

Institutt for fysikk, NTNU

Faglig kontakt under eksamen:

Professor Johan S. Høye

Tlf. 93654

Sensurfrist: 28. august

Kontinuasjoneksamen i fag TFY4106 Fysikk

Tirsdag 7. august 2007

Kl. 09.00 - 13.00

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommekalkulator

Rottmann: Matematisk Formelsamling

Vedlegg: Formelliste for faget TFY4106 Fysikk høsten 2006

(Hver av oppgavene 1, 2, 3 og 4 teller like mye.)

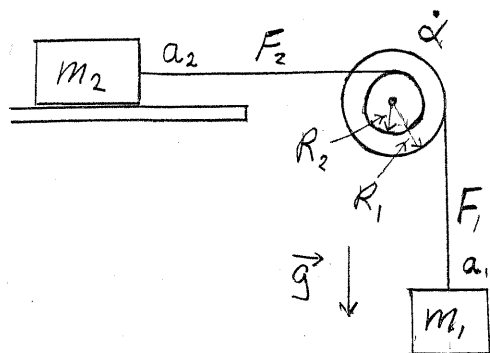
Oppgave 1

a) En hul sylinder har indre radius R_i og ytre radius R_y . Sylindren har masse m som er jevnt fordelt mellom radiene R_i og R_y . Vis at treghetsmomentet I til sylindren om sylinderaksen eller sentrum av sylindren er gitt ved

$$I = \gamma m(R_i^2 + R_y^2),$$

og bestem med det koeffisienten γ . [Hint: Benytt at treghetsmomentet om sylinderaksen til en massiv sylinder med masse M og radius R_y er gitt ved $\frac{1}{2}MR_y^2$. Fjern så en sylinder med radius R_i , og som har masse MR_i^2/R_y^2 , fra denne.]

b)



En masse m_1 henger i et tau som går over ei trinse eller talje på et sted der radien er R_1 . En annen masse m_2 ligger på et horisontalt bord og er festet med et tau til den samme trinsa på et annet sted der radien er R_2 , som vist på figuren. Massen m_2 holdes først fast slik at systemet er i ro. Hva er da strekkene eller kreftene F_1 og F_2 i tauene når tyngdeakselerasjonen er g ?

Massen m_2 slippes så, og den vil begynne å bevege seg fordi massen m_1 begynner å falle. Anta at massen m_2 glir friksjonsfritt bortover og at trinsa roterer friksjonsfritt. Hva blir vinkelakselerasjonen α til trinsa når den har treghetsmoment I ? [Hint: Bestem først hvordan akselerasjonene a_1 og a_2 til m_1 og m_2 kan uttrykkes ved α , og bestem videre hvordan F_1 og F_2 avhenger av akselerasjonene.]

Oppgitt: $x^2 - y^2 = (x - y)(x + y)$.

Oppgave 2

a) To tog med samme hastighet v beveger seg mot hverandre (på dobbeltsporet jernbane) på en vindfri dag der lydhastigheten i luft er 340 m/s. Det ene toget sender ut et fløytesignal som blir observert på det andre toget mens de passerer hverandre. Etter denne passeringen synker den observerte tonehøyden eller frekvensen til $3/4$ av frekvensen før passering. Hva er hastigheten v til togene?

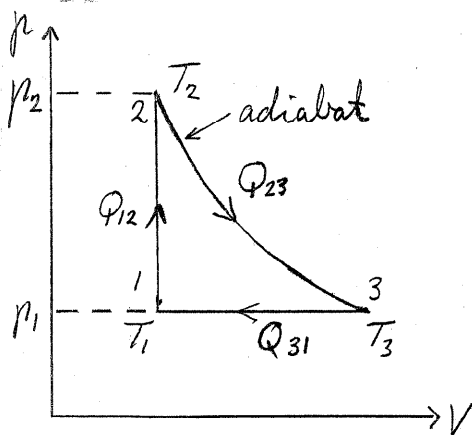
b) En oppspennet stålstreng har tverrsnitt $0,20 \text{ mm}^2$. Transversale bølger beveger seg langs strengen med hastigheten 300 m/s. Hvor stor er kraften F som strekker strengen når massetettheten til stål er $\rho = 7,8 \text{ kg/dm}^3$?

Den gitte strengen har en grunnfrekvens (laveste frekvens) 264 Hz. Hva er avstanden L mellom ende- eller festepunktene til strengen?

Oppgitt: $f_r = f_s \frac{c \pm u_r}{c \pm u_s}$ (dopplereffekten).

Oppgave 3

a)



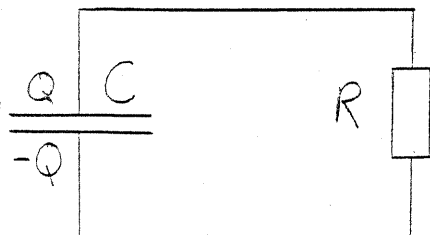
En mengde på $n = 2 \text{ mol}$ av en ideell to-atomig gass med spesifikk varme pr. mol ved konstant volum $c_V = \frac{5}{2}R$ gjennomgår en kretsprosess som angitt på figuren. Prosessen fra 1 til 2 skjer ved konstant volum, prosessen fra 2 til 3 er adiabatisk og prosessen fra 3 tilbake til 1 er ved konstant trykk. Anta at trykket p_1 og temperaturene T_1 og T_2 er kjente størrelser. Hva blir uttrykkene for trykket p_2 i tilstand 2 og for temperaturen T_3 i tilstand 3? Bestem de numeriske verdiene til p_2 og T_3 når $p_1 = 105 \text{ kPa}$, $T_1 = 300 \text{ K}$ og $T_2 = 750 \text{ K}$.

b) Ved de tre delprosessene mellom punktene 1, 2 og 3 på figuren tilføres varmemengdene Q_{12} , Q_{23} og Q_{31} . Finn uttrykkene for disse 3 varmemengdene uttrykt ved gitte og beregnede størrelser under punkt a). Hva blir så de numeriske verdiene til disse 3 varmemengdene når $R = 8,314 \text{ J/K}\cdot\text{mol}$?

c) Hva blir virkningsgraden $\varepsilon = W/Q_{12}$ der W er netto utført arbeid for denne kretsprosessen?

Oppgave 4

a)



Den elektriske kretsen på figuren består av en kondensator eller kapasitans C koplet i serie med en motstand R . Sett opp differensiallikningen for kretsen. Denne likningen bestemmer ladingen Q på kondensatoren, og den har løsning av formen

$$Q = Q_0 e^{-\gamma t}$$

der Q_0 og γ er konstanter mens t er tiden. Vis dette ved å sette inn i differensiallikningen for kretsen.

Bestem de numeriske verdiene til størrelsene γ og Q_0 når $C = 350 \text{ pF}$, $R = 700 \text{ k}\Omega$ og spenningen mellom kondensatorplatene er 60 V ved tiden $t = 0$.

b) Et varierende magnetfelt $\mathbf{B} = \mathbf{B}_0 \cos \omega t$ der $\mathbf{B}_0$ og ω er konstanter, vil indusere elektromotorisk spenning eller kraft i en spole eller strømsløyfe. La strømsløyfen danne en sirkelformet ring med areal A og ha N vindinger. La rotasjonsaksen til den sirkelformede ringen (flatenormalen for vindingene) danne en vinkel ϕ med retningen til magnetfeltet. Hva blir indusert elektromotorisk spenning $\mathcal{E} = \mathcal{E}(t)$?

Oppgitt: $Q = CV$.

7. august 2007

Side 1 av 3

Vedlegg: Eksamen i fag TFY4106 Fysikk den ~~7. desember 2006~~

Formelliste for faget TFY4106 Fysikk høsten 2006

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk er for det meste som i forelesninger og kompendium.

Fysiske konstanter:

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2 \quad N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \quad R = N_A k_B = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$$

$$1 \text{ atm} = 101,3 \text{ kPa} \quad 0^\circ \text{C} = 273 \text{ K} \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-4} \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2 \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2 \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

Elementær mekanikk:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, t) \quad \text{med } \vec{p}(\vec{r}, t) = m \vec{v} = m \dot{\vec{r}} \quad \vec{F} = m \vec{a} \quad \text{Konstant } a: \quad v = v_0 + at \quad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad \text{Kinetisk energi } W_k = \frac{1}{2} mv^2 \quad V(\vec{r}) = \text{potensiell energi (f.eks. tyngde: } mgh, \text{ fjær: } \frac{1}{2} kx^2)$$

$$F_x = -\frac{\partial}{\partial x} V(x, y, z) \quad E = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 + V(\vec{r}) + \text{friksjonsarbeide} = \text{konstant}$$

$$|F_f| = \mu_s \cdot F_\perp \quad |F_f| = \mu_k \cdot F_\perp \quad \vec{F}_f = -k_f \vec{v}$$

$$\text{Dreiemoment } \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad dW = |\vec{\tau}| d\alpha \quad \text{Statisk likevekt: } \Sigma \vec{F}_i = \vec{0} \quad \Sigma \vec{\tau}_i = \vec{0}$$

$$\text{Massefellespunkt: } \vec{R}_M = \frac{m_A}{M} \vec{r}_A + \frac{m_B}{M} \vec{r}_B \quad \text{Relativ koordinat: } \vec{r} = \vec{r}_A - \vec{r}_B$$

$$\text{Elastisk støt: } \vec{p} = \text{konstant} \quad W_k = \text{konstant} \quad \text{Uelastisk støt: } \vec{p} = \text{konstant}$$

$$\text{Vinkelhastighet } \vec{\omega} = \omega \hat{e}_z \quad |\vec{\omega}| = \omega = \dot{\theta} \quad \text{Vinkelakselerasjon } \vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \ddot{\theta}$$

$$v = r\omega \quad \text{Sentripetalaksel. } a_r = -v\omega = -\frac{v^2}{r} = -\omega^2 r \quad \text{Baneaksel. } a_\theta = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha$$

$$\text{Kinetisk energi } W_k = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad \text{der treghetsmoment } I = \sum_i m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm$$

$$\text{Massiv kule: } I_T = \frac{2}{5} MR^2 \quad \text{Ring: } I_T = MR^2 \quad \text{Sylinder/skive: } I_T = \frac{1}{2} MR^2 \quad \text{Kuleskall: } I_T = \frac{2}{3} MR^2$$

$$\text{Lang, tynn stav: } I_T = \frac{1}{12} M\ell^2 \quad \text{Parallellakseteoremet: } I = I_T + MR_T^2$$

$$\text{Dreieimpuls (rotasjonsmengde) } \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad \vec{\tau} = \frac{d}{dt} \vec{L} \quad \text{Stive legemer: } \vec{L} = I \cdot \vec{\omega} \quad \vec{\tau} = I \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$$\text{Hookes lov: } F = -kx \quad T = \frac{F}{A} = E\epsilon = E \frac{\Delta\ell}{\ell} \quad T = \mu\gamma = \mu \frac{\Delta x}{y} \quad \Delta p = -B \frac{\Delta V}{V} \quad \tau = \frac{\pi}{32} \mu \frac{D^4}{\ell} \theta$$

$$\text{Skjærspenning og viskositet: } T = \frac{F}{A} = \eta \frac{v}{b}$$

Svingninger og bølger:

Udempet svingning: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$ $f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$

$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$ eller $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

Dempet svingning: $\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$ $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ $\delta = \frac{1}{2} \frac{b}{m}$

$\delta < \omega_0$ Underkritisk dempet: $x(t) = A e^{-\delta t} \cos(\omega_d t + \theta_0)$ $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$

$\delta > \omega_0$ Overkritisk dempet: $x(t) = A^+ e^{-\alpha^{(+)} t} + A^- e^{-\alpha^{(-)} t}$ $\alpha^{(\pm)} = \delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$

$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = a_0 \cos \omega t$ når t er stor: $x(t) = x_0 \cos(\omega t + \phi)$, der $x_0(\omega) = \frac{a_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}}$

Bølger: $\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0$ $y(x, t) = f(x \pm vt)$ $y(x, t) = y_0 \cos(kx) \cos(\omega t)$ $y(x, t) = y_0 \cos(kx \pm \omega t)$

$v = \pm \frac{\omega}{k}$ $|v| = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f$ $v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k}$ Streng: $v = \sqrt{\frac{T}{\rho}} = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ hvor $T = \frac{F}{A}$ og $\mu = \rho A = \frac{\Delta m}{\Delta \ell}$

Lydbølger: $\xi(x, t) = \xi_0 \cos(kx \pm \omega t)$ $p_{\text{lyd}} = kv^2 \rho \xi_0$ Luft: $v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$ Fast stoff: $v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$

$P = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_0^2$ $I = \frac{P}{A} = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 \xi_0^2$ $I = \frac{1}{2} \frac{p_{\text{lyd}}^2}{\rho v} = \frac{1}{2} \frac{p_{\text{lyd}}^2}{\sqrt{\rho B}}$

$\beta(\text{dB}) = 10 \log_{10} \frac{I}{I_{\text{min}}}$ der $I_{\text{min}} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$

Stående bølger: $y(t) = \frac{1}{2} y_0 \cos[kx + \omega t] + \frac{1}{2} y_0 \cos[kx - \omega t]$ $L = n \frac{\lambda}{2}$ $f_n = n \frac{v}{2L}$

Termisk fysikk:

n_M (iblant også n) = antall mol N = antall molekyler $n = N/V$ n_f = antall frihetsgrader

$\alpha = \frac{1}{\ell} \frac{d\ell}{dT}$ $\Delta U = Q - W$ $C = \frac{Q}{\Delta T} = mc = n_M c' = N c_m$

Varmetransport: $j_Q = \frac{d\Phi}{dA} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x}$ $j = \sigma T^4$ $j = e \sigma T^4$ $j_\nu(\nu, T) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$

$pV = n_M R T$ $pV = N \frac{2}{3} E$ $E = \frac{1}{2} m \overline{v^2}$ van der Waals: $\left(p + \frac{a}{v_M^2}\right)(v_M - b) = RT$

$c'_V = \frac{1}{2} n_f R$ $c'_p = \frac{1}{2} (n_f + 2) R = c'_V + R$ $\Delta W = p \Delta V$ $W = \int_1^2 p dV$ $dU = C_V \cdot dT$

$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{n_f + 2}{n_f}$ $pV^\gamma = \text{konstant}$ $TV^{\gamma-1} = \text{konstant}$ $p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{konstant}$ $v_{\text{lyd}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$

Molekylære kollisjoner: $\sigma = \pi d^2$ $\ell_0 = \frac{1}{n\sigma}$ $\tau = \frac{1}{nv\sigma}$

Effektivitet (virkningsgrad/kjølefaktor): $e = \frac{W}{Q_H} \xrightarrow{\text{Carnot}} 1 - \frac{T_L}{T_H}$ Otto: $e = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$

$K = \left| \frac{Q_L}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_L}{T_H - T_L}$ $\epsilon = \left| \frac{Q_H}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_H}{T_H - T_L}$ Clausius: $\sum \frac{\Delta Q}{T} \leq 0$ $\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$

Entropi: $dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$ $\Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$ $S = k_B \ln w$

Elektrisitet og magnetisme:

Coulombs lov: $\vec{F}(r) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$ Coulomb potensialet: $V(r) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r}$

Gauss lov: $Q = \sum q_i = \epsilon_0 \Phi_E = \epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$

Kapasitans: $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ $W = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} Q^2 / C$ $\frac{W}{V} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

Kraft på strømleder: $\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B}$ Lorentzkraften: $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Kraft mellom to ledere: $F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 l}{r}$ Biot-Savarts lov: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_2 \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$

Amperes lov: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$ Magnetisk fluks: $\Phi_B = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$

Faradays induksjonslov: $V_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ Selvinduksjon: $V_{ind} = -L \frac{dI}{dt}$ $\frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0}$

Maxwells ligninger: $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 [\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}]$ $\epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} = \rho$ $\nabla \cdot \vec{B} = 0$
