

1. E $G = Mg = \rho V g = \rho g \cdot 4\pi r^3/3 = \rho g \cdot \pi d^3/6$ slik at $d = (6G/\pi\rho g)^{1/3} = 368$ mm.

2. E Steinens høyde y ved tidspunktet t er

$$y(t) = y_0 + v_0 t + \frac{1}{2} a t^2.$$

Her er $y_0 = 2.00$ m, $a = -g/6$, $v_0 = 15.0$ m/s, og $y = 0$ når steinen lander. Dette skjer ved tidspunktet

$$t = \frac{v_0 + \sqrt{v_0^2 + g y_0/3}}{g/6},$$

som med gitte tallverdier blir $t = 18.5$ s.

3. C Newtons 2. lov (N2), $dp = F dt$, gir her $F_{\max} \cdot \tau/2 = 2mv$, dvs $a_{\max} = F_{\max}/m = 4v/\tau = 4 \cdot 25/0.002$ m/s² = 50 km/s².

4. B Terminalfart når luftmotstanden er lik kulenes tyngde:

$$\frac{1}{2} \rho \pi (d/2)^2 C_d v_t^2 = mg = \rho_k g \cdot 4\pi (d/2)^3/3.$$

Det betyr at v_t øker proporsjonalt med $\sqrt{d}$. Dermed er $v_{t1}/v_{t2} = (100/150)^{1/2} = 0.82$.

5. F Gravitasjonsloven og N2 med sentripetalakselerasjon gir $GMm/R^2 = mv^2/R = m(2\pi R/T)^2/R$ som løst mhp T gir $T = \sqrt{4\pi^2 R^3/GM} \simeq 7.693 \cdot 10^7$ s. Vi dividerer med 3600 og 24, og finner ca 890 døgn.

6. C Det er ingen akselerasjon vertikalt, slik at $S \cos 30^\circ = mg$, dvs strekk-kraften i tauet er $S = 90 \cdot 9.81/\cos 30^\circ \simeq 1.0$ kN.

7. F Vi setter $v_0 = 1.50$ m/s, $m = 0.10$ kg, $M = 0.60$ kg og V og v lik slutfarten til hhv den store og den lille klossen. Impulsbevarelse gir da (1) $MV + mv = mv_0$, mens energibevarelse gir (2) $MV^2/2 + mv^2/2 = mv_0^2/2$. Vi samler ledd med m og M på hver sin side, utnytter 3. kvadratsetning, og dividerer de to ligningene med hverandre. Dette gir $v_0 + v = V$, som sammen med $m(v_0 - v) = MV$ gir $v = -\frac{M-m}{M+m} v_0 = -\frac{5}{7} \cdot 1.50$ m/s = -1.07 m/s.

8. B Rotasjonslikevekt om midtpunktet gir en kraft tilsvarende tyngden av 50 kg, rettet nedover, på enden av stupebrettet (dvs der det står en pillar), dvs $50 \cdot 9.81$ N = 0.49 kN.

9. B Kraftlikevekt vertikalt gir $f = mg = 6.0 \cdot 9.81$ N = 59 N.

10. B Rotasjonslikevekt om kontaktpunktet gir $S = mg/\sqrt{2}$, slik at S har horisontal- og vertikalkomponent $S_x = S_y = S \sin 45^\circ = S/\sqrt{2} = mg/2$. Kraftlikevekt horisontalt gir da $N = S_x = mg/2$, mens kraftlikevekt vertikalt gir $f = mg - S_y = mg/2$. Total kontaktkraft fra veggen blir $F = \sqrt{f^2 + N^2} = mg/\sqrt{2} = 6.0 \cdot 9.81/\sqrt{2} = 42$ N.

11. C I dette eksperimentet er mekanisk energi bevart. Total energi (med $U = 0$ i $y = 0$) er $E = K_0 = mv_0^2/2 + I_0 \omega_0^2/2 = 3mv_0^2/4$, siden $I_0 = mr^2/2$ og $\omega_0 = v_0/r$ (ren rulling). Skiva snur når $K = 0$, dvs $U = mgy = E$, dvs $y = 3v_0^2/4g = H = 25$ cm, dvs $\xi^3 - \xi = \xi(\xi^2 - 1) = 3v_0^2/4gH = 1$, med $\xi \equiv x/L$.

Løsningen for ξ er altså gitt ved $\xi^2 - 1 = 1/\xi$. Her kan f.eks høyre og venstre side skisseres og skjæringspunktet lokaliseres. Alternativt kan kilder som wolframalpha benyttes. (Eller de 3 alternativene $x = 79, 99, 119$ cm kan rett og slett prøves.) En finner da $\xi \simeq 1.325$, dvs $x \simeq 99$ cm.

12. A Helningsvinkelen er gitt ved $\tan \theta = dy/dx = (3H/L)(x^2/L^2 - 1/3)$, som i origo blir (i absoluttverdi) $\theta = \arctan(H/L) = \arctan(1/3) = 18^\circ$.

13. E Banens lokale topp-punkt (og bunnpunkt) er bestemt av $dy/dx = 0$, dvs $(3H/L)(x^2/L^2 - 1/3) = 0$, dvs $x = -L/\sqrt{3}$. Her er skiva i en høyde $y_t = H(-1/3\sqrt{3} + 1/\sqrt{3}) \simeq 0.3849H \simeq 9.62$ cm. Farten i dette lokale topp-punktet er nå bestemt ved energibevarelse:

$$\frac{3}{4}mv^2 + mgy_t = \frac{3}{4}mv_0^2,$$

som gir

$$v = \sqrt{v_0^2 - 4gy_t/3} = 1.418 \text{ m/s} \simeq 142 \text{ cm/s}.$$

14. F Invers krumningsradius i bunnpunktet er $1/\rho = |d^2y/dx^2| = 6H/\sqrt{3}L^2$. N2 gir nå $N - mg = ma = mv^2/\rho$, og dermed $N/mg = 1 + v^2/\rho g \simeq 1.71$.

15. B $\tau = fR = \mu mgR = 0.12 \cdot 7.2 \cdot 9.81 \cdot 0.11 \text{ Nm} = 0.93 \text{ Nm}$.

16. A Kun tyngdekraften mg har et dreiemoment mhp kontaktpunktet A. Vinkelen mellom $\mathbf{d}$ (dvs vektoren fra A til CM) og $m\mathbf{g}$ er $\theta + \pi/2$, dvs 150° . Dreiemomentet blir dermed $\tau = mgd \sin(\theta + \pi/2) = mgd/2$. Med oppgitte tallverdier: $\tau = 0.080 \cdot 9.81 \cdot 0.05 \cdot 0.5 \text{ Nm} = 0.020 \text{ Nm}$.

17. F Resonansfrekvens: $\omega_0 = \sqrt{k/m} = \sqrt{2.5/0.100} \text{ s}^{-1} = 5 \text{ s}^{-1}$. Dempingsfaktor: $\gamma = b/2m = 100/0.200 \text{ s}^{-1} = 500 \text{ s}^{-1}$. Systemet har med andre ord meget sterk damping (som ventet, med sirup). Da kan vi neglisjere det ene bidraget til den generelle løsningen

$$x(t) = A \exp(-\alpha_1 t) + B \exp(-\alpha_2 t),$$

siden $\alpha_1 = \gamma + \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \simeq 2\gamma$ er mye større enn $\alpha_2 = \gamma - \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2} \simeq \omega_0^2/2\gamma = k/b$. Med andre ord, vi har $x(t) \simeq x_0 \exp(-kt/b)$, siden $x(0) = x_0 = 15.0$ cm. Tiden det tar før x er redusert til 5.0 cm, er bestemt av ligningen $15.0/5.0 = \exp(kt/b)$, dvs $t = (b/k) \ln 3 = (100/2.5) \ln 3 \text{ s} = 40 \ln 3 \text{ s} = 44$ sekunder.

18. D Nå er dempingsfaktoren $\gamma = b/2m = 0.0010/0.200 \text{ s}^{-1} = 0.0050 \text{ s}^{-1}$, dvs $\gamma \ll \omega_0$, og systemet er svakt dempet. Da er

$$x(t) = x_0 e^{-\gamma t} \cos \omega t$$

med $\omega = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2} \simeq \omega_0$. Oscillatorens mekaniske energi tilsvarende maksimal potensiell energi, som avtar eksponentielt med tiden (pga dempingen omdannes mekanisk energi til varme),

$$E(t) = \frac{1}{2} k x_0^2 e^{-2\gamma t}.$$

Den mekaniske energien er redusert med 50% når $\exp(-2\gamma t) = 1/2$, dvs $t = (m/b) \ln 2 = 100 \cdot \ln 2 \text{ s} = 69$ sekunder.

19. C

$$E = \frac{1}{2} k A (\omega_0)^2 = \frac{k (F_0/m)^2}{2 (2\gamma\omega_0)^2} = \frac{m F_0^2}{2b^2}.$$

Med oppgitte tallverdier: $E = 0.100 \cdot 0.0040^2 / 2 \cdot 0.0010^2 \text{ J} = 0.8 \text{ J}$.

20. C $Q = \omega_0 / \Delta\omega = \omega_0 / 2\gamma = \sqrt{k/m} / (b/m) = \sqrt{2.5/0.100} / (0.0010/0.100) = 500$.

21. F

$$E = Q/4\pi\epsilon_0(a/2)^2 + 3Q/4\pi\epsilon_0(a/2)^2 = 4Q/\pi\epsilon_0 a^2$$

22. B

$$V = Q/4\pi\epsilon_0(a/2) - 3Q/4\pi\epsilon_0(a/2) = -Q/\pi\epsilon_0 a$$

23. F Vi setter $Q_1 = -Q_2 = Q$, $r_{1A} = r_{2B} = R$ ($= 3.0 \text{ cm}$) og $r_{2A} = r_{1B} = 5R/3$ ($= 5.0 \text{ cm}$):

$$\Delta V = V_A - V_B = Q/4\pi\epsilon_0 R - Q/4\pi\epsilon_0(5R/3) + Q/4\pi\epsilon_0 R - Q/4\pi\epsilon_0(5R/3),$$

dvs $\Delta V = (4/5)Q/4\pi\epsilon_0 R$. Med tallverdiene $Q = 12 \cdot 10^{-9} \text{ C}$, $R = 0.030 \text{ m}$ og $1/4\pi\epsilon_0 \simeq 9 \cdot 10^9 \text{ Vm/C}$ blir dette ca 2.9 kV .

24. A $E = (Q/4\pi\epsilon_0) \cdot (1/x_2^2 - 1/x_1^2) = 12 \cdot 10^{-9} \cdot 9 \cdot 10^9 \cdot (1/0.46^2 - 1/0.50^2) = 78 \text{ V/m}$.

25. A Totalt elektrisk felt på positiv z -akse må peke i negativ z -retning. Den negative ladningen $-2Q$ i origo gir et bidrag E_{-2Q} i negativ z -retning. Hver av de to positive ladningene Q på x -aksen gir et bidrag E_Q i positiv z -retning (x -komponentene kansellerer hverandre), men z -komponenten av $2E_Q$ er mindre enn E_{-2Q} .

26. F Systemet har null nettoladning, så valg av origo og koordinatsystem har ingen betydning for svaret. La oss f.eks. legge ringen i xy -planet med sentrum i origo, og med ladningene $q, -2q, -3q, 4q$ plassert i hhv $(x, y) = (-a, 0), (0, a), (a, 0), (0, -a)$. Da blir $p_x = -3qa - qa = -4qa$ og $p_y = -2qa - 4qa = -6qa$ slik at $p = \sqrt{p_x^2 + p_y^2} = \sqrt{16 + 36}qa = \sqrt{52}qa = 2\sqrt{13}qa$.

27. D En liten buelengde $ds = R d\theta$ av ringen, ved vinkel θ , og med ladning $dq = \lambda(\theta)ds = \lambda_0 \sin \theta R d\theta$, har sammen med en tilsvarende negativ ladning $-dq$ ved vinkel $-\theta$ et lite dipolmoment $dp = dq \cdot 2R \sin \theta$, siden avstanden fra $-dq$ til dq er $2R \sin \theta$. Så må vi integrere over vinkelen θ fra 0 til π for å få med hele ringen:

$$\begin{aligned} p &= \int dp \\ &= \int_0^\pi \lambda_0 \sin \theta R d\theta \cdot 2R \sin \theta \\ &= 2\lambda_0 R^2 \int_0^\pi \sin^2 \theta d\theta \end{aligned}$$

Ettersom middelveiden av $\sin^2 \theta$ er $1/2$, er verdien av dette integralet $\pi/2$, slik at $p = \pi \lambda_0 R^2$, som med oppgitte tallverdier blir $p = 392700 \text{ nC mm} \simeq 393 \text{ nC m}$.

28. B Kretsens totale (ekvivalente) kapasitans:

$$C_{\text{tot}} = (1/C + 1/3C + 1/5C)^{-1} = 15C/23.$$

Ladning på hver av de tre kapasitansene:

$$Q = C_{\text{tot}} V_0 = 15C V_0 / 23.$$

Spenning over kapasitansen C :

$$V_C = Q/C = 15V_0/23 = 15 \text{ V}.$$

29. A Kretsens tidskonstant: $\tau = RC = 14.4 \text{ s}$. Kirchhoffs spenningsregel (K2) $-Q/C - RdQ/dt = 0$ gir $Q(t) = V_0 C \exp(-t/RC)$ og strøm $I(t) = dQ/dt = -(V_0/R) \exp(-t/RC)$. Ved tidspunktet $t = 12 \text{ sekunder}$: $(1.2 \cdot 10^3 / 12 \cdot 10^6) \cdot \exp(-12/14.4) \text{ A} = 43 \mu\text{A}$.

30. B Total resistans er:

$$R_{\text{tot}} = 2R + 3R + (1/R + 1/(R + R/2 + 4R))^{-1} = 76R/13.$$

Da er total strømstyrke

$$I_{\text{tot}} = V_0/R_{\text{tot}} = 13V_0/76R.$$

Denne fordeler seg med en faktor $11/13$ gjennom den ene R lengst til venstre og $2/13$ gjennom den andre grenen. Og av disse $2/13$ vil halvparten tilsvare den angitte I i figuren. Dermed: $I = I_{\text{tot}}/13 = V_0/76R = 13 \text{ mA}$.

31. C $P = V_0 I_{\text{tot}} = 70 \cdot 13/76 = 12 \text{ W}$.

32. A $B = mv/qr = 131 \cdot 1.66 \cdot 10^{-27} \cdot 6.4 \cdot 10^5 / 1.6 \cdot 10^{-19} \cdot 0.430 = 2.0 \text{ T}$.

33. F $I_0 = V_0 \omega C$ slik at $C = I_0 / 2\pi f V_0 = 47 \cdot 10^{-3} / 2\pi \cdot 50 \cdot 64 \text{ F} = 2.3 \mu\text{F}$.

34. A $I_0 = V_0 / \omega L$ slik at $L = V_0 / 2\pi f I_0 = 0.64 / 2\pi \cdot 50 \cdot 4.7 \text{ H} = 0.43 \text{ mH}$.

35. E $B(0) = \mu_0 I / 2R = \mu_0 I / d$ slik at $I = B(0)d / \mu_0$. Med $B(0) = 1 \text{ T}$ og $d = 1 \text{ m}$ blir I , målt i enheten A (ampere), den inverse tallverdien av μ_0 , dvs i underkant av 0.8 MA .

36. F I en typisk diamagnet er μ_r litt mindre enn 1.0 .

37. D I en typisk paramagnet er μ_r litt større enn 1.0 .

38. E I en typisk ferromagnet er μ_r mye større enn 1.0.

39. C $\tau = mB \sin \alpha = 7.2 \cdot 0.72 \cdot \sin 25^\circ = 2.2 \text{ Nm}$.

40. A $m = IA = I\pi R^2$ slik at $I = m/\pi R^2 = 7.2/\pi \cdot (0.072)^2 \text{ A} = 0.44 \text{ kA}$.