



NTNU

Fakultet for Naturvitenskap og Teknologi

Institutt for Fysikk

# Førebels løysingsframlegg TFY 4104

## Fysikk Hausten 2010

Faglærer: Professor Jens O. Andersen

Institutt for Fysikk, NTNU

Telefon: 73593131

Fredag 10. desember 2010  
kl. 09.00-13.00

### Oppgave 1

a) Vi reknar først ut tregheitsmomentet om ein akse gjennom massesenteret parallell med aksen i oppgåva. Vi deler inn skiva i konsentriske sirkclar med breidde  $dr$ , omkrets  $2\pi r$  og areal  $dA = 2\pi r dr$ . Massetettheiten til skiva er  $\rho = m/\pi R^2$ . Massen til sirkelen er difor  $dm = \rho dA = 2mrdr/R^2$ . Avstanden mellom sirkelen og aksen er  $r$  og bidraget til tregheitsmomentet  $dI_{\text{cm}} = r^2 dm = 2mr^3 dr/R^2$ . Integrasjon gjev då

$$\begin{aligned} I_{\text{cm}} &= \int dI_{\text{cm}} \\ &= \frac{2m}{R^2} \int_0^R r^3 dr \\ &= \frac{1}{2} m R^2 . \end{aligned}$$

Parallellaksesteoremet gjev då

$$\begin{aligned} I &= I_{\text{cm}} + mR^2 \\ &= \frac{3}{2} m R^2 . \end{aligned}$$

Altså er

$$\alpha = \underline{\underline{\frac{3}{2}}}$$

b) Bevegelsen er rotasjon om opphengningspunktet og bevegelseslikninga er

$$\tau = I\alpha ,$$

der  $\tau$  er kraftmomentet og  $\alpha$  er vinkelakselerasjonen. Dei to kreftene som verkar er tyngdekrafta og ei kraft  $S$  i opphengningspunktet. Det er berre tyngdekrafta som har eit moment  $\tau$  om opphengningspunktet lik  $mgR$ . I tillegg er  $a = \alpha R$  der  $a$  er akselerasjonen til massesenteret (sirkelbevegelse). Dette gjev

$$mgR = \frac{3}{2}mRa ,$$

der vi har brukt  $I = \frac{3}{2}mR^2$ . Ein får da

$$a = \underline{\underline{\frac{2}{3}g}} .$$

Newtons andre lov gjev

$$mg - S = ma$$

eller

$$S = \underline{\underline{\frac{1}{3}mg}} .$$

c) Dersom ein vel nullpunkt for den potensielle energien i nedre posisjon er  $E^{\text{nedre}} = E_{\text{k}}^{\text{nedre}} + E_{\text{p}}^{\text{nedre}} = \frac{1}{2}I\omega_{\text{max}}^2$  og  $E^{\text{nedre}} = E_{\text{k}}^{\text{øvre}} + E_{\text{p}}^{\text{øvre}} = mgR$ . Bevaring av energi gjev

$$mgR = \frac{1}{2}I\omega_{\text{max}}^2 .$$

Dette gjev

$$\omega_{\text{max}} = \underline{\underline{\sqrt{\frac{4}{3}\frac{g}{R}}}} .$$

For dei som ikkje fekk til punkt a), kan ein skrive svaret  $\omega_{\text{max}} = \sqrt{2g/R\alpha}$ . Massesenteret beveger seg i sirkelbane med radius  $R$  og hastigeheita er  $v_{\text{max}} = \omega_{\text{max}}R$ . Igjen verkar tyngdekrafta og ei kraft  $S_{\text{max}}$  i opphengningspunktet. Newtons andre lov for sirkelbevegelse gjev

$$S - mg = \frac{mv_{\text{max}}^2}{R}$$

Eller

$$S = mg + \frac{m}{R}\frac{4}{3}\frac{g}{R}R^2 = \underline{\underline{\frac{7}{3}mg}} .$$

## Oppgave 2

a) Pga kulesymmetri vil det elektriske feltet vere retta radielt utover og vi kan skrive

$$\vec{E} = E(r)\vec{e}_r ,$$

der vi skal finne funksjonen  $E(r)$ . Vi legg inn ei Gaussflate som er ei kuleflate med radius  $r$  slik at  $R_1 < r < R_2$ . Den elektriske fluksen gjennom flata er da

$$\begin{aligned}\Phi &= \oint \vec{E}\vec{n} \cdot dS \\ &= \oint E(r) dS \\ &= 4\pi r^2 E(r)\end{aligned}$$

der vi har brukt at normalvektoren  $\vec{n} = \vec{e}_r$  og at arealet til kuleflata er  $A = 4\pi r^2$ . Gauss' lov gjev da  $4\pi r^2 E(r) = Q/\epsilon_0$ , der  $Q_0$  er ladninga innafor Gaussflata. Dette gjev

$$E(r) = \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0 r^2}$$

eller

$$\vec{E} = \frac{Q_0}{4\pi\epsilon_0 r^2} \vec{e}_r .$$

b) Ohms lov  $\vec{E} = \rho_l \vec{j}$  og resultatet i a) gjev

$$\vec{j}(r, t) = \frac{Q(t)}{4\pi\epsilon_0 r^2 \rho_l} \vec{e}_r .$$

c) I tillegg har vi  $I = -dQ/dt$  og  $j = I/A$ . der  $A$  er arealet av ei kuleflate med radius  $r$ . Dette gjev

$$\begin{aligned}\frac{dQ}{dt} &= -j4\pi r^2 \\ &= -\frac{Q(t)}{\epsilon_0 \rho_l} .\end{aligned}$$

Løysinga til denne differensiallikninga med  $Q(t=0) = Q_0$  er

$$Q(t) = \underline{\underline{Q_0 e^{-t/\epsilon_0 \rho_l}}} .$$

## Oppgave 3

a) Infinitesimalt arbeid som gassen gjør på omgivningen er  $dW = PdV$ . Dette gjev

$$\begin{aligned}W_{12} &= \int_{V_1}^{V_2} PdV \\&= P_1 \int_{V_1}^{V_2} dV \\&= P_1(V_2 - V_1) \\&= \underline{\underline{nR(T_2 - T_1)}} .\end{aligned}$$

der vi har brukt at trykket er konstant. Varmer tilført er  $dQ = C_P dT = (C_V + nR)dT = \frac{5}{2}RdT$ . Dette gjev

$$\begin{aligned}Q_{12} &= \frac{5}{2}nR \int_{T_1}^{T_2} dT \\&= \underline{\underline{\frac{5}{2}nR(T_2 - T_1)}} .\end{aligned}$$

b) Sidan prosessen er adiabatisk er  $dQ = 0$ . Dette gjev

$$Q_{23} = \underline{\underline{0}} .$$

c) Infinitesimalt arbeid gjort på gassen er  $dW = -PdV$ . Dette gjev

$$\begin{aligned}W_{31} &= - \int_{V_3}^{V_1} PdV \\&= -nRT \int_{V_3}^{V_1} \frac{dV}{V} ,\end{aligned}$$

der vi har brukt ideell gasslov  $PV = nRT$ . Integrasjon gjev

$$W_{31} = \underline{\underline{nRT_3 \ln \frac{V_3}{V_1}}} .$$

d) Sidan prosessen  $1 \rightarrow 3$  er isoterm er den indre energien til gassen konstant. Det tyder at varmen  $Q_{31}$  som gassen avgjev er lik arbeidet som blir gjort på gassen:

$$Q_{31} = nRT_3 \ln \frac{V_3}{V_1} .$$

Verknadsgraden er

$$\begin{aligned}e &= 1 - \frac{Q_k}{Q_v} \\&= 1 - \frac{Q_{31}}{Q_{12}} \\&= \underline{\underline{1 - \frac{T_3 \ln \frac{V_3}{V_1}}{\frac{5}{2}(T_2 - T_3)}}} .\end{aligned}$$

Vi noterer oss at  $V_3 > V_1$  og  $T_2 > T_3$  (frå ideell gasslov og adiabatlikninga) og difor er  $e < 1$ . Dette er i samsvar med termodynamikkens 2.lov.

## Oppgave 4

a) Ei kraft  $\vec{F}$  er konservativ viss og berre viss linjeintegralet rundt ei vilkårleg lukka kurve er lik null:

$$\oint \vec{F} \cdot d\vec{l} = 0 .$$

Tyngdekrafta er ei konservativ kraft. Friksjon er ikkje ei konservativ kraft.

b) Total magnetisk fluks gjennom sløyfa er

$$\Phi_m = \pi r^2 B_0 e^{-kt} .$$

Faradays induksjonslov gjev indusert elektromotorisk spenning

$$\begin{aligned} \mathcal{E} &= -\frac{d\Phi_m}{dt} \\ &= \underline{\underline{k\pi r^2 B_0 e^{-kt}}} . \end{aligned}$$

Ohms lov gjev straumen:

$$\begin{aligned} I &= \frac{\mathcal{E}}{R} \\ &= \underline{\underline{\frac{k\pi r^2 B_0}{R} e^{-kt}}} . \end{aligned}$$

Effekten i kretsen er  $P(t) = \mathcal{E}I$ . Total varmeenergi  $Q$  er integralet av  $P(t)$ . Dette gjev

$$\begin{aligned} Q &= \int_0^\infty P(t) dt \\ &= \frac{(k\pi r^2 B_0)^2}{R} \int_0^\infty e^{-2kt} \\ &= \underline{\underline{\frac{k(\pi r^2 B_0)^2}{2R}}} . \end{aligned}$$