



NTNU

Fakultet for Naturvitenskap og Teknologi

Institutt for Fysikk

Løysingsframlegg TFY 4104 Fysikk Hausten 2009

Faglærer: Professor Jens O. Andersen

Institutt for Fysikk, NTNU

Telefon: 73593131

Mandag 30. november 2009

kl. 09.00-13.00

Oppgave 1

a) Vi deler inn staven i bitar av lengde dx med masse $dm = (m/L)dx$. Dersom avstanden mellom biten og akselen er x , er bidraget til tregheitsmomentet $dI = x^2 dm = mx^2 dx/L$. Integrasjon gjev då

$$\begin{aligned} I &= \int dI \\ &= \frac{m}{L} \int_{-L/2}^{L/2} x^2 dx \\ &= \underline{\underline{\frac{m}{12} L^2}} . \end{aligned}$$

b) Bevaring av spinn gjev

$$I_{\text{før}} \omega_{\text{før}} = I_{\text{etter}} \omega_{\text{etter}}$$

Tregheitsmomentet etter at lodda er montert er

$$I_{\text{etter}} = \frac{m}{12} L^2 + 2M \left(\frac{L}{2} \right)^2 .$$

Dette gjev

$$\begin{aligned}\omega_{\text{etter}} &= \frac{I_{\text{f\o r}}}{I_{\text{etter}}} \omega_{\text{f\o r}} \\ &= \frac{m}{m + 6M} \omega_{\text{f\o r}} .\end{aligned}$$

c) Det verkar ei friksjonskraft F og ei normalkraft N i kontaktpunktet. I tillegg verkar tyngdekrafta mg nedover. Newtons andre lov normalt på skråplanet gjev

$$mg \cos \beta - N = 0$$

eller

$$N = \underline{\underline{mg \cos \beta}} .$$

Det er berre tyngdekrafta som har eit kraftmoment τ om kontaktpunktet. Vi har da $\tau = mgR \sin \beta$. Dreiemomentet I_{kontakt} om kontaktpunktet er gitt ved parallellakse-teoremet og vi får $I_{\text{kontakt}} = I_{\text{skive}} + mR^2 = \frac{3}{2}mR^2$. Dette gjev

$$mgR \sin \beta = \frac{3}{2}mR^2 \ddot{\theta} ,$$

der $\ddot{\theta}$ er vinkelakselerasjonen. Rein rulling gjev $a = \ddot{\theta}R$ og vi får difor

$$a = \underline{\underline{\frac{2}{3}g \sin \beta}} .$$

Newtons andre lov parallelt med skråplanet gjev

$$mg \sin \theta - F = ma ,$$

eller

$$F = \underline{\underline{\frac{1}{3}mg \sin \beta}} .$$

Oppgave 2

a) Arbeidet for delprosessen $1 \rightarrow 2$

$$W_{12} = - \int_{V_1}^{V_2} P dV ,$$

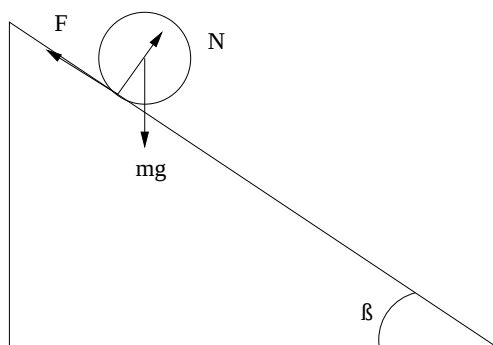


Figure 1: Skive som rullar ned eit skråplan.

der V_1 er volumet i tilstand 1 og V_2 er volumet i tilstand 2. Vi bruker $PV = RT$ ($n = 1$) og får

$$\begin{aligned} W_{12} &= -RT_1 \int_{V_1}^{V_2} \frac{dV}{V} \\ &= \underline{\underline{-RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}}. \end{aligned}$$

Arbeidet for delprosessen $3 \rightarrow 4$ reknast ut heilt analogt og ein får

$$W_{34} = \underline{\underline{-RT_3 \ln \frac{V_4}{V_3}}}.$$

For dei andre delprosessane er arbeidet lik null fordi volumet er konstant, altså er

$$\begin{aligned} W_{23} &= \underline{\underline{0}}, \\ W_{41} &= \underline{\underline{0}}. \end{aligned}$$

b) For ein isoterm er den indre energien til gassen konstant. Det vil seie at $Q + W = 0$. Altså har vi

$$\begin{aligned} Q_{12} &= \underline{\underline{RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}}}, \\ Q_{34} &= \underline{\underline{RT_3 \ln \frac{V_4}{V_3}}}. \end{aligned}$$

For ein isokor har vi

$$dQ = C_V dT.$$

Dette gjev

$$\begin{aligned} Q_{23} &= \int_{T_2}^{T_3} C_V dT \\ &= \frac{3}{2}R(T_3 - T_2) . \end{aligned}$$

Tilsvarande får vi

$$\begin{aligned} Q_{41} &= \int_{T_4}^{T_1} C_V dT \\ &= \frac{3}{2}R(T_1 - T_4) . \end{aligned}$$

c) Vi har

$$dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} .$$

For isothermane får ein difor

$$\begin{aligned} \Delta S_{12} &= \underline{\underline{R \ln \frac{V_2}{V_1}}} , \\ \Delta S_{34} &= \underline{\underline{R \ln \frac{V_4}{V_3}}} . \end{aligned}$$

For isokorane får vi

$$\begin{aligned} \Delta S_{23} &= \int_{T_2}^{T_3} C_V \frac{dT}{T} \\ &= \underline{\underline{\frac{3}{2}R \ln \frac{T_3}{T_2}}} . \end{aligned}$$

og

$$\begin{aligned} \Delta S_{41} &= \int_{T_4}^{T_1} C_V \frac{dT}{T} \\ &= \underline{\underline{\frac{3}{2}R \ln \frac{T_1}{T_4}}} . \end{aligned}$$

Summen av desse er

$$\Delta S_{\text{gass}} = R \ln \frac{V_2 V_4}{V_1 V_3} + \frac{3}{2}R \ln \frac{T_1 T_3}{T_2 T_4} .$$

Sidan $V_1 = V_4$, $V_2 = V_3$, $T_1 = T_2$ og $T_3 = T_4$ blir

$$\Delta S_{\text{gass}} = \underline{\underline{0}} .$$

Entropien S er ein tilstandsfunksjon og etter ein syklus er tilstanden til gassen den same. Ergo er entropien den same og $\Delta S_{\text{gass}} = 0$ er ein konsekvens av dette.

d) Verknadsgraden er

$$\epsilon = -\frac{W_{34} + W_{12}}{Q_{12}}.$$

Innsetting gjev

$$\begin{aligned}\epsilon &= \frac{RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1} + RT_3 \ln \frac{V_4}{V_3}}{RT_1 \ln \frac{V_2}{V_1}} \\ &= \underline{\underline{1 - \frac{T_3}{T_1}}}\end{aligned}$$

der vi har brukt at $V_1 = V_4$ og $V_2 = V_3$. Dette er same verknadsgrad som ein Carnotmaskin.

Oppgåve 3

a) R_2 og R_3 er kopla parallelt, slik at den effektive motstanden R_{eff} er gjeven ved

$$\begin{aligned}\frac{1}{R_{\text{eff}}} &= \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}, \\ &= \frac{2}{R}\end{aligned}$$

Dette gjev $R_{\text{eff}} = \frac{1}{2}R$. Denne er kopla i serie med motstanden $R_1 = \frac{1}{2}R$. Difor blir den totale effektive motstanden for kretsen

$$\begin{aligned}R_{\text{tot}} &= R_{\text{eff}} + R_1 \\ &= R.\end{aligned}$$

Straumen I_1 blir da

$$I_1 = \frac{V}{\underline{\underline{R}}}.$$

Spenningsfallet over R_1 er difor

$$\begin{aligned}V_1 &= I_1 R_1 \\ &= \underline{\underline{\frac{1}{2}V}}.\end{aligned}$$

Spenningsfallet over R_2 og R_3 er difor $\frac{1}{2}V$:

$$\begin{aligned} V_2 &= V_3 \\ &= \underline{\underline{\frac{1}{2}V}} . \end{aligned}$$

Sidan $R_2 = R_3$ får vi $I_2 = I_3$

$$\begin{aligned} I_2 &= I_3 \\ &= \underline{\underline{\frac{V}{2R}}} . \end{aligned}$$

b) Ved innsetting av $Q(t)$ i differensiallikninga får vi

$$\tau = \underline{\underline{RC}} .$$

τ kallast tidskonstanten.

c) Energien som er lagra i kondensatoren blir omgjort til varme i motstanden.

Oppgave 4

a) Ei kraft $\vec{F}$ er konservativ viss og berre viss linjeintegralet rundt ei vilkårleg lukka kurve er lik null:

$$\underline{\underline{\oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = 0}} .$$

Tyngdekrafta er ei konservativ kraft. Friksjon er ikkje er konservativ kraft.

b) I ein adiabatisk prosess blir det ikkje tilført varme til systemet. $Q = 0$. Ein prosess der trykket er konstant kallast ein isobar.

c) La L vere ein del av ein elektrisk krets. Da er V spenningsfallet over L , R er den elektriske motstanden i L og I er den elektrisk straumen gjennom L .

d) La S vere ei lukka flate som omsluttar ei ladning Q . Da er Φ den elektrisk fluksen gjennom flata og ϵ_0 er permitiviteten i vakuum.

Vi legg ei sylinderflate (Gaussflate) med radius r og lengde L som er konsentrisk med det ladde sylinderskallet. Sylindersymmetri gjev at det elektrisk feltet berre avheng av r og ikkje av z og θ :

$$\vec{E} = E(r)\vec{e}_r .$$

Fluksen gjennom Gaussflata blir da

$$\begin{aligned}\Phi &= \int_{\text{syl}} E(r) \vec{e}_r \cdot \vec{n} dA \\ &= \int_{\text{syl}} E(r) dA \\ &= 2\pi r L E(r) ,\end{aligned}$$

For $r < R$ er ladninga innafor Gaussflata lik null. Det impliserer at $E_r = 0$. For $r > R$, er ladninga innafor Gaussflata lik $Q = 2\pi R L \sigma$. Gauss' lov gjev da

$$2\pi r L E(r) = \frac{2\pi R L \sigma}{\epsilon_0} .$$

Dette gjev

$$E(r) = \frac{\sigma R}{\epsilon_0 r} .$$

Eller

$$\underline{\underline{\vec{E} = \frac{\sigma R}{\epsilon_0 r} \vec{e}_r .}}$$

Det elektriske feltet er diskontinuerleg for $r = R$.