ion, men **ikke** Mg^{2+} -ion? Forklar hvorfor.

Aluminium har standard oksidasjonspotensiale lik +1,67 V.

Dette er nok til å redusere Mn^{2+} , men ikke høyt nok til å redusere Mg^{2+} -ion:



$$E^\circ_{\text{red}} = -2,38 \text{ V}$$

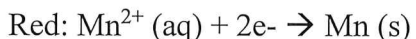


$$E^\circ_{\text{oks}} = +1,67 \text{ V}$$

$$E^\circ_{\text{rx}} = E^\circ_{\text{red}} + E^\circ_{\text{oks}} = -2,38 \text{ V} + 1,67 \text{ V} = -0,71 \text{ V}$$

$E^\circ_{\text{rx}} < 0$, ergo blir reaksjonen ikke spontan og aluminium klarer dermed ikke å redusere Mg^{2+} -ion.

Ser vi på Mn^{2+} derimot får vi en spontan reduksjon av Mn^{2+} sammen med Al:



$$E^\circ_{\text{red}} = -1,03 \text{ V}$$



$$E^\circ_{\text{oks}} = +1,67 \text{ V}$$

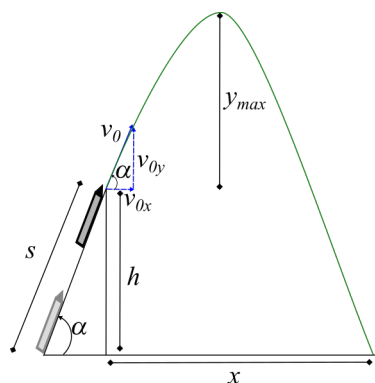
$$E^\circ_{\text{rx}} = E^\circ_{\text{red}} + E^\circ_{\text{oks}} = -1,03 \text{ V} + 1,67 \text{ V} = +0,64 \text{ V}$$

$E^\circ_{\text{rx}} > 0$, ergo blir reaksjonen spontan og aluminium klarer dermed å redusere Mn^{2+} -ion.

Løsning eksamen mai 2019

Oppgave 5

a) Figuren viser bevegelsen til raketten fra starten av rampa til den treffer bakken:



Raketten beveger seg rettlinjet oppover skråplanet med konstant akselerasjon, slik følgende bevegelseslikning gjelder (startfarten langs skråplanet er null):

$$v^2 - v_0^2 = 2as \Rightarrow v = \sqrt{2as + v_0^2} = \sqrt{2as}$$

Sammenhengen mellom strekningen s langs skråplanet og høyden h av rampa er gitt ved

$$h = s \sin \alpha \Rightarrow s = \frac{h}{\sin \alpha}$$

Får at

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{2as} \\ &= \sqrt{\frac{2ah}{\sin \alpha}} \\ &= \sqrt{\frac{2 \cdot 34 \text{ m/s}^2 \cdot 2,0 \text{ m}}{\sin 70^\circ}} \\ &= 12,0 \text{ m/s} \\ &\approx \underline{\underline{12 \text{ m/s}}} \end{aligned}$$

b)

i) Raketts maksimale høyde: i det høyeste punktet er farten rent horisontal, dvs. y -komponenten $v_y = 0$. Dersom y_{max} angir den maksimale høyden over utgangspunktet (kanten av rampa) og positiv retning er oppover, gjelder det i toppunktet at

$$\begin{aligned} v_y^2 - v_{0y}^2 &= 2(-g)y_{max} \Rightarrow y_{max} = \frac{v_{0y}^2}{2g} = \frac{(v_0 \sin \alpha)^2}{2g} \\ y_{max} &= \frac{(12,0 \text{ m/s} \cdot \sin 70^\circ)^2}{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2} \\ &= 6,48 \text{ m} \\ &\approx \underline{\underline{6,5 \text{ m}}} \end{aligned}$$

Den maksimale høyden over bakken blir da

$$6,5 \text{ m} + 2,0 \text{ m} = \underline{\underline{8,5 \text{ m}}}$$

ii) Den horisontale avstanden x mellom raketten nedslagspunkt og rampa er gitt ved

$$x = v_{0x}t = v_0 \cos \alpha \cdot t,$$

der falltiden t bestemmes fra (med positiv retning oppover)

$$y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin \alpha t - \frac{1}{2}gt^2$$

Her er $y = -2,0$ m idet raketten lander, slik at likningen blir (uten enheter)

$$-2,0 = 12,0 \sin 70^\circ \cdot t - \frac{1}{2} \cdot 9,81 \cdot t^2$$

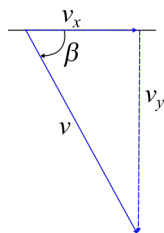
Løser på kalkulator og får

$$t = \underline{\underline{2,46 \text{ s}}}$$

Avstanden x blir da

$$\begin{aligned} x &= v_0 \cos \alpha \cdot t \\ &= 12,0 \text{ m/s} \cdot \cos 70^\circ \cdot 2,46 \text{ s} \\ &= 10,1 \text{ m} \\ &\approx \underline{\underline{10 \text{ m}}} \end{aligned}$$

c) Figuren viser raketten idet den treffer bakken:



Rakettenes fart idet den treffer bakken: finner først fartskomponentene v_x og v_y :

$$\begin{aligned} v_x &= v_{0x} = v_0 \cos \alpha \\ v_y &= v_{0y} - gt = v_0 \sin \alpha - gt \end{aligned}$$

Farten har da verdien

$$\begin{aligned} v &= \sqrt{v_x^2 + v_y^2} \\ &= \sqrt{(12,0 \text{ m/s} \cdot \cos 70^\circ)^2 + (12,0 \text{ m/s} \sin 70^\circ - 9,81 \text{ m/s} \cdot 2,46 \text{ s})^2} \\ &\approx \underline{\underline{13 \text{ m/s}}} \end{aligned}$$

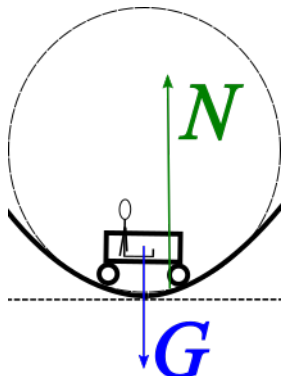
Vinkelen mellom fartsvektoren og horisontalen (se figur):

$$\begin{aligned} \tan \beta &= \left| \frac{v_y}{v_x} \right| = \left| \frac{v_0 \sin \alpha - gt}{v_0 \cos \alpha} \right| \\ \beta &= \tan^{-1} \left| \frac{v_0 \sin \alpha - gt}{v_0 \cos \alpha} \right| \\ &= \tan^{-1} \left| \frac{12,0 \text{ m/s} \sin 70^\circ - 9,81 \text{ m/s} \cdot 2,46 \text{ s}}{12,0 \text{ m/s} \cdot \cos 70^\circ} \right| \\ &= \underline{\underline{72,3^\circ}} \end{aligned}$$

Oppgave 6

a)

i) Figuren under viser kreftene som virker på vogna i punkt B (laveste punktet):

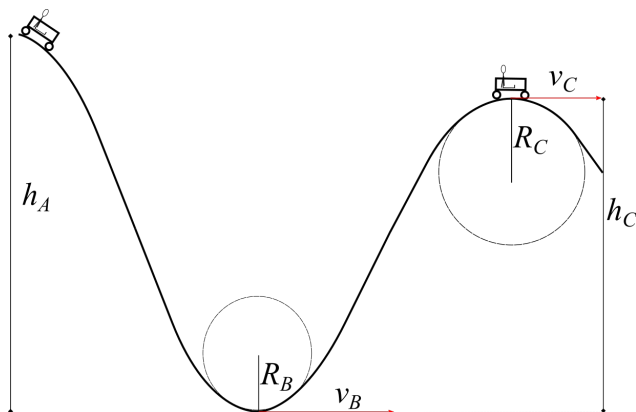


To krefter virker: normalkraften N fra underlaget, og tyngden G . Fordi vogna har akselerasjon inn mot sentrum av sirkelen, er $N > G$.

ii) Vognas akselerasjon i B er gitt ved

$$a = \frac{v_B^2}{R_B},$$

der v_B og R_B er hhv. farten og sirkelradien i punkt B. Finner farten fra energibevaring (se figuren under for symbolforklaringer):



$$\begin{aligned} mgh_A &= \frac{1}{2}mv_B^2 \Rightarrow v_B = \sqrt{2gh_A} \\ v_B &= \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 80 \text{ m}} \\ &= \underline{39,6 \text{ m/s}} \end{aligned}$$

Akselerasjonen blir

$$\begin{aligned} a &= \frac{v_B^2}{R_B} \\ &= \frac{2gh_A}{R_B} && \text{(Setter inn uttrykket for } v_B) \\ &= \frac{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 80 \text{ m}}{10 \text{ m}} \\ &= 157 \text{ m/s}^2 \\ &\approx \underline{\underline{1,6 \cdot 10^2 \text{ m/s}^2}} \end{aligned}$$

iii) Ut i fra figuren i i), gir Newtons 2. lov på vogna i punkt B at

$$\begin{aligned}\sum F &= ma \\ N - G &= m \frac{v_B^2}{R_B} \Rightarrow N = m \frac{v_B^2}{R_B} + mg \\ N &= 300 \text{ kg} \cdot \frac{(39,6 \text{ m/s})^2}{10 \text{ m}} + 300 \text{ kg} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \\ &\approx \underline{\underline{5,0 \cdot 10^4 \text{ N}}}\end{aligned}$$

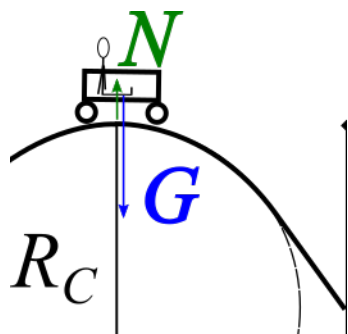
Dette tilsvarer en kraft som er ca. 17 ganger større enn tyngdekrafta på vogna.

b)

i) Vi skal tegne kreftene på vogna i punkt C. De samme kreftene virker som i punkt B: tyngdekraften G og normalkrafta N . Newtons 2. lov gir oss opplysninger om størrelsesforholdet mellom kreftene:

$$\begin{aligned}\sum F &= ma \\ G - N &= m \frac{v_C^2}{R_C} \Rightarrow N = mg - m \frac{v_C^2}{R_C}\end{aligned}$$

Her ser vi altså at $N < G$ (hvor mye mindre, avhenger av farten). Så fremt vogna ikke har mistet kontakten med underlaget, slik at $N = 0$, blir kreftene som figuren under viser:



ii) Idet vogna mister kontakten med underlaget, er $N = 0$. Dette gir at

$$\begin{aligned}N &= 0 \\ mg - \frac{mv_C^2}{R_C} &= 0 \\ \frac{mv_C^2}{R_C} &= mg \Rightarrow v_C = \sqrt{gR_C}\end{aligned}$$

Den kritiske farten er altså lik¹

$$\begin{aligned}v_C &= \sqrt{9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 22 \text{ m}} \\ &= 14,7 \text{ m/s} \\ &\approx \underline{\underline{15 \text{ m/s}}}\end{aligned}$$

iii) Dersom vogna akkurat mister kontakten med underlaget i C, er altså farten $v_C = 14,7 \text{ m/s}$. Vi kan finne den tilsvarende farten vogna kan ha i punkt A ved energibevaring (med selvfork-

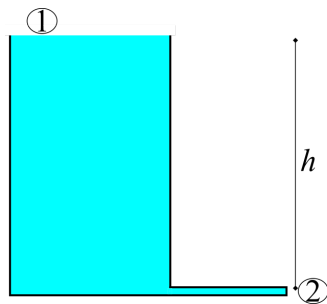
¹Selv om oppgaven ikke krever dette, kunne vi ha funnet ved energibevaring at den faktiske farten i punkt C er ca. 12 m/s. Vogna vil altså ikke miste kontakten med underlaget med null startfart i A.

lærende notasjon):

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{2}mv_A^2 + mgh_A &= \frac{1}{2}mv_C^2 + mgh_C \\
 \frac{1}{2}mv_A^2 &= \frac{1}{2}mv_C^2 + mg(h_C - h_A) \\
 v_A &= \sqrt{v_C^2 + 2g(h_C - h_A)} \\
 &= \sqrt{(14,7 \text{ m/s})^2 + 2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 (72 \text{ m} - 80 \text{ m})} \\
 &= 7,69 \text{ m/s} \\
 &\approx \underline{\underline{7,7 \text{ m/s}}}
 \end{aligned}$$

Oppgave 7

a) Vann skal tømmes fra en tank med tverrsnitt 100 m^2 gjennom et rør med diameter $D = 15 \text{ cm}$, og vi skal bestemme volumstrømmen gjennom røret når tanken er full. Definerer to punkter: punkt 1 er vannspeilet og punkt 2 er rørtløpet. Se figuren under.



Bernoullis likning uten tapsledd gir:

$$p_1 + \frac{1}{2}\rho v_1^2 + \rho g y_1 = p_2 + \frac{1}{2}\rho v_2^2 + \rho g y_2$$

Gjør noen forenklinger:

1. Tanktverrsnittet er $A_1 = 100 \text{ m}^2$, mens rørtverrsnittet er $A_2 = \pi \left(\frac{D}{2}\right)^2 = \pi \left(\frac{0,15 \text{ m}}{2}\right)^2 \approx 0,02 \text{ m}^2 \ll A_1$. Vi kan derfor sette $v_1 \approx 0$, ettersom vannspeilet vil synke svært sakte.
2. Ettersom det er en åpen tank, er $p_1 = p_2 = p_0$.
3. Velger nullnivå ved rørtløpet, dvs. $y_2 = 0$ slik at $y_1 = h$.

Dette gir at

$$\begin{aligned}
 \rho g h &= \frac{1}{2}\rho v_2^2 \Rightarrow v_2 = \sqrt{2gh} && ((\text{Torricellis lov})) \\
 v_2 &= \sqrt{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 10 \text{ m}} \\
 &= 14,0 \text{ m/s} \\
 &\approx \underline{\underline{14 \text{ m/s}}}
 \end{aligned}$$

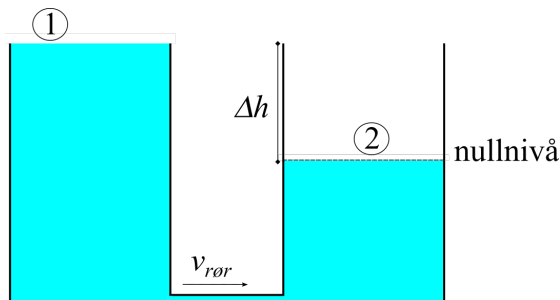
Volumstrømmen blir da

$$\begin{aligned}
 q &= A_2 v_2 \\
 &= \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 \cdot v_2 \\
 &= \pi \cdot \left(\frac{0,15 \text{ m}}{2} \right)^2 \cdot 14,0 \text{ m/s} \\
 &= 0,247 \text{ m}^3/\text{s} \\
 &\approx \underline{\underline{0,25 \text{ m}^3/\text{s}}}
 \end{aligned}$$

b) Rørets friksjonsfaktor f bestemmes ut fra Moodys diagram som funksjon av Reynoldstallet N_R og relativ ruhet $\frac{\varepsilon}{D}$ for røret. Metoden blir altså:

1. Beregn Reynoldstallet $N_R = \frac{\rho v D}{\eta}$. Her er farten v gitt fra sensoren i røret, mens tetthet ρ og viskositet η er tabellverdier.
2. Beregn relativ ruhet $\frac{\varepsilon}{D}$ ut i fra rørets gitte ruhet ε og diameter D .
3. Følg kurven som tilsvarende riktig relativ ruhet mot venstre til den skjærer den vertikale linjen $x = N_R$ - friksjonsfaktoren f er y -koordinaten til skjæringspunktet.

c) Definerer punkt 1 og 2 som de respektive vannspeilene, som figuren under viser:



i) Bernoullis likning mellom punkt 1 og 2 med tapsledd h_f for rørfriksjon og h_e for tap i inn- og utløp:

$$\frac{p_1}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v_1^2}{g} + y_1 = \frac{p_2}{\rho g} + \frac{1}{2} \frac{v_2^2}{g} + y_2 + h_f + h_e$$

Her er

$$\begin{aligned}
 h_f &= f \frac{L}{D} \frac{1}{2} \frac{v_{rør}^2}{g} \\
 h_e &= (\zeta_1 + \zeta_2) \frac{1}{2} \frac{v_{rør}^2}{g},
 \end{aligned}$$

der tapskoeffisienten $\zeta_1 = 0,80$ for innløpet og $\zeta_2 = 1,0$ for utløpet.

ii) Løser likninga for å finne volumstrømmen ved å gjøre samme forenklinger som tidligere:

1. $v_1 = v_2 \approx 0$, ettersom tanktverrsnittene er like og røret har mye mindre tverrsnitt enn hver av tankene. Bare det faktum at de er like, betyr at v_1 og v_2 kan strykes mot hverandre.
2. $p_1 = p_2 = p_0$ (lufttrykket)
3. Setter nullnivå slik at $y_2 = 0$ og $y_1 = \Delta h$.

Forenklingene gir at

$$\begin{aligned}
 \Delta h &= h_f + h_e \\
 \Delta h &= f \frac{L}{D} \frac{1}{2} \frac{v_{r\phi r}^2}{g} + (\zeta_1 + \zeta_2) \frac{1}{2} \frac{v_{r\phi r}^2}{g} \\
 \frac{1}{2} \frac{v_{r\phi r}^2}{g} \left(f \frac{L}{D} + \zeta_1 + \zeta_2 \right) &= \Delta h \\
 v_{r\phi r} &= \sqrt{\frac{2g\Delta h}{f \frac{L}{D} + \zeta_1 + \zeta_2}} \\
 &= \sqrt{\frac{2 \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot 5,0 \text{ m}}{0,022 \cdot \frac{4,0 \text{ m}}{0,15 \text{ m}} + 0,80 + 1,0}} \\
 &= 6,41 \text{ m/s} \\
 &\approx \underline{\underline{6,4 \text{ m/s}}}
 \end{aligned}$$

Volumstrømmen blir (rørtverrsnittet det samme tidligere)

$$\begin{aligned}
 q &= A_2 v_{r\phi r} \\
 &= \pi \left(\frac{D}{2} \right)^2 \cdot v_{r\phi r} \\
 &= \pi \cdot \left(\frac{0,15 \text{ m}}{2} \right)^2 \cdot 6,41 \text{ m/s} \\
 &= 0,113 \text{ m}^3/\text{s} \\
 &\approx \underline{\underline{0,11 \text{ m}^3/\text{s}}}
 \end{aligned}$$

Oppgave 8

a) En isoterm kompresjon av en gass er en prosess som skjer så sakte at gassen hele tiden er i termisk likevekt med omgivelsene (gassen har hele tiden "tid" til å utjevne temperaturen mellom seg og omgivelsene, dvs. sylinderveggen/lufta på utsiden, som kan antas å ha samme temperatur).

Sluttrykket i sylindern når gassen komprimeres til $\frac{1}{3}$ av sitt opprinnelige volum bestemmes fra tilstandslikninga for ideell gass:

$$\begin{aligned}
 \frac{p_1 V_1}{T_1} &= \frac{p_2 V_2}{T_2} \\
 p_1 V_1 &= p_2 V_2 && (\text{Isoterm gir at } T_1 = T_2) \\
 p_2 &= \frac{V_1}{V_2} \cdot p_1 \\
 &= \underline{\underline{3p_1}}
 \end{aligned}$$

Starttrykket p_1 finnes fra starttilstanden til gassen, som er oppgitt til $n = 1,0 \text{ mol}$, $V_1 = 10 \text{ l}$ og $T_1 = 293 \text{ K}$:

$$p_1 V_1 = nRT_1 \Rightarrow p_1 = \frac{nRT_1}{V_1}$$

Dette gir følgende for slutttrykket:

$$\begin{aligned}
 p_2 &= 3p_1 \\
 &= 3 \frac{nRT_1}{V_1} \\
 &= 3 \cdot \frac{1,0 \text{ mol} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 293 \text{ K}}{10 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} \\
 &= 7,31 \cdot 10^5 \text{ Pa} \\
 &\approx \underline{\underline{7,3 \cdot 10^5 \text{ Pa}}}
 \end{aligned}$$

b)

i) Lufta blir nå komprimert adiabatisk fra starttilstanden i oppg. a) til $\frac{1}{3}$ av startvolumet. Vi skal bestemme sluttemp. T_2 og slutttrykk p_2 . For en adiabatisk prosess gjelder

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma,$$

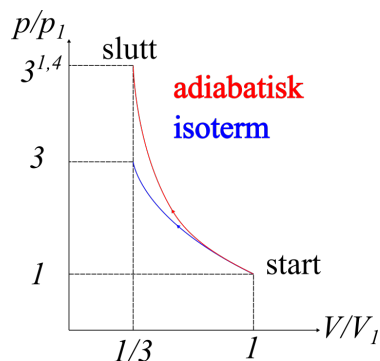
der adiabatkonstanten $\gamma = 1,4$ for luft. Slutttrykket er gitt ved

$$\begin{aligned}
 p_2 &= p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^\gamma \\
 &= p_1 \cdot 3^{1,4} \\
 &= \frac{1,0 \text{ mol} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}} \cdot 293 \text{ K}}{10 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3} \cdot 3^{1,4} \\
 &= 1,13 \cdot 10^6 \text{ Pa} \\
 &\approx \underline{\underline{1,1 \text{ MPa}}}
 \end{aligned}$$

Sluttemperaturen er da gitt ved

$$\begin{aligned}
 p_2 V_2 &= nRT_2 \Rightarrow T_2 = \frac{p_2 V_2}{nR} \\
 T_2 &= \frac{1,13 \cdot 10^6 \text{ Pa} \cdot \frac{1}{3} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ m}^3}{1,0 \text{ mol} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol} \cdot \text{K}}} \\
 &= 453 \text{ K} \\
 &\approx \underline{\underline{4,5 \cdot 10^2 \text{ K}}} \\
 &= \underline{\underline{1,8 \cdot 10^2 \text{ }^\circ\text{C}}}
 \end{aligned}$$

c) Tegner begge prosessene i et pV -diagram. På x -aksen er enheten startvolumet V_1 , mens på y -aksen er starttrykket p_1 enheten.



Kommentar til figuren: adiabat-kurva er brattere enn isoterme, men de skjærer hverandre i startvolumet V_1 (trenger ikke å vise dette).