

NTNU

Side 1 av 5
Institutt for fysikk



Faglig kontakt under eksamen:
Professor Johan S. Høye/Professor Asle Sudbø
Telefon: 91839082/40485727

Eksamen i TFY4106 FYSIKK

Tirsdag 18. desember 2007
09:00–13:00

Tillatte hjelpemidler: Alternativ C

Typegodkjent kalkulator, med tomt minne (i henhold til NTNU liste).

K. Rottman: *Matematisk formelsamling* (alle språkutgaver).

Schaum's Outline Series: *Mathematical Handbook of Formulas and Tables*.

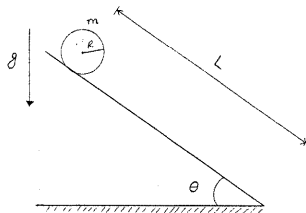
Vedlegg: Formelliste for faget TFY4106 Fysikk høsten 2007.

Dette oppgavesettet er på 5 sider.

Sensurfrist: 18.januar.

(Hver av oppgavene 1, 2, 3 og 4 teller like mye.)

Oppgave 1. Mekanikk



Et legeme med masse m og radius R ruller uten å skli på et skråplan med lengde L som danner en vinkel θ med horisontalplanet (se figur). Legemets treghetsmoment for dreining rundt rotasjonsaksen når det ruller, er oppgitt å være $I = \beta m R^2$. Et tyngdefelt virker loddrett nedover (se figur).

a) Når legemet ruller uten å skli vil det få en vinkelakselerasjon α på grunn av en friksjonskraft F mellom dette og skråplanet. Sett opp likninger som bestemmer α , F og akselerasjonen a til legemet. Løs likningene og finn så legemets akselerasjon a nedover skråplanet uttrykt ved β , θ og tyngdens akselerasjon g .

b) Legemet oppgis å være en sylinder med lengde l og masse pr. volumenhet $\rho(r) = Ar$ når $0 < r < R$. Bestem massen m uttrykt ved A , l og R . [Hint: Finn først volumet dV av et sylinderskall av lengde l mellom radiene r og $r + dr$, og finn deretter massen dm inneholdt i dette kuleskallet.]

Bestem deretter treghetsmomentet I og med det β .

Oppgave 2. Svingninger og bølger

Den endimensjonale bølgeligningen for utsvinget av en fysisk størrelse $y(x, t)$ fra en likevektsverdi er gitt ved

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2}$$

der c er hastigheten til bølgen.

a) Vis at funksjonen $y(x, t) = A \sin(kx - \omega t)$ er en løsning av bølgeligningen. Her er k bølgetallet og ω er vinkelfrekvensen til svingningen. Finn derved også sammenhengen mellom k, ω og c .

b) La $y(x, t)$ representere det transversale utsvinget til en streng av lengde L . Strengen er fastspent i en ende og er fri til å bevege seg transversalt i den andre ved at strengen er festet i en masseløs ring som glir friksjonsløst på en stang som er parallell til det transversale utsvinget. Dette innebærer at grensebetingelsene på utsvinget er gitt ved

$$\begin{aligned} y(x=0, t) &= 0, \\ \frac{\partial y(x, t)}{\partial x} \Big|_{x=L} &= 0. \end{aligned}$$

[Dette er samme grensebetingelser som for en orgelpipe som er åpen i den ene enden og er lukket i den andre.] For å oppfylle grensebetingelsene vil det dannes en stående bølge $y = A(\sin(kx - \omega t) + \sin(kx + \omega t))$. Finn med dette de mulige tillatte verdier på k for svingninger av denne strengen.

Finn også bølgelengden λ til en svingning som er slik at 2 punkter (inklusive det ene endepunktet) på strengen alltid ligger i ro.

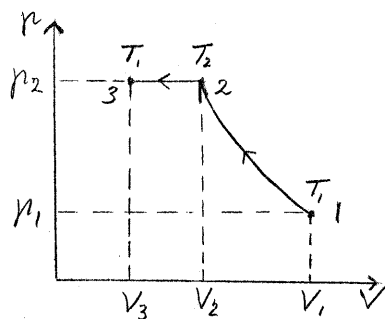
Oppgitt: $\sin u + \sin v = 2 \sin((u+v)/2) \cos((u-v)/2), \quad k = 2\pi/\lambda$

Oppgave 3. Termisk fysikk

a) En tømmervegg av tre har midlere tykkelse 15 cm. Arealet til veggen er 60 m^2 . Anta at temperaturen på innersiden av veggen er 20°C mens den på yttersiden er 8°C . Hva er den totale varmestrømmen I gjennom veggen (ved stasjonære forhold) når varmeledningsevnen for tre er $\lambda = 0,080 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$?

For å isolere veggen bedre legges det et 5 cm tykt lag med mineralull på denne. Mineralull har varmeledningsevnen $0,040 \text{ W}/(\text{m}\cdot\text{K})$. Betrakt så situasjonen der varmestrømmen I er uendret. Hva er da temperaturen T_y på yttersiden av veggen dersom temperaturen på innersiden er uendret?

b)



En ideell gass med adiabatkonstant $\gamma = 1,4$ komprimeres adiabatisk fra trykket p_1 til trykket p_2 mellom punktene 1 og 2 på figuren. Deretter avkjøles gassen ved konstant trykk p_2 til punkt 3 der temperaturen er tilbake til starttemperaturen $T_1 = 290 \text{ K}$ i punkt 1.

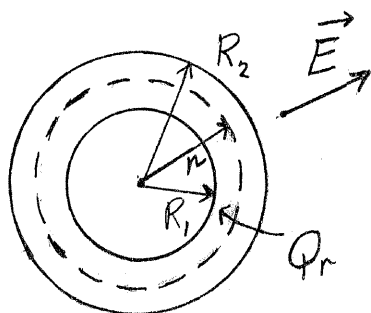
Hva er volumene V_2 og V_3 i henholdsvis punktene 2 og 3 når startvolumet i punkt 1 er $V_1 = 24 \text{ dm}^3$ og forholdet $p_2/p_1 = 3,0$?

Hva blir temperaturen T_2 etter den adiabatiske kompresjonen?

Oppgitt: $I = \lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x}$.

Oppgave 4. Elektrisitet og magnetisme

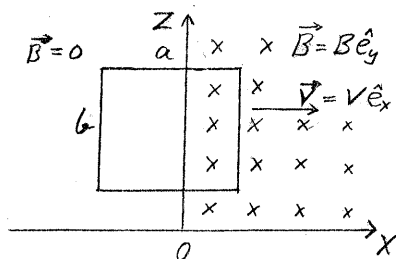
a)



Ei kule med ytre radius R_2 og indre radius R_1 har en elektrisk ladning Q . Denne ladningen er jevnt fordelt mellom disse radiene. (Dvs. ladning pr. volumenhet er konstant.) Betrakt ei tenkt kuleflate i avstand r fra sentrum. Hvor stor ladning Q_r ligger innenfor radien r ($R_1 < r < R_2$)?

Benytt Gauss lov til å bestemme det elektriske feltet $\mathbf{E} = \mathbf{E}(r)$ i en vilkårlig avstand r fra sentrum av kuleflatene (dvs. betrakt de tre tilfellene $r \leq R_1$, $R_1 < r < R_2$, $R_2 \leq r$).

b)



Et magnetfelt $\mathbf{B}$ er rettet i y -retningen inn i papirplanet som vist på figuren. For x -koordinaten $x > 0$ er magnetfeltet av konstant styrke B mens for $x < 0$ er det ikke noe magnetfelt, dvs. $\mathbf{B} = 0$. En rektangulær strømsløyfe med sidekanter av henholdsvis lengde a og lengde b , som vist på figuren, beveger seg i x -retningen med hastigheten v . Posisjonen til høyre sidekant (av lengde b) er da gitt ved $x = vt$ der t er tiden. Ved denne bevegelsen vil det induseres en elektromotorisk spenning $\mathcal{E}$. Beregn denne spenningen $\mathcal{E}$ som funksjon av tiden. [Hint: Bestem først magnetisk fluks gjennom sløyfen.]

Oppgitt: $\oint \mathbf{E} d\mathbf{A} = \frac{Q}{\epsilon_0}$, $\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$, $\Phi_B = \int \mathbf{B} d\mathbf{A}$, $V = 4\pi R^3/3$ (volum av kule).

Formelliste for faget TFY4106 Fysikk høsten 2007

Formlenes gyldighetsområde og de ulike symbolenes betydning antas å være kjent.
Symbolbruk er for det meste som i forelesninger og kompendium.

Fysiske konstanter:

$$g = 9,8 \text{ m/s}^2 \quad N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \quad R = N_A k_B = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1}$$

$$1 \text{ atm} = 101,3 \text{ kPa} \quad 0^\circ \text{C} = 273 \text{ K} \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-4} \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2 \quad \mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2 \quad e = 1,6 \cdot 10^{-19} \text{ C} \quad m_e = 9,1 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$$

Elementær mekanikk:

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, t) \quad \text{med } \vec{p}(\vec{r}, t) = m \vec{v} = m \dot{\vec{r}} \quad \vec{F} = m \vec{a} \quad \text{Konstant } a: \quad v = v_0 + at \quad s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad \text{Kinetisk energi } W_k = \frac{1}{2} m v^2 \quad V(\vec{r}) = \text{potensiell energi (f.eks. tyngde: } mgh, \text{ fjær: } \frac{1}{2} kx^2)$$

$$F_x = -\frac{\partial}{\partial x} V(x, y, z) \quad E = \frac{1}{2} m \vec{v}^2 + V(\vec{r}) + \text{friksjonsarbeide} = \text{konstant}$$

$$|F_f| = \mu_s \cdot F_\perp \quad |F_f| = \mu_k \cdot F_\perp \quad \vec{F}_f = -k_f \vec{v}$$

$$\text{Dreiemoment } \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} \quad dW = |\vec{\tau}| d\alpha \quad \text{Statisk likevekt: } \Sigma \vec{F}_i = \vec{0} \quad \Sigma \vec{\tau}_i = \vec{0}$$

$$\text{Massefellespunkt: } \vec{R}_M = \frac{m_A}{M} \vec{r}_A + \frac{m_B}{M} \vec{r}_B \quad \text{Relativ koordinat: } \vec{r} = \vec{r}_A - \vec{r}_B$$

$$\text{Elastisk støt: } \vec{p} = \text{konstant} \quad W_k = \text{konstant} \quad \text{Uelastisk støt: } \vec{p} = \text{konstant}$$

$$\text{Vinkelhastighet } \vec{\omega} = \omega \hat{e}_z \quad |\vec{\omega}| = \omega = \dot{\theta} \quad \text{Vinkelakselerasjon } \vec{\alpha} = \frac{d\vec{\omega}}{dt} \quad \alpha = \frac{d\omega}{dt} = \ddot{\theta}$$

$$v = r\omega \quad \text{Sentripetalaksel. } a_r = -v\omega = -\frac{v^2}{r} = -\omega^2 r \quad \text{Baneaksel. } a_\theta = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha$$

$$\text{Kinetisk energi } W_k = \frac{1}{2} I \omega^2 \quad \text{der treghetsmoment } I = \sum_i m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm$$

$$\text{Massiv kule: } I_T = \frac{2}{5} MR^2 \quad \text{Ring: } I_T = MR^2 \quad \text{Sylinder/skive: } I_T = \frac{1}{2} MR^2 \quad \text{Kuleskall: } I_T = \frac{2}{3} MR^2$$

$$\text{Lang, tynn stav: } I_T = \frac{1}{12} M\ell^2 \quad \text{Parallellakse-teoremet: } I = I_T + MR_T^2$$

$$\text{Dreieimpuls (rotasjonsmengde) } \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad \vec{\tau} = \frac{d}{dt} \vec{L} \quad \text{Stive legemer: } \vec{L} = I \cdot \vec{\omega} \quad \vec{\tau} = I \cdot \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$$\text{Hookes lov: } F = -kx \quad T = \frac{F}{A} = E\epsilon = E \frac{\Delta\ell}{\ell} \quad T = \mu\gamma = \mu \frac{\Delta x}{y} \quad \Delta p = -B \frac{\Delta V}{V} \quad \tau = \frac{\pi}{32} \mu \frac{D^4}{\ell} \theta$$

$$\text{Skjærspenning og viskositet: } T = \frac{F}{A} = \eta \frac{v}{b}$$

Svingninger og bølger:

$$\text{Udempet svingning: } \ddot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad T = \frac{2\pi}{\omega_0} \quad f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$$

$$\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}} \quad \text{eller } \omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$$

$$\text{Dempet svingning: } \ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = 0 \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad \delta = \frac{1}{2} \frac{b}{m}$$

$$\delta < \omega_0 \quad \text{Underkritisk dempet: } x(t) = A e^{-\delta t} \cos(\omega_d t + \theta_0) \quad \omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}$$

$$\delta > \omega_0 \quad \text{Overkritisk dempet: } x(t) = A^+ e^{-\alpha^{(+)} t} + A^- e^{-\alpha^{(-)} t} \quad \alpha^{(\pm)} = \delta \pm \sqrt{\delta^2 - \omega_0^2}$$

$$\ddot{x} + 2\delta\dot{x} + \omega_0^2 x = a_0 \cos \omega t \quad \text{når } t \text{ er stor: } x(t) = x_0 \cos(\omega t + \phi), \text{ der } x_0(\omega) = \frac{a_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\delta^2 \omega^2}}$$

$$\text{Bølger: } \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} - v^2 \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = 0 \quad y(x, t) = f(x \pm vt) \quad y(x, t) = y_0 \cos(kx) \cos(\omega t) \quad y(x, t) = y_0 \cos(kx \pm \omega t)$$

$$v = \pm \frac{\omega}{k} \quad |v| = \frac{\omega}{k} = \frac{\lambda}{T} = \lambda f \quad v_g = \frac{\partial \omega}{\partial k} \quad \text{Streng: } v = \sqrt{\frac{T}{\rho}} = \sqrt{\frac{F}{\mu}} \quad \text{hvor } T = \frac{F}{A} \quad \text{og } \mu = \rho A = \frac{\Delta m}{\Delta \ell}$$

$$\text{Lydbølger: } \xi(x, t) = \xi_0 \cos(kx \pm \omega t) \quad p_{\text{lyd}} = k v^2 \rho \xi_0 \quad \text{Luft: } v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}} \quad \text{Fast stoff: } v = \sqrt{\frac{E}{\rho}}$$

$$P = \frac{1}{2} \mu v \omega^2 y_0^2 \quad I = \frac{P}{A} = \frac{1}{2} \rho v \omega^2 \xi_0^2 \quad I = \frac{1}{2} \frac{p_{\text{lyd}}^2}{\rho v} = \frac{1}{2} \frac{p_{\text{lyd}}^2}{\sqrt{\rho B}}$$

$$\beta(\text{i dB}) = 10 \log_{10} \frac{I}{I_{\text{min}}} \quad \text{der } I_{\text{min}} = 10^{-12} \text{ W/m}^2$$

$$\text{Stående bølger: } y(t) = \frac{1}{2} y_0 \cos[kx + \omega t] + \frac{1}{2} y_0 \cos[kx - \omega t] \quad L = n \frac{\lambda}{2} \quad f_n = n \frac{v}{2L}$$

Termisk fysikk:

$$n_M \text{ (iblant også } n) = \text{antall mol} \quad N = \text{antall molekyler} \quad n = N/V \quad n_f = \text{antall frihetsgrader}$$

$$\alpha = \frac{1}{\ell} \frac{d\ell}{dT} \quad \Delta U = Q - W \quad C = \frac{Q}{\Delta T} = mc = n_M c' = N c_m$$

$$\text{Varmetransport: } j_Q = \frac{d\Phi}{dA} = -\lambda \frac{\partial T}{\partial x} \quad j = \sigma T^4 \quad j = e \sigma T^4 \quad j_\nu(\nu, T) = \frac{2\pi h \nu^3}{c^2} \frac{1}{e^{h\nu/k_B T} - 1}$$

$$pV = n_M R T \quad pV = N \frac{2}{3} E \quad E = \frac{1}{2} m \overline{v^2} \quad \text{van der Waals: } \left(p + \frac{a}{v_M^2}\right)(v_M - b) = RT$$

$$c'_V = \frac{1}{2} n_f R \quad c'_p = \frac{1}{2} (n_f + 2) R = c'_V + R \quad \Delta W = p \Delta V \quad W = \int_1^2 p dV \quad dU = C_V \cdot dT$$

$$\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{n_f + 2}{n_f} \quad pV^\gamma = \text{konstant} \quad TV^{\gamma-1} = \text{konstant} \quad p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{konstant} \quad v_{\text{lyd}} = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$$

$$\text{Molekylære kollisjoner: } \sigma = \pi d^2 \quad \ell_0 = \frac{1}{n\sigma} \quad \tau = \frac{1}{nv\sigma}$$

$$\text{Effektivitet (virkningsgrad/kjølefaktor): } e = \frac{W}{Q_H} \xrightarrow{\text{Carnot}} 1 - \frac{T_L}{T_H} \quad \text{Otto: } e = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$$

$$K = \left| \frac{Q_L}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_L}{T_H - T_L} \quad \epsilon = \left| \frac{Q_H}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_H}{T_H - T_L} \quad \text{Clausius: } \sum \frac{\Delta Q}{T} \leq 0 \quad \oint \frac{dQ}{T} \leq 0$$

$$\text{Entropi: } dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} \quad \Delta S_{12} = S_2 - S_1 = \int_1^2 \frac{dQ_{\text{rev}}}{T} \quad S = k_B \ln w$$

Elektrisitet og magnetisme:

Coulombs lov: $\vec{F}(r) = \frac{q_1 q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{r}$ Coulomb potensialet: $V(r) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 r}$

Gauss lov: $Q = \sum q_i = \epsilon_0 \Phi_E = \epsilon_0 \oint \vec{E} \cdot d\vec{A}$

Kapasitans: $C = \frac{\epsilon_0 A}{d}$ $W = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} Q^2 / C$ $\frac{W}{V} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2$

Kraft på strømleder: $\vec{F} = I \vec{l} \times \vec{B}$ Lorentzkraften: $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B})$

Kraft mellom to ledere: $F = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I_1 I_2 l}{r}$ Biot-Savarts lov: $d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I_2 \frac{d\vec{l} \times \vec{r}}{r^3}$

Amperes lov: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{s} = \mu_0 I$ Magnetisk fluks: $\Phi_B = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$

Faradays induksjonslov: $V_{ind} = -\frac{d\Phi_B}{dt}$ Selvinduksjon: $V_{ind} = -L \frac{dI}{dt}$ $\frac{W}{V} = \frac{B^2}{2\mu_0}$

Maxwells ligninger: $\nabla \times \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$ $\nabla \times \vec{B} = \mu_0 [\vec{j} + \epsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}]$ $\epsilon_0 \nabla \cdot \vec{E} = \rho$ $\nabla \cdot \vec{B} = 0$
