

Løsningsforslag

1)

$$m = \rho V = \rho AL = \rho \pi (d/2)^2 L = 10.5 \cdot 10^3 \cdot \pi \cdot (55 \cdot 10^{-9}/2)^2 \cdot 5.5 \cdot 10^8 = 1.4 \cdot 10^{-2} \text{ kg} = 14 \text{ g}$$

A

2) Med startposisjon $x = y = 0$ har vi ligningene for konstant akselerasjon: $x = v_x t = v_0 t \cos 30^\circ = (\sqrt{3}/2)v_0 t$ og $y = v_y t + at^2/2 = v_0 t \sin 30^\circ - gt^2/2 = v_0 t/2 - gt^2/2$. Kula lander ved $y = 0$, som gir landingstidspunktet $t = v_0/g$. Starthastigheten er da $v_0 = \sqrt{2xg/\sqrt{3}} = \sqrt{2 \cdot 30 \cdot 9.81/\sqrt{3}} = 18.4 \text{ m/s}$, slik at kula lander etter $t = 18.4/9.81 = 1.9 \text{ s}$.

B

3) Sinusfunksjonen kan ikke bli mindre enn -1 , slik at maksimal hastighet er $4.5 \cdot 4/3 = 6.0 \text{ m/s}$.

C

4) $a = dv/dt = -(v_0/3)\omega \cos \omega t$ som gir maksimal akselerasjon $v_0\omega/3 = 0.15 \text{ m/s}^2$.

D

5) Gjennomsnittshastigheten underveis er $v_0 = 4.5 \text{ m/s}$. Perioden i fartsvariasjonen er $T = 2\pi/\omega = 20\pi = 62.8 \text{ s}$. Avstanden fra en bakketopp til den neste er dermed $v_0 T = 283 \text{ m} \simeq 0.28 \text{ km}$.

B

6) Med gjennomsnittsfart 4.5 m/s tar det i overkant av 11 tusen sekunder å gå 50 km , dvs ca 3 timer.

A

7) Kinetisk energi = endring i potensiell energi: $(1/2)(m + 3m)v^2 = mgh$ gir $v = \sqrt{gh/2}$ **A**

8) Trinsa følger med bevegelsen, med vinkelhastighet $\omega = v/R$, og har kinetisk energi $I_0\omega^2/2 = mR^2(v^2/R^2)/2 = mv^2/2$. Klossene har kinetisk energi (som over) $2mv^2$. Energibevarelse gir $\frac{5}{2}mv^2 = mgh$ og dermed $v = \sqrt{2gh/5}$.

C

9) Null nettokraft på tauet elementet der snora fra loddet er festet. Dermed: $2S \sin 7^\circ = Mg$, dvs $M = 2 \cdot 282 \cdot 0.122/9.81 \simeq 7 \text{ kg}$.

E

10) Newtons 1. lov vinkelrett på skråplanet gir normalkraft $N_1 = m_1 g \cos \alpha$ på kloss 1 og $N_2 = 3m_1 g \cos \alpha$ på kloss 2. Dermed er friksjonskraften fra underlaget $f_1 = \mu_1 N_1 = \mu m_1 g \cos \alpha$ på kloss 1 og $f_2 = \mu_2 N_2 = 3\mu m_1 g \cos \alpha$ på kloss 2. Tyngdekraftens komponent nedover langs skråplanet er $m_1 g \sin \alpha$ og $3m_1 g \sin \alpha$ på

hhv kloss 1 og 2. Newtons 2. lov langs skråplanet blir dermed

$$4m_1g \sin \alpha - 4\mu m_1g \cos \alpha = 4m_1a,$$

$$\text{dvs } a = g(\sin 45^\circ - \mu \cos 45^\circ) = g(1 - \mu)/\sqrt{2}.$$

D

11) Her kan vi bruke bevaring av mekanisk energi til å finne farten v i bunnpunktet $(0, 0)$. Velger potensiell energi $U = 0$ i $y = 0$. Total mekanisk energi er da $E = mgh$, som gir $v = \sqrt{2gh}$ i posisjonen $(0, 0)$. Her har tyngden ingen komponent parallelt med banen, så total akselerasjon er lik sentripetalakselerasjonen v^2/h (der h er sirkelbanens radius). Dermed: $a = 2gh/h = 2g$.

E

12) Med A som referansepunkt er dreieimpulsen bevart. Før kollisjonen har prosjektilet banedreieimpuls $mvL/2$. Etter kollisjonen har stang med prosjektil dreieimpuls $I_A\omega$. Her er $I_A = mL^2/4 + ML^2/3$. Umid-
delbart etter kollisjonen er da vinkelhastigheten

$$\omega = \frac{mvL/2}{mL^2/4 + ML^2/3} = \frac{v/L}{1/2 + 2M/3m} = \frac{25.0}{0.5 + 500/7.5} = 0.37 \text{ s}^{-1}.$$

C

13) Fra formelarket har vi at vinkelfrekvensen for harmoniske svingninger for en fysisk pendel med treghetsmoment I_A og total masse $M + m$ er

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{(M + m)gd}{I_A}},$$

der d er avstanden fra A til systemets massesenter. Her er $d = L/2$, som med $I_A = (m/4 + M/3)L^2$ gir

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi \sqrt{\frac{2L(m/4 + M/3)}{g(m + M)}}.$$

Innsetting av $m = 2.5 \text{ g}$, $M = 250 \text{ g}$ og $L = 1.0 \text{ m}$ gir $T = 1.6 \text{ s}$. (Prosjektilet har her så liten masse i forhold til stanga at det er praktisk talt uten betydning for svingetiden.)

A

14) For ei kompakt skive med masse m og radius r er $I_0 = mr^2/2 = 4.9 \cdot 10^{-5} \text{ kg m}^2$. Med et hull i midten må I_0 bli større enn dette, og da er bare E et mulig alternativ.

(Med litt regning: Taperullens treghetsmoment er lik differansen mellom treghetsmomentene til kompakte skiver med radius hhv r og $r/3$ og masse hhv $9m/8$ og $m/8$: $I_0 = (9m/8)r^2/2 - (m/8)(r/3)^2/2 = 5mr^2/9$.)

E

15) $v = \sqrt{v_x^2 + v_y^2} = \sqrt{(\Delta x)^2 + (\Delta y)^2}/\Delta t$. Her kan vi bruke $\Delta t = 1.368 - 1.351 \text{ s}$, $1.368 - 1.335 \text{ s}$ eller $1.351 - 1.335 \text{ s}$, med tilørende Δx og Δy . Alle tre muligheter gir ca 2.7 m/s . (Hhv 2.65 , 2.67 og 2.70 .)

C

16) $\phi = \arctan(x/y) = \arctan(40.693/71.662) = 30^\circ$.

A

17) Total energi er bevart, og er lik potensiell energi på toppen: $E = U(0) = mg(r + R)$. Ved vinkelen ϕ , med ren rulling hele veien, er $U(\phi) = mg(r + R) \cos \phi$ og $K = K_{\text{rot}} + K_{\text{trans}} = m(c + 1)V^2/2$. Vi setter $K = U(0) - U(\phi)$, løser mhp V og finner $V = \sqrt{2g(r + R)(1 - \cos \phi)/(c + 1)}$. Siden $\omega = V/r$, er $\omega = \sqrt{2g(r + R)(1 - \cos \phi)/(c + 1)r^2}$.

A

18) Vi har $\sin 45^\circ = \cos 45^\circ = 1/\sqrt{2}$. N2 rotasjon (om kulas CM): $fr = I_0\alpha = (2mr^2/3) \cdot a/r$, dvs $f = 2ma/3$. N2 translasjon (av kulas CM): $mg/\sqrt{2} - f = ma$. Disse ligningene kombinert gir akselerasjon $a = 3g/5\sqrt{2}$. Maksimal friksjonskraft er $f = \mu N = \mu mg/\sqrt{2}$. Vi setter maksimal f lik utregnet $f = 2ma/3$, setter inn utregnet verdi $a = 3g/5\sqrt{2}$, og finner minimal $\mu = 2/5$.

B

19) Kulas CM følger en sirkelbane med radius $R - r$, og har dermed akselerasjon $v^2/(R - r)$, med retning inn mot kuleskallets sentrum (sentripetalakselerasjon). N2 gir dermed $N - mg = mv^2/(R - r)$, dvs $N = mg + mv^2/(R - r) = 0.15 \cdot (9.81 + 0.59^2/0.08) = 2.1$ N.

D

20) N2: $F = dp/dt$, slik at bordtennisballens impulsendring i kollisjonen er

$$\Delta p = \int dp = \int F(t)dt.$$

Siden kollisjonen er elastisk, er ballens hastighet 15 m/s i motsatt retning etter kollisjonen. Da blir $\Delta p = m\Delta v = 0.0027 \cdot 30 = 0.081$ kg m/s. Integralet blir bredden ganget med halve høyden: $F_0\tau/2$, der $\tau = 0.008$ s. Følgelig er $F_0 = 0.081/0.004 = 20$ N.

C

21) Stangas CM er 7.5 cm til høyre for balansepunktet. Da må vi ha $10m = 7.5M$, dvs $m = 0.75M = 4.5$ kg.

B

22) Døra kan betraktes som mange tynne stenger, med masse m og lengde b , som roterer om en akse A ved enden. Steiners sats gir da treghetsmoment $mb^2/3$ for hver stang, og i alt $I_A = Mb^2/3$ for hele døra.

D

23) N2 for rotasjon om A: $\tau_A = I_A\alpha$. Her er dreiemomentet konstant, $\tau_A = Fb = 21.75$ Nm, slik at vinkelakselerasjonen $\alpha = \tau_A/I_A = 9.3/10 = 0.62$ s⁻² er konstant. Fra $\omega = d\phi/dt$ og $\alpha = d\omega/dt$ har vi da $\omega(t) = \alpha t$ og $\phi(t) = \alpha t^2/2$. Vi skal finne tiden t som tilsvarer vinkelen $\phi = \pi$: $t = \sqrt{2\phi/\alpha} = \sqrt{2\pi/0.62} = 3.2$ s.

B

24) Bevegelse oppover dersom friksjonskraften $f = \mu N = \mu mg \cos \theta$ er større enn tyngdens komponent nedover langs skråplanet, $mg \sin \theta$. Dermed blir betingelsen $\mu > \tan \theta = \tan 20^\circ = 0.36$.

E

25) Bruker karusellens sentrum (aksling) som referansepunkt. Dreieimpuls før innhoppet: mvR . Dreieimpuls

etter innhoppet: $I\omega$, med totalt treghetsmoment $I = MR^2/2 + mR^2$. Dermed:

$$T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{2\pi(M/2 + m)R^2}{mvR} = \frac{\pi R(2 + M/m)}{v}.$$

C

26) Midt mellom de to ladningene bidrar begge like mye til det totale elektriske feltet, og begge med retning mot venstre: Feltstyrken til hvert av de to bidragene er $e/4\pi\epsilon_0 r^2$, med $r = 1.10$ nm. Dermed: $E = 2 \cdot (e/4\pi\epsilon_0 r^2) = 2 \cdot 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 9 \cdot 10^9 / (1.1 \cdot 10^{-9})^2 = 2.38 \cdot 10^9$ V/m = 2.38 GV/m.

D

27) Alle de fire planene bidrar til det totale elektriske feltet med $\sigma/2\epsilon_0$, med retning bort fra positivt ladde plan og med retning inn mot negativ ladde plan. Når vi legger sammen de fire bidragene i de fem ulike områdene, blir feltstyrken lik null i midtområdet og på utsiden av hele systemet. I de to resterende områdene blir feltstyrken σ/ϵ_0 , og med feltet rettet fra positivt mot negativ ladd plan. Figur D passer med dette.

D

28) Potensialet fra en punktladning er $V(r) = q/4\pi\epsilon_0 r$ når $V(r \rightarrow \infty)$ er satt til null. Med $V = 0.16$ V og $q = e = 1.6 \cdot 10^{-19}$ C finner vi

$$r = \frac{q}{4\pi\epsilon_0 V} = 9 \cdot 10^9 \cdot \frac{1.6 \cdot 10^{-19}}{0.16} = 9 \text{ nm}.$$

C

29) $p = Qd = CVd = 4.7 \cdot 3.5 \cdot 2.2 \cdot 10^{-6+3-3} = 36 \cdot 10^{-6}$ Cm = 36 μ C m.

A

30) Alle delkrefter er tiltrekkende, siden $4q$ er positiv og resten negative. Avstandene fra $4q$ til de andre er hhv a , a , $a/\sqrt{2}$ og $\sqrt{2}a$, slik at i absoluttverdi er delkreftene hhv $4q^2/4\pi\epsilon_0 a^2$ (de to $-q$ i hjørnene), $8q^2/4\pi\epsilon_0 a^2$ ($-q$ i midten) og $4q^2/4\pi\epsilon_0 a^2$ ($-2q$ nederst til høyre). De to sistnevnte ligger i totalkraftens retning, som av symmetrigrunner må bli langs diagonalen fra $4q$ mot midten. De to førstnevnte må ganges med faktoren $\cos 45^\circ = 1/\sqrt{2}$. Totalkraften blir dermed

$$F = \frac{(8/\sqrt{2} + 12)q^2}{4\pi\epsilon_0 a^2} = \frac{(\sqrt{2} + 3)q^2}{\pi\epsilon_0 a^2}$$

D

31) I stor avstand ser dette ut som en punktladning $-q$. Da er potensialet ganske enkelt $-q/4\pi\epsilon_0 r$.

A

32) Feltlinjer starter på positiv og ender på negativ ladning. Dermed er $Q_a > 0$, $Q_b < 0$ og $Q_c > 0$.

D

33) Feltlinjer går fra høyt mot lavt potensial, og metallbiter (ledere) er ekvipotensialer. Dermed er $V_1 = V_2 > V_3$.

E

34) $E = \sqrt{E_x^2 + E_y^2}$ med $E_x = -\partial V/\partial x = -2V_0x/a^2$ og tilsvarende $E_y = -2V_0y/a^2$. Dermed blir $E = (2V_0/a^2)\sqrt{4a^2 + (-a)^2} = (2V_0/a^2)\sqrt{5a^2} = 2\sqrt{5}V_0/a$.

E

35) $F_x = qE_x = -eE_0x/a$ (og helt tilsvarende $F_y = -eE_0y/a$). Newtons 2. lov gir da $\ddot{x} + \omega_0^2x = 0$ (harmonisk oscillator) med $\omega_0^2 = eE_0/m_p a$, og dermed $T = 2\pi\sqrt{m_p a/eE_0}$. Innsetting av (oppgitte) tallverdier gir $T = 0.64$ ns.

B

36) $C = (1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2 + 1/2)^{-1} = 0.4 \mu\text{F}$.

B

37) Kretsen har motstand $(1/R + 1/R)^{-1} = R/2$ (parallellkobling) og kapasitans $C + C = 2C$ (parallellkobling), og dermed tidskonstant $RC = 20$ s.

B

38) Dette er en parallellkobling:

$$C = 7\varepsilon_0(A/2)/d + \varepsilon_0(A/2)/d = 4\varepsilon_0A/d = 35 \text{ pF}.$$

C

39) Dette er en seriekobling:

$$C = (1/(7\varepsilon_0A/(d/2)) + 1/(\varepsilon_0A/(d/2)))^{-1} = 7\varepsilon_0A/4d = 15 \text{ pF}.$$

D

40) Halvering av plateavstanden gir dobling av kapasitansen C . Med gitt spenning V_0 mellom kondensatorplatene blir dermed plateladningen $Q = CV$ doblett.

A

41) Motstanden ($l = 100$ m) er

$$R = \frac{l}{\sigma A} = \frac{100}{6.0 \cdot 10^7 \cdot 4.5 \cdot 10^{-6}} = \frac{100}{270} \Omega = 0.37 \Omega.$$

B

42) Kretsens totale (ekvivalente) motstand er $R + R + (1/R + 1/2R)^{-1} = 2R + 2R/3 = 8R/3$. Total strøm levert av spenningskilden er dermed $V_0/(8R/3) = 3V_0/8R$. Denne må fordele seg med $2/3$ gjennom motstanden midt i figuren, og $1/3$ gjennom de to til høyre, dvs $I = V_0/8R = 10/40 = 0.25$ A.

B

43) Ingen avbøyning dersom elektrisk kraft (oppover) og magnetisk kraft (nedover) er like store i absoluttverdi: $eE = evB$, dvs $v = E/B = 7.5 \cdot 10^3/0.44 = 17$ km/s.

C

44) Maksimalt dreiemoment når spolen er orientert som i figuren, med størst mulig arm for den magnetiske kraften på strømmen I . Med lengde L (der I er angitt i figuren) og bredde b blir magnetisk kraft på hver lederbit med lengde L lik ILB , og med arm $b/2$ blir dreiemomentet pr vikling $ILB \cdot (b/2) \cdot 2 = ILbB = IAB$. Totalt dreiemoment på N viklinger: $NIAB$. Med tallverdier: $650 \cdot 6.5 \cdot 0.65 \cdot 65 \cdot 10^{-3} = 179 \text{ Nm}$.

B

45) Magnetisk feltstyrke på akse til sirkulær strømsløyfe $B(x)$ er oppgitt i formelvedlegget. Dipolens potensielle energi er $U(x) = -mB(x)$, der $B(x) \sim 1/(x^2 + R^2)^{3/2}$. Kraften i x -retning er $F_x = -dU/dx$, som betyr at $F_x \sim +dB/dx \sim -x/(x^2 + R^2)^{5/2}$. Dvs, F_x avtar som $1/x^4$ for store avstander x .

C

46) Omsluttet magnetisk fluks endres ikke dersom spolen trekkes i y -retning, dvs parallelt med den lange strømførende lederen.

E

47) Resonans-vinkelfrekvensen i en LC -krets er $\omega_0 = 1/\sqrt{LC}$. (Mekanisk analogi: Masse-fjær-system med $\omega_0 = \sqrt{k/m}$.) Frekvensen er dermed $f = \omega_0/2\pi = 1/2\pi\sqrt{LC} = 1/2\pi\sqrt{4.7 \cdot 4.7 \cdot 10^6} = 34 \text{ kHz}$

E

48) Fra Ohms lov har vi resistansens middelerverdi $R = V/I = 0.19 \Omega$. Relativ usikkerhet i resistansen:

$$\frac{\Delta R}{R} = \sqrt{\left(\frac{\Delta V}{V}\right)^2 + \left(\frac{\Delta I}{I}\right)^2} = \sqrt{(0.3/1.5)^2 + (0.1/7.7)^2} = 0.2.$$

Dermed er $\Delta R = 0.19 \cdot 0.2 = 0.04 \Omega$. Riktig angivelse blir derfor $R = 0.19 \Omega \pm 0.04 \Omega$. (Raskere løsning: Vi ser at relativ usikkerhet i I er mye mindre enn relativ usikkerhet i V . Da har vi $\Delta R/R \simeq \Delta V/V$, som er 20%.)

E

49) For et mekanisk svingesystem med masse m , fjærkonstant k og dempingskraft $b\dot{x}$ er resonansfrekvensen $\omega_0 = \sqrt{k/m}$ og halvverdibredden til resonanskurven $\Delta\omega = 2\gamma = b/m$. Q -faktoren blir dermed $Q = \omega_0/\Delta\omega = \sqrt{mk}/b$. Siden induktans L , kapasitans C og resistans R er den elektriske kretsens analogier til hhv m , $1/k$ og b , har vi direkte $Q = \sqrt{L/C}/R$ som Q -faktor for den elektriske kretsen. Innsetting av oppgitte tallverdier gir $Q = 9.1 \cdot 10^3$.

A

50) Vi har $V_2/V_1 = N_2/N_1$ for en (ideell) transformator. Dermed: $V_2 = 55 \cdot 90/600 = 8.3 \text{ kV}$.

D
