

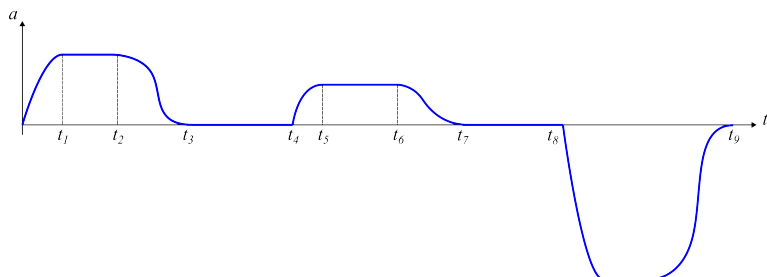
## Oppgave 1

Bruker at  $1 \text{ mm} = 10^{-3} \text{ m}$  og  $1 \text{ h} = 3600 \text{ s}$ :

$$\begin{aligned} 1,0 \frac{\text{mm}}{\text{h}^2} &= 1,0 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \frac{1}{(3600 \text{ s})^2} \\ &= \underline{\underline{7,7 \cdot 10^{-11} \text{ m/s}^2}} \end{aligned}$$

## Oppgave 2

Gitt akselerasjonsgrafene på figuren under:



Positiv akselerasjon (graf over  $x$ -aksen) tilsvarende økende fart; negativ akselerasjon (graf under  $x$ -aksen) tilsvarende avtakende fart.

Det er to ting vi må avgjøre:

- Hvor er togets hastighet maksimal: Svar: Farten øker først fra start til  $t_3$ , og så igjen fra  $t_4$  til  $t_7$ . Fart er maksimal ved  $t_7$ , og holder seg konstant fram til  $t_8$ , dvs. farten er maksimal i tidsrommet  $[t_7, t_8]$ .
- Bremses toget opp fra  $t_2$  til  $t_3$ ? Nei, ettersom akselerasjonen her er positiv. Toget bremses opp i tidsrommet  $[t_8, t_9]$ , der akselerasjonen er negativ.

**Riktig påstand:** Toget har sin største hastighet i tidsrommet  $[t_7, t_8]$ .

## Oppgave 3

Bevegelseslikningene for kastebevegelse:

$$x = v_{0x}t = v_0 \cos \theta \cdot t \Rightarrow t = \frac{x}{v_0 \cos \theta}, \quad y = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2 = v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2}gt^2$$

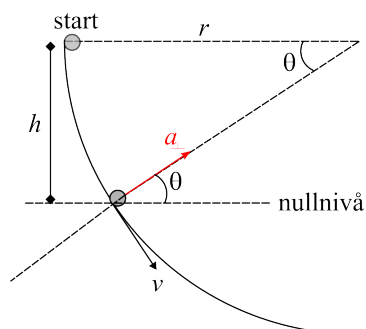
Kombinerer disse og får

$$\begin{aligned} y &= v_0 \sin \theta \cdot t - \frac{1}{2}g \left( \frac{x}{v_0 \cos \theta} \right)^2 \\ &= v_0 \sin \theta \cdot \frac{x}{v_0 \cos \theta} - \frac{1}{2}g \frac{x^2}{v_0^2 \cos^2 \theta} \\ &= x \tan \theta - \frac{1}{2} \frac{gx^2}{v_0^2 \cos^2 \theta} \end{aligned}$$

Dette gir at

$$\begin{aligned}
 v_0 &= \sqrt{\frac{gx^2}{2\cos^2\theta(x\tan\theta - y)}} \\
 &= \sqrt{\frac{9,81\text{ m/s}^2 \cdot (5,0\text{ m})^2}{2\cos^2 70^\circ \cdot (5,0\text{ m} \tan 70^\circ - 10\text{ m})}} \\
 &= 16,7\text{ m/s} \\
 &\approx \underline{\underline{17\text{ m/s}}}
 \end{aligned}$$

#### Oppgave 4



Sentripetalakselerasjonen, med retning inn mot sentrum, har verdi

$$a_{\perp} = \frac{v^2}{r}.$$

Energibevaring for legemet<sup>1</sup> gir oss farten  $v$  som funksjon av  $\theta$ :

$$\begin{aligned}
 mgh &= \frac{1}{2}mv^2 \\
 mgr \sin\theta &= \frac{1}{2}mv^2 \\
 v^2 &= \underline{\underline{2gr \sin\theta}}
 \end{aligned}$$

Dette gir at

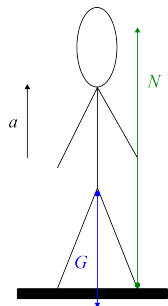
$$\begin{aligned}
 a_{\perp} &= \frac{v^2}{r} \\
 &= \frac{2gr \sin\theta}{r} \\
 &= \underline{\underline{2g \sin\theta}}
 \end{aligned}$$

Ettersom  $0^\circ \leq \theta \leq 90^\circ$ , tilsvarer dette graf E (sinusformet kurve).

<sup>1</sup>Normalkrafta fra underlaget gjør ikke et arbeid på legemet da vinkelen mellom normalkraft og bevegelse langs banen er lik  $90^\circ$ .

## Oppgave 5

Figuren under viser kreftene som virker på personen idet heisen begynner å bevege seg oppover: tyngden  $G$  og normalkrafta  $N$ . Badevekta viser  $N$ , ettersom denne er like stor og motsatt rettet som krafta personen presser ned på badevekta med (Newtons 3. lov).



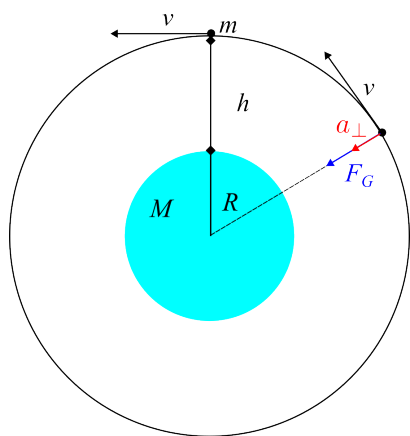
Dersom heisen er i ro, viser vekta personens tyngde  $G = mg \Rightarrow m = G/g$ .

Newtons 2. lov:

$$\begin{aligned}
 \sum F &= ma \\
 N - G &= ma \\
 a &= \frac{N - G}{m} \\
 &= \frac{N - G}{G/g} \\
 &= \frac{N - G}{G} \cdot g \\
 &= \frac{70,0 \text{ N} - 67,0 \text{ N}}{67,0 \text{ N}} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \\
 &= \underline{\underline{0,439 \text{ m/s}^2}}
 \end{aligned}$$

## Oppgave 6

Figuren under viser at den eneste krafta som virker på satellitten er tyngdekrafta  $F_G$  fra Jorda:



Det er tyngdekrafta fra Jorda som holder satellitten i sirkelbanen og besørger sentripetalaksel-

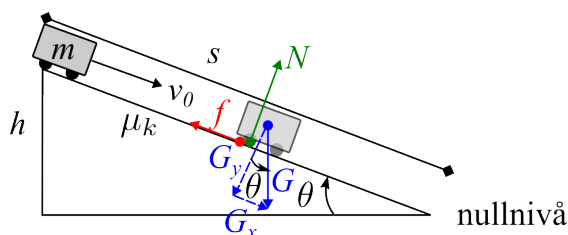
erisjonen  $a_{\perp}$ . Newtons 2. lov for sirkelbevegelsen:

$$\begin{aligned}\sum F &= ma_{\perp} = m \frac{v^2}{r}, \\ G \frac{Mm}{r^2} &= \frac{mv^2}{r} \\ v &= \sqrt{\frac{GM}{r}} \\ &= \sqrt{\frac{GM}{R+h}} \\ &= \sqrt{\frac{6,67 \cdot 10^{-11} \text{ Nm}^2/\text{kg}^2 \cdot 5,97 \cdot 10^{24} \text{ kg}}{200 \cdot 10^3 \text{ m} + 6,37 \cdot 10^6 \text{ m}}} \\ &= 7,79 \cdot 10^3 \text{ m/s} \\ &\approx \underline{\underline{7,8 \text{ km/s}}}\end{aligned}$$

ettersom baneradien  $r = R + h$ .

## Oppgave 7

Den maksimale verdien for startfarten  $v_0$  tilsvarer at bilen akkurat klarer å stoppe i løpet av strekningen  $s$ . Se figuren under.



Dette gir følgende energiregnskap for grensetilfellet: all kinetisk + potensiell energi i startpunktet må omdannes til friksjonsarbeid ved slutten av skråplanet (dvs. det er ikke noe resterende kinetisk energi i stoppunktet):

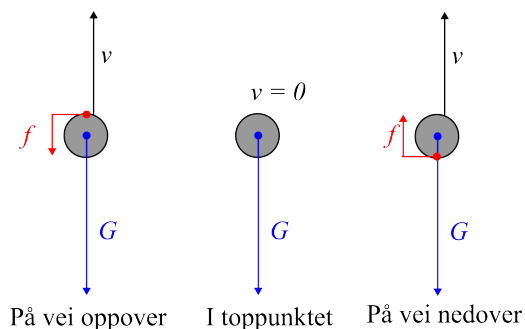
$$\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh = f \cdot s,$$

der friksjonskrafta er  $f = \mu_k N = \mu_k G_y = \mu_k mg \cos \theta$ . Dette gir:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}mv_0^2 + mgh &= \mu_k mg \cos \theta \cdot s \\ \frac{1}{2}mv_0^2 + mgs \sin \theta &= \mu_k mg \cos \theta \cdot s & (h = s \sin \theta) \\ v_0 &= \underline{\underline{\sqrt{2gs(\mu_k \cos \theta - \sin \theta)}}}\end{aligned}$$

## Oppgave 8

Figuren under viser kreftene som virker på legemet i tre punkter: på vei oppover, i toppunktet, og på vei nedover: tyngden  $G = mg$  og luftmotstanden  $f$ .



På vei oppover gir Newtons 2. lov at

$$\sum F = f + mg = ma \Rightarrow a = \frac{f + mg}{m} = \frac{f}{m} + g,$$

dvs. her er (nedbremsings-)akselerasjonen  $a > g$ .

I det øverste punktet virker kun tyngden, slik at  $a = g$ .

På vei nedover gir Newtons 2. lov at

$$\sum F = mg - f = ma \Rightarrow a = \frac{mg - f}{m} = g - \frac{f}{m},$$

dvs. her er akselerasjonen  $a < g$ .

**Riktig påstand:** På vei oppover er kulas akselerasjon større enn tyngdeakselerasjonen.

## Oppgave 9

Velger nullnivå for potensiell energi på gulvet. Potensiell energi i høyde  $h_1$  går over til kinetisk energi  $K_{\text{før}}$  like før støtet med gulvet:

$$K_{\text{før}} = mgh_1.$$

Noe kinetisk energi forsvinner i sammenstøtet med gulvet, men den kinetiske energien  $K_{\text{etter}}$  like etter støtet går over til potensiell energi, idet legemet går opp til en høyde  $h_2 = \frac{1}{4}h_1$ :

$$K_{\text{etter}} = mgh_2,$$

slik at andelen av kinetisk energi som forsvinner i kollisjonen blir

$$\begin{aligned} \frac{K_{\text{før}} - K_{\text{etter}}}{K_{\text{før}}} &= \frac{mgh_1 - mgh_2}{mgh_1} \\ &= \frac{h_1 - h_2}{h_1} \\ &= \frac{h_1 - \frac{1}{4}h_1}{h_1} \\ &= \frac{3}{4} \\ &= \underline{\underline{75\%}} \end{aligned}$$

## Oppgave 10

La  $I_0$  være treghetsmomentet om massesenteret. Akse A og B ligger i avstand hhv.  $d_A = 2d_B$  og  $d_B$  fra CM.

Fra Steiners sats/parallellakse-teoremet er treghetsmomentene  $I_A$  og  $I_B$  om aksene A og B gitt ved

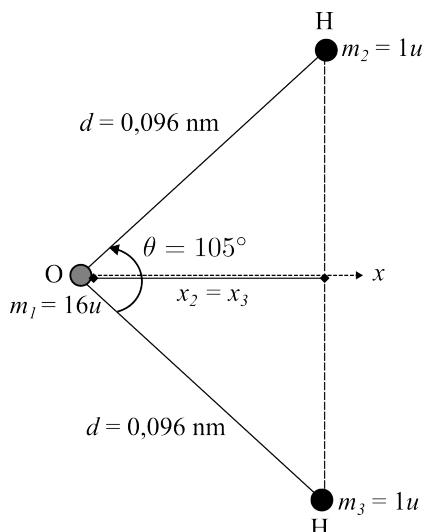
$$\begin{aligned} I_A &= I_0 + md_A^2 = I_0 + m(2d_B)^2 = I_0 + 4md_B^2 \\ I_B &= I_0 + md_B^2 \end{aligned}$$

Ut i fra dette ser vi at  $I_A > I_B$ , men vi kan ikke angi et mer spesifikt størrelsesforhold mellom  $I_A$  og  $I_B$ .

Riktig påstand:  $I_A > I_B$ .

## Oppgave 11

Velger origo  $x = 0$  i O-atomet, som indikert på figuren under.



Fra definisjonen av tyngdepunkt:

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{m_1 x_1 + m_2 x_2 + m_3 x_3}{m_1 + m_2} \\ &= \frac{m_1 x_1 + 2m_2 x_2}{m_1 + 2m_2} && (\text{Her er } x_3 = x_2 \text{ og } m_2 = m_3) \\ &= \frac{16 \text{ u} \cdot 0 + 2 \cdot 1,0 \text{ u} \cdot d \cos \frac{105^\circ}{2}}{16 \text{ u} + 2 \cdot 1,0 \text{ u}} \\ &= 0,0676d \\ &= 0,0676 \cdot 0,096 \text{ nm} \\ &= \underline{\underline{0,0065 \text{ nm}}} \end{aligned}$$

## Oppgave 12

Dreieimpulsbevaring om hengslingspunktet i bakken gir (merk at det er den totale dreieimpulsen som er bevart; summen av banedreieimpuls og spinn):

$$L_{\text{før}} = L_{\text{etter}}$$

$$mv_0 L = m(-v_0)L + I\omega.$$

Her er det brukt at ballen kun har banedreieimpuls  $L_b = r_{\perp} p$ , mens stanga kun har spinn  $L_s = I\omega$  etterpå (ettersom den sitter fast i bakken).

Stanga har treghetsmoment  $I = \frac{1}{3}ML^2$  om omdreiningaksen. Dette gir:

$$mv_0 L = -mv_0 L + I\omega$$

$$\omega = \frac{2mv_0 L}{I}$$

$$= \frac{2mv_0 L}{\frac{1}{3}ML^2}$$

$$= 6 \frac{m}{M} \frac{v_0}{L}$$

## Oppgave 13

Banens høyde over gulvet er

$$y(x) = y_0 \frac{x^2}{L^2},$$

med endepunkter i  $x = \pm L$ . Legemet slippes i  $x = -L$ , tilsvarende en høyde  $y_1 = y_0 (-L)^2 / L^2 = y_0$  med null startfart. Finner farten i  $x = 0$ , der høyden er  $y_2 = y(0) = 0$  ved energibevaring (nullpunkt for potensiell energi settes i  $y = 0$ ):

$$mgy_1 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2}I\omega^2$$

$$mgy_0 = \frac{1}{2}mv^2 + \frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5}mr^2 \cdot \left(\frac{v}{r}\right)^2 \quad (\text{Rullebetingelsen: } v = \omega r \Rightarrow \omega = \frac{v}{r})$$

$$2gy_0 = v^2 + \frac{2}{5}v^2 \quad (\text{Ganger med faktor } \frac{2}{m})$$

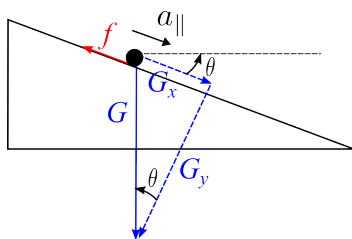
$$\frac{7}{5}v^2 = 2gy_0$$

$$v = \sqrt{\frac{10gy_0}{7}}$$

## Oppgave 14

Vi skal bestemme baneakselerasjonen  $a_{\parallel}$  i punktet  $x = -L/2$  for gitte baneparametre  $L = 2,00$  m og  $y_0 = 0,200$  m.

Baneakselerasjonen finnes ved å dekomponere kreftene på legemet i to retninger: parallelt med underlaget ( $x$ -retning), og normalt på underlaget ( $y$ -retning). Se figuren under.



Newtons 2. lov i  $x$ -retning (parallelt med underlaget):

$$\begin{aligned}\sum F_x &= ma_{\parallel} \\ mg \sin \theta - f &= ma_{\parallel}\end{aligned}$$

Newtons 2. lov for rotasjon om kulas massesenter:

$$\begin{aligned}\sum \tau &= I\alpha \\ f \cdot r &= I\alpha = I \frac{a_{\parallel}}{r} && \text{(Rullebetingelse: } \alpha = a/r) \\ f &= I \frac{a_{\parallel}}{r^2} \\ &= \frac{2}{5}mr^2 \cdot \frac{a_{\parallel}}{r^2} \\ &= \underline{\underline{\frac{2}{5}ma_{\parallel}}}\end{aligned}$$

Dette gir:

$$\begin{aligned}mg \sin \theta - f &= ma_{\parallel} \\ mg \sin \theta - \frac{2}{5}ma_{\parallel} &= ma_{\parallel} \\ \frac{7}{5}ma_{\parallel} &= mg \sin \theta \\ a_{\parallel} &= \underline{\underline{\frac{5}{7}g \sin \theta}}\end{aligned}$$

Vinkelen  $\theta$  kan bestemmes ut i fra den deriverte  $dy/dx$ :

$$\begin{aligned}\tan \theta &= \left| \frac{dy}{dx} \right| \\ &= \left| \frac{2y_0x}{L^2} \right| \\ \theta &= \arctan \left| \frac{2y_0x}{L^2} \right|,\end{aligned}$$

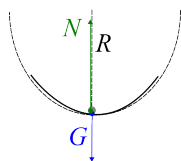
slik at

$$\begin{aligned}
 a_{\parallel} &= \frac{5}{7}g \sin \theta \\
 &= \frac{5}{7}g \sin \left( \arctan \left| \frac{2y_0x}{L^2} \right| \right) \\
 &= \frac{5}{7}g \sin \left( \arctan \left| \frac{2y_0(-L/2)}{L^2} \right| \right) \\
 &= \frac{5}{7}g \sin \left( \arctan \frac{y_0}{L} \right) \\
 &= \frac{5}{7} \cdot 9,81 \text{ m/s}^2 \cdot \sin \left( \arctan \frac{0,200 \text{ m}}{2,00 \text{ m}} \right) \\
 &= 0,6972 \text{ m/s}^2 \\
 &\approx \underline{\underline{0,697 \text{ m/s}^2}}
 \end{aligned}$$

### Oppgave 15

Vi skal bestemme forholdet mellom normalkrafta  $N$  og tyngden  $G$  i det laveste punktet  $x = 0$  for gitte baneparametre  $L = 2,00 \text{ m}$  og  $y_0 = 0,200 \text{ m}$ , når det oppgis at farten i det laveste punktet er  $v = 5,00 \text{ m/s}$ .

Figuren under viser situasjonen:



Newtons 2. lov i vertikalretningen gir (her er det kun sentripetalakselerasjon  $a_{\perp}$ , ettersom baneaks. i det nederste punktet er null):

$$\sum F = ma_{\perp} = m \frac{v^2}{R},$$

der  $R$  er krumningsradien i bunnpunktet. Videre er

$$\begin{aligned}
 N - mg &= m \frac{v^2}{R} \\
 N &= m \frac{v^2}{R} + mg \\
 \frac{N}{mg} &= \frac{v^2}{g} \cdot \frac{1}{R} + 1
 \end{aligned}$$

Krumningsradien er gitt på formelarket:

$$\begin{aligned}
 \frac{1}{R} &= \frac{y''}{\left(1 + (y')^2\right)^{\frac{3}{2}}} \\
 &= y'',
 \end{aligned}$$

ettersom  $y' = 0$  i bunnpunktet. Fra tidligere er  $\alpha$

$$y' = \frac{2y_0}{L^2}x$$

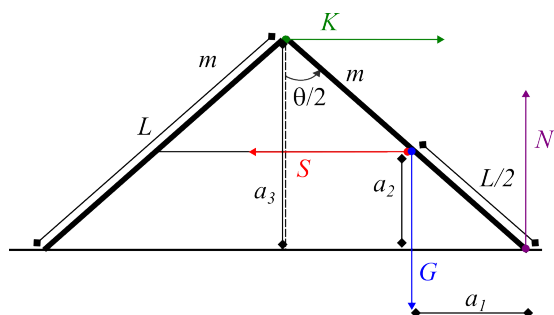
$$y'' = \frac{2y_0}{L^2},$$

slik at

$$\begin{aligned}\frac{N}{mg} &= \frac{v^2}{g} \cdot \frac{1}{R} + 1 \\ &= \frac{v^2}{g} \cdot \frac{2y_0}{L^2} + 1 \\ &= \frac{(5,00 \text{ m/s})^2}{9,81 \text{ m/s}^2} \cdot \frac{2 \cdot 0,200 \text{ m}}{(2,00 \text{ m})^2} + 1 \\ &= \underline{\underline{1,25}}\end{aligned}$$

### Oppgave 16

Figuren under viser kreftene på én av de hengslede bjelkene: tyngden  $G$ , normalkrafta  $N$  fra underlaget, snordraget  $S$  og kontaktkrafta  $K$  fra den andre bjelken (overført via hengslet).



Newtons 1. lov i horisontalretningen ( $x$ -retning) gir at

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow S = K$$

Momentbetingelsen for likevekt for den ene bjelken med akse om kontaktpunktet (armene for kreftene er indikerte på figuren over):

$$\begin{aligned}\sum \tau &= 0 \\ G \cdot a_1 + S \cdot a_2 - K \cdot a_3 &= 0 \\ G \cdot \frac{L}{2} \sin \frac{\theta}{2} + S \cdot \frac{L}{2} \cos \frac{\theta}{2} - K \cdot L \cos \frac{\theta}{2} &= 0 \\ G \cdot \frac{1}{2} \sin \frac{\theta}{2} + S \cdot \frac{1}{2} \cos \frac{\theta}{2} - S \cdot \cos \frac{\theta}{2} &= 0 \quad (\text{Forkorter } L \text{ og bruker } K = S) \\ \frac{1}{2} S \cos \frac{\theta}{2} &= \frac{1}{2} \sin \frac{\theta}{2} \cdot mg \\ S &= \underline{\underline{mg \tan \frac{\theta}{2}}}\end{aligned}$$

## Oppgave 17

En harmonisk oscillator slippes fra  $x = A$  med null startfart, og vi skal identifisere størrelsesforholdet mellom fartene  $v_1$ ,  $v_2$  og  $v_3$  henholdsvis i de tre punktene  $x_1 = \frac{A}{2}$ ,  $x_2 = 0$  og  $x_3 = -\frac{A}{4}$ .

I en harmonisk oscillator er energi fordelt mellom kinetisk energi og potensiell energi i fjæra. Størst fart/kinetisk energi tilsvare "slappest" mulig fjær, som er i  $x_2 = 0$ . Nest slappest fjær og neste størst fart er i  $x_3 = -\frac{A}{4}$  (fortegnet har ingen betydning her; det er kun avstanden fra likevektspunktet som bestemmer hvor mye energi som ligger i fjæra), mens fjæra er strammest og farten minst i  $x_1 = \frac{A}{2}$ .

Forholdet mellom fartene blir derfor:

**Riktig påstand:**  $v_2 > v_3 > v_1$ .

## Oppgave 18

Perioden  $T$  for en enkel/matematisk pendel er gitt ved

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{L}{g}},$$

dvs. perioden  $T \sim \sqrt{L}$ . Hvis den originale lengden er  $L$ , tilsvarende en periode  $T$ , og lengden øker med 1,0 %, dvs. til  $1,01L$  tilsvarende en periode  $T'$ , blir den prosentvise økningen i svingetiden

$$\frac{T' - T}{T} = \frac{\sqrt{1,01L} - \sqrt{L}}{\sqrt{L}} \approx 0,0050 = \underline{\underline{0,50\%}}$$

## Oppgave 19

Vinkelutslaget for en dempet huske er gitt ved

$$\theta(t) = \underbrace{\theta_0 e^{-at}}_{\text{amplitude}} \underbrace{\cos \omega t}_{\text{svingefaktor}},$$

med  $a = 0,20 \text{ s}^{-1}$  og  $\theta_0 = 15^\circ$ . Vi skal bestemme hvor lang tid det tar før amplituden, dvs. det maksimale vinkelutslaget, er redusert til et utslag  $\theta_1 = 5,0^\circ$ .

For en dempet svingning er den tidsavhengige, eksponentielt avtakende amplituden gitt ved

$$A(t) = \theta_0 e^{-at},$$

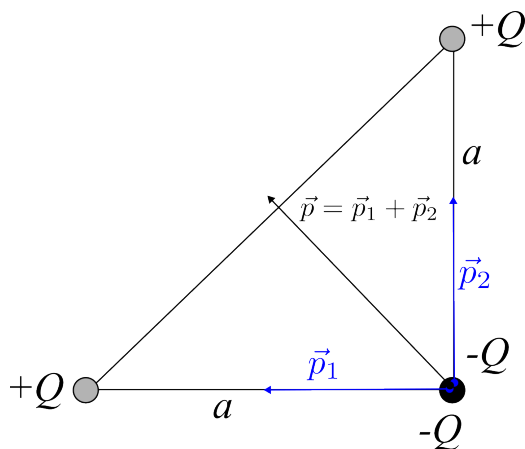
slik at vi får likningen

$$\begin{aligned} \theta_0 e^{-at} &= \theta_1 \\ -at &= \ln \frac{\theta_1}{\theta_0} \\ t &= -\frac{1}{a} \ln \frac{\theta_1}{\theta_0} \\ &= -\frac{1}{0,20 \text{ s}^{-1}} \ln \frac{5,0^\circ}{15^\circ} \\ &= 5,49 \text{ s} \\ &\approx \underline{\underline{5,5 \text{ s}}} \end{aligned}$$



## Oppgave 23

Elektrisk dipolmoment: Vi organiserer ladningene i to dipolpar:



Hvert dipolpar bidrar med et beløp

$$p_1 = p_2 = Qa,$$

slik at det totale elektriske dipolmomentet blir absoluttverdien av vektorsummen  $\vec{p} = \vec{p}_1 + \vec{p}_2$ , som fra Pytagoras' er lik

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{p_1^2 + p_2^2} \\ &= \sqrt{2 \cdot (Qa)^2} \\ &= \underline{\underline{\sqrt{2}Qa}} \end{aligned}$$

## Oppgave 24

Elektronet holdes i sirkelbevegelse med sentripetalaks.  $a_{\perp}$  på grunn av coulombkraften fra den positive atomkjernen:

$$\begin{aligned} \sum F &= ma_{\perp} = m \frac{v^2}{r} \\ \frac{ke^2}{r^2} &= m \frac{v^2}{r} \\ v &= \sqrt{\frac{ke^2}{mr}} \\ &= \sqrt{\frac{8,99 \cdot 10^9 \text{ Nm}^2/\text{C}^2 \cdot (1,60 \cdot 10^{-19} \text{ C})^2}{9,11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \cdot 5,3 \cdot 10^{-11} \text{ m}}} \\ &\approx \underline{\underline{2,2 \cdot 10^6 \text{ m/s}}} \end{aligned}$$

## Oppgave 25

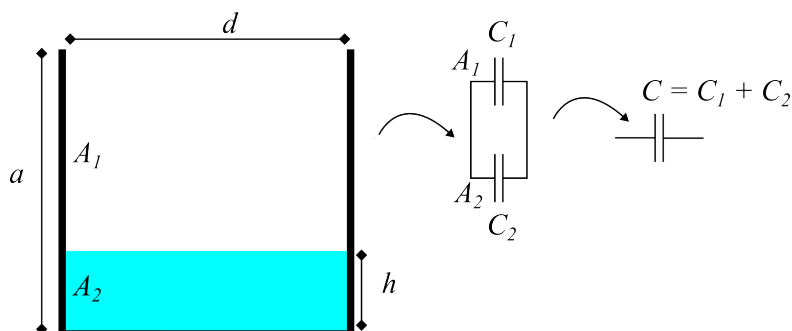
Tidskonstanten for en RC-krets bestående av seriekobling av en motstand med resistans  $R$  og en kondensator med kapasitans  $C$  er  $\tau = RC$ . Vi skal ha  $\tau \sim 1 \text{ s}$  for  $C \sim 10^{-6} \text{ F}$ . Vi må da

velge en verdi for  $R$  av størrelsesorden

$$\begin{aligned}
 R &= \frac{\tau}{C} \\
 &\sim \frac{1 \text{ s}}{10^{-6} \text{ F}} \\
 &\sim 10^6 \Omega \\
 &\sim \underline{\underline{1 \text{ M}\Omega}}
 \end{aligned}$$

## Oppgave 26

Tankmåleren kan ansees som en parallellkobling av en luftfylt og en væskefylt kondensator, som vist på figuren under:



Kapasitansen til den luftfylte platekondensatoren med areal  $A_1$  og plateavstand  $d$  er

$$C_1 = \varepsilon_0 \frac{A_1}{d}.$$

Kondensatoren med areal  $A_2$  som er fylt med en væske med relativ permittivitet  $\varepsilon_r$ , har kapasitans

$$C_2 = \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A_2}{d}$$

Den totale kapasitansen  $C$  av parallellkoblingen er

$$\begin{aligned}
 C &= C_1 + C_2 \\
 &= \varepsilon_0 \frac{A_1}{d} + \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A_2}{d}.
 \end{aligned}$$

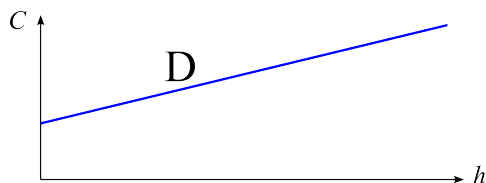
Platearealene  $A_1$  og  $A_2$  endrer seg med væskenivået  $h$ . Hvis platebredden er  $b$  (inn i papirplanet) er:

$$\begin{aligned}
 A_2 &= bh \\
 A_1 &= b(a - h),
 \end{aligned}$$

slik at

$$\begin{aligned}
 C &= \varepsilon_0 \frac{A_1}{d} + \varepsilon_r \varepsilon_0 \frac{A_2}{d} \\
 &= \frac{\varepsilon_0}{d} (A_1 + \varepsilon_r A_2) \\
 &= \frac{\varepsilon_0}{d} (b(a - h) + \varepsilon_r \cdot bh) \\
 &= \underline{\underline{\frac{\varepsilon_0}{d} b(a + (\varepsilon_r - 1)h)}}
 \end{aligned}$$

Dette er en lineær sammenheng på formen  $C = kx + c$  med  $k > 0$  (fordi  $\varepsilon_r > 1$  og dermed  $\varepsilon_r - 1 > 0$ ) og positivt konstantledd, tilsvarende graf D:



### Oppgave 27

I en seriekobling er det samme ladning  $Q$  på hver kondensator. Ut i fra definisjonen av kapasitans er spenningen over kondensatoren med kapasitans  $C$  lik

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow V = \frac{Q}{C}.$$

Kirchoffs 2. lov for kretsen gir at

$$V_0 - \frac{Q}{C} - \frac{Q}{2C} - \frac{Q}{3C} = 0$$

$$\frac{11}{6} \frac{Q}{C} = V_0,$$

slik at spenningen  $V=Q/C$  over kondensatoren med kapasitans  $C$  blir bestemt fra

$$\frac{11}{6} V = V_0$$

$$V = \underline{\underline{\frac{6}{11} V_0}}$$

### Oppgave 28

Når den samme kondensatoren lades opp og så ut igjen gjennom den samme motstanden, er tidskonstanten  $\tau = RC$  den samme. Spenningen over kondensatoren ved opp- og utladning er gitt ved hhv.

$$V(t) = V_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right) \quad (\text{Oppladning})$$

$$V(t) = V_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \quad (\text{Utladning})$$

Ved å løse likningen  $V(t) = \frac{1}{2}V_0$ , finner vi at tidene  $t_1$  og  $t_2$  for hhv. opp- og utladning til spenningen  $\frac{1}{2}V_0$  er identiske.

**Riktig påstand:**  $t_1 = t_2$ .

### Oppgave 29

Den elektriske krafta på en elektrisk ladd partikkel i et homogent elektrisk felt er gitt ved

$$F_e = qE.$$

Akselerasjonen til hver partikkel er bestemt fra Newtons 2. lov:

$$\sum F = F_e = ma \Rightarrow a = \frac{F_e}{m} = \frac{qE}{m},$$

slik at vi kan bruke følgende bevegelseslikning for rettlinjert bevegelse med konstant akselerasjon:

$$\begin{aligned} y &= \frac{1}{2}at^2 \Rightarrow t = \sqrt{\frac{2y}{a}} \\ t &= \sqrt{\frac{2 \cdot d}{\frac{qE}{m}}} \\ &= \underline{\underline{\sqrt{\frac{2md}{qE}}}} \end{aligned}$$

### Oppgave 30

Ettersom magnetkrafta  $\vec{F}_m = q\vec{v} \times \vec{B}$  hele tiden står normalt på farten, vil partikkelen få en sirkelbevegelse med konstant banefart. Newtons 2. lov for sirkelbevegelsen:

$$\begin{aligned} \sum F &= ma_{\perp} = m \frac{v^2}{R} \\ qvB &= m \frac{v^2}{R} \\ R &= \underline{\underline{\frac{mv}{qB}}} \end{aligned}$$

Ut i fra figuren er sammenhengen mellom  $R$ ,  $d$  og vinkelen  $\theta$  gitt ved

$$R \sin \theta = d \Rightarrow R = \frac{d}{\sin \theta},$$

slik at vi får likninga

$$\begin{aligned} \frac{mv}{qB} &= \frac{d}{\sin \theta} \\ m &= \underline{\underline{\frac{qBd}{v \sin \theta}}} \end{aligned}$$

### Oppgave 31

Ettersom batterispenningen på 12 V skal reduseres til 3,0 V over enheten ved en strøm på 0,50 A, må spenningen over kobberlederen være

$$V = 12 \text{ V} - 3,0 \text{ V} = 9,0 \text{ V},$$

dvs. resistansen i ledere må være

$$R = \frac{V}{I} = \frac{9,0 \text{ V}}{0,50 \text{ A}} = \underline{\underline{18 \Omega}}$$

Resistansen til en leder med resistivitet  $\rho$ , tverrsnitt  $A$  og lengde  $l$  er gitt ved

$$R = \frac{\rho l}{A} \Rightarrow l = \frac{RA}{\rho}$$

$$l = \frac{18 \Omega \cdot 0,050 (10^{-3} \text{ m})^2}{1,7 \cdot 10^{-8} \Omega \text{ m}}$$

$$= 52,9 \text{ m}$$

$$\approx \underline{\underline{50 \text{ m}}}$$

### Oppgave 32

For at elektronet skal bevege seg rettlinjet, må den elektriske krafta  $F_e = eE$  være like stor og motsatt rettet av magnetkrafta  $F_m = evB$ :

$$eE = evB \Rightarrow E = vB.$$

Sammenhengen mellom elektrisk feltstyrke og platespenningen  $\Delta V$  er gitt fra

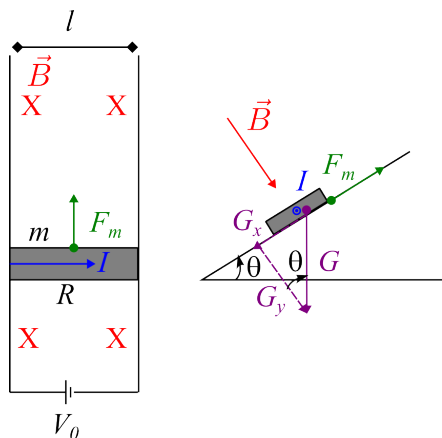
$$\Delta V = - \int \vec{E} \cdot d\vec{s} = Ed,$$

ettersom feltet er homogent. Vi får altså likningen

$$\begin{aligned} \Delta V &= Ed \\ &= vBd \\ &= 1,0 \cdot 10^5 \text{ m/s} \cdot 10 \cdot 10^{-3} \text{ T} \cdot 0,10 \text{ m} \\ &= \underline{\underline{1,0 \cdot 10^2 \text{ V}}} \end{aligned}$$

### Oppgave 33

Figuren under viser kreftene som virker på stanga: i fravær av friksjon virker kun magnetkrafta  $\vec{F}_m = I\vec{l} \times \vec{B}$  (fra det ytre magnetfeltet) og tyngden  $mg$ . Ut i fra høyrehåndsregelen har magnetkrafta retning oppover langs skråplanet.



Newtons 1. lov for stanga dersom den skal gli med konstant fart opp skråplanet ( $x$ -retning):

$$\begin{aligned}\sum F_x &= 0 \Rightarrow F_m = G_x \\ lB &= mg \sin \theta \\ \frac{V_0}{R} lB &= mg \sin \theta & (\text{Ohms lov: } V_0 = IR) \\ V_0 &= \underline{\underline{\frac{mgR \sin \theta}{lB}}}\end{aligned}$$

### Oppgave 34

En strømsløyfe med areal  $A$  og strøm  $I$  i et ytre magnetfelt  $B$  utsettes for et dreiemoment

$$\tau = IAB \sin \phi,$$

der  $\phi$  er vinkelen mellom sløyfas arealvektor og magnetfeltet. Man vil med andre ord få et (harmonisk) varierende dreiemoment på sløyfa, og en tilsvarende varierende vinkelakselerasjon:

$$\sum \tau = I\alpha.$$

**Riktig påstand:** Sløyfa vil rotere med variabel vinkelakselerasjon.

### Oppgave 35

Gitt magnetfeltet langs symmetriaksen til en sirkulær sløyfe med radius  $R$  ved strøm  $I$ ,

$$B(x) = \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}}.$$

Magnetfeltstyrken i sløyfas sentrum, dvs.  $x = 0$ , er

$$B(0) = \frac{\mu_0 I}{2R}$$

Vi skal bestemme  $x$  der  $B(x) = \frac{1}{2}B(0)$ . Dette gir likningen

$$\begin{aligned}B(x) &= \frac{1}{2}B(0) = \frac{\mu_0 I}{4R} \\ \frac{\mu_0 I R^2}{2(x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}}} &= \frac{\mu_0 I}{4R} \\ (x^2 + R^2)^{\frac{3}{2}} &= 2R^3 \\ x^2 + R^2 &= (2R^3)^{\frac{2}{3}} \\ x^2 &= \left(2^{\frac{2}{3}} - 1\right) R^2 \\ x &= \sqrt{\left(2^{\frac{2}{3}} - 1\right)} R \\ &= 0,766R \\ &\approx \underline{\underline{0,77R}}\end{aligned}$$

### Oppgave 36

En strømsløyfe med areal  $A$  og resistans  $R$  er omgitt av et homogent, tidsvariabelt magnetfelt med absoluttverdi  $B(t) = B_0 e^{-kt}$ , med retning inn i sløyfeplanet.

Indusert ems i sløyfa er gitt fra Faradays induksjonslov:

$$\begin{aligned}\varepsilon &= -\frac{d\Phi}{dt} \\ &= -\frac{d}{dt}(BA) \\ &= -A\frac{dB}{dt} \\ &= -A \cdot (-B_0 k e^{-kt}) \\ &= \underline{B_0 A k e^{-kt}}\end{aligned}$$

Indusert strøm er da fra Ohms lov lik

$$\begin{aligned}I &= \frac{\varepsilon}{R} \\ &= \underline{\underline{\frac{B_0 A k e^{-kt}}{R}}}\end{aligned}$$

Ettersom magnetfeltet avtar eksponentielt med tiden, vil strømsløyfa forsøke å styrke det ytre feltet ("boost"). Ut i fra høyrehåndsregelen for magnetfelt fra sløyfe blir da strømrretningen **med klokka** på figuren.

### Oppgave 37

Når en spole og en motstand er koblet i serie med et batteri (RL-krets), er spenningen over hhv. spolen og motstanden gitt ved

$$V_R = IR, \quad V_L = L \frac{dI}{dt}.$$

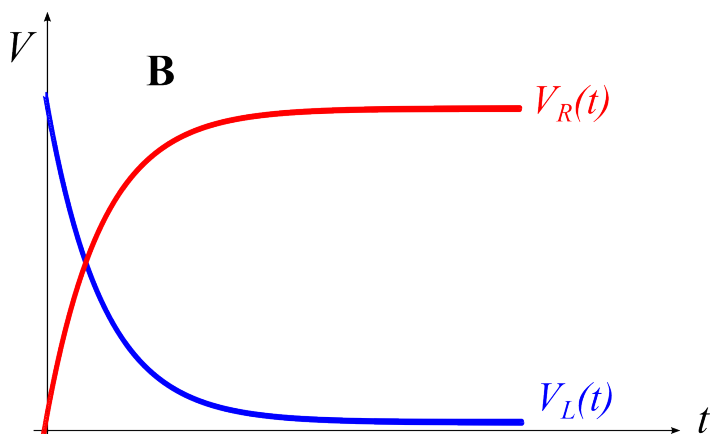
Strømpoppbyggingen i en RL-krets er gitt på formelarket:

$$I(t) = I_0 \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right),$$

som sammenholdt med uttrykkene for spenningene gir

$$V_R = I_0 R \left(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}\right), \quad V_L = L \cdot I_0 \left(-\left(-\frac{1}{\tau}\right) e^{-\frac{t}{\tau}}\right) = \frac{LI_0}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Altså: spenningen over motstanden ØKER eksponentielt opp til en maksverdi, mens strømmen gjennom spolen AVTAR eksponentielt mot null. Dette tilsvarer grafen under:



### Oppgave 38

En LC-krets utgjør en harmonisk svingning, dvs. både strømmen  $I(t)$  og spenningen over komponentene varierer harmonisk med tiden. Svinge(vinkel-)frekvensen til en LC-krets er gitt ved

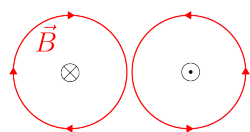
$$\omega_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}},$$

tilsvarende en svingetid/periode  $T$  lik

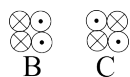
$$\begin{aligned} T &= \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC} \\ T &= 2\pi\sqrt{10 \cdot 10^{-3} \text{ H} \cdot 10 \cdot 10^{-6} \text{ F}} \\ &= \underline{\underline{2,0 \text{ ms}}} \end{aligned}$$

### Oppgave 39

Magnetfeltet rundt en lang, rett strømleder er konsentriske sirkler rundt lederen, der orientering avhenger av strømretningen, og er gitt fra høyrehåndsregelen:



Dette viser at dersom ledere legges med parvis motsatte strømretninger, vil magnetfeltene fra lederne kansellere hverandre. Dvs. følgende orienteringer gir null magnetfelt rundt ledningsbunten:



**Riktig påstand:** B og C.

**Oppgave 40**

Strømamplituden for RLC-krets er

$$\begin{aligned}
 I_0(\omega) &= Q_0(\omega) \omega \\
 &= \frac{\frac{V_0}{L} \omega}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}} \\
 &= \frac{\frac{V_0}{L} \omega}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{R}{L}\omega\right)^2}}
 \end{aligned}$$

Ettersom frekvensen på den påtrykte spenningen også er  $\omega = \omega_0$ , forenkles uttrykket for strømamplituden:

$$\begin{aligned}
 I &= \frac{\frac{V_0}{L} \omega}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \left(\frac{R}{L}\omega\right)^2}} \\
 &= \frac{\frac{V_0}{L} \omega}{\frac{R}{L} \omega} && (\text{Her er } \omega = \omega_0) \\
 &= \frac{V_0}{R} \\
 &= \frac{12 \text{ V}}{10 \Omega} \\
 &= \underline{\underline{1,2 \text{ A}}}
 \end{aligned}$$