

①

Forslag til løsning.

Oppgave 1.

a) Akselerasjonen blir.

$$a = a(t) = \dot{v} = \underline{\underline{\gamma v_0 e^{-\gamma t}}}$$

Posisjonen blir:

$$x = x(t) = \int_0^t v dt' = \int_0^t v_0 (1 - e^{-\gamma t'}) dt' = \left[vt' + \frac{v_0}{\gamma} e^{-\gamma t'} \right]_0^t \\ = \underline{\underline{v_0 \left[t + \frac{1}{\gamma} (e^{-\gamma t} - 1) \right]}}$$

Akselerasjon ved starten

$$a = a(0) = \gamma v_0 = 0,205^{-1} \cdot 25 \text{ m/s} = \underline{\underline{5 \text{ m/s}^2}}$$

Posisjonen etter 10 s

$$x = 25 \text{ m/s} \left[10 \text{ s} + \frac{1}{0,205^{-1}} (e^{-0,205 \cdot 10} - 1) \right] = \underline{\underline{142 \text{ m}}}$$

b) Treghetsmoment av stav med lodd

$$I = I(r) = \underline{\underline{\frac{1}{3} m_s R^2 + 2 m_l r^2}}$$

Siden det ikke virker noe netto dreiemoment på staven vil dreieimpulsen være bevart. Når loddene går fra posisjonen $m = \frac{1}{2}R$ til $r = R$ må en da ha

②

$$L = I\left(\frac{1}{2}R\right) \omega_0 = I(R) \omega$$

som gir

$$\omega = \omega_0 \frac{I\left(\frac{1}{2}R\right)}{I(R)} = \omega_0 \frac{\frac{1}{3} m_s R^2 + 2 m_l \left(\frac{1}{2}R\right)^2}{\frac{1}{3} m_s R^2 + 2 m_l R^2} =$$

$$\omega_0 \frac{\frac{1}{3} m_s + \frac{1}{2} m_l}{\frac{1}{3} m_s + 2 m_l} = \frac{2 + 3 \frac{m_l}{m_s}}{2 + 12 \frac{m_l}{m_s}} \omega_0 = \frac{2 + 3 \cdot 0,2}{2 + 12 \cdot 0,2} 20 \text{ s}^{-1} \\ = \underline{\underline{11,85^{-1}}}$$

Oppgave 2

a) Før passering er tonehøyden

$$f_f = f_s \frac{c+v}{c-v}$$

Etter passering er tonehøyden

$$f_e = f_s \frac{c-v}{c+v} = \frac{3}{4} f_f = \frac{3}{4} f_s \frac{c+v}{c-v}$$

Fra dette finner en

$$\frac{c-v}{c+v} = \frac{3}{4} \frac{c+v}{c-v}$$

$$(c-v)^2 = \frac{3}{4} (c+v)^2$$

$$c-v = \frac{\sqrt{3}}{2} (c+v)$$

$$(2-\sqrt{3})c = (2+\sqrt{3})v$$

(3)

slår at hastigheten til togene blir

$$v = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} c = \frac{(2-\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} c = (2-\sqrt{3})^2 c = (2-\sqrt{3})^2 \cdot 340 \text{ m/s} \\ = \underline{\underline{24,4 \text{ m/s} \approx 88 \text{ km/h}}}$$

b) Masse pr. lengdeenhet

$$\mu = \rho A = 7,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = \frac{1,56 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}}{= \underline{\underline{1,56 \text{ g/m}}}}$$

Bølgehastighet $c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ gir kreften

$$F = \mu c^2 = 1,56 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot (300 \text{ m/s})^2 = \underline{\underline{140 \text{ N}}}$$

For grunnfrekvensen er strengen en halv bølgelengde, dvs. $\lambda = 2L$ der λ er bølgelengden. Videre er $c = \lambda f$ der f er frekvensen. Lengden mellom endepunktene blir derfor

$$L = \frac{1}{2} \lambda = \frac{c}{2f} = \frac{300 \text{ m/s}}{2 \cdot 2645^{-1}} = \underline{\underline{56,8 \text{ cm}}}$$

(4)

Oppgave 3

a) Varmer tilført vannet

$$Q_v = m_v c_v (T_v - T)$$

der m_v og T_v er henholdsvis masse og temperatur til vannet. Tilsvarende har vi for Al

$$Q_{Al} = m_{Al} c_{Al} (T_{Al} - T)$$

Energibevarelse innebærer så at

$$Q_{Al} + Q_v = 0$$

$$m_{Al} c_{Al} (T_{Al} - T) + m_v c_v (T_v - T) = 0$$

Sluttemperaturen blir derfor

$$T = \frac{m_v c_v T_v + m_{Al} c_{Al} T_{Al}}{m_v c_v + m_{Al} c_{Al}} = T_v + \frac{m_{Al} c_{Al} (T_{Al} - T_v)}{m_v c_v + m_{Al} c_{Al}} \\ = 10^\circ \text{C} + \frac{3 \cdot 0,91 \cdot (80 - 10)^\circ \text{C}}{2 \cdot 4,19 + 3 \cdot 0,91} = \underline{\underline{27,2^\circ \text{C}}}$$

b) Tilført varme

$$Q_{bc} = C_v (T_c - T_b)$$

Avgitt varme

$$Q_{ad} = C_v (T_d - T_a)$$

Sammenhengen mellom temperaturene finner en ved å benytte adiabatlikningen $TV^{\gamma-1} = \text{konst}$ ⑤

$$\underline{T_c V_b^{\gamma-1} = T_d V_a^{\gamma-1}} \quad (V_c = V_b, V_d = V_a)$$

eller $\underline{T_d = T_c \left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{\gamma-1} = \frac{1}{r^{\gamma-1}} T_c}$

Tilsvarende finner en

$$\underline{T_a = T_b \left(\frac{V_b}{V_a}\right)^{\gamma-1} = \frac{1}{r^{\gamma-1}} T_b}$$

Energibevarelse tilsier at utført arbeid er

$$W = Q_{bc} + Q_{da} = Q_{bc} - Q_{ad}$$

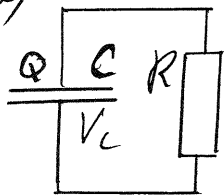
slik at virkningsgraden blir

$$\begin{aligned} \varepsilon = \frac{W}{Q_{bc}} &= 1 - \frac{Q_{ad}}{Q_{bc}} = 1 - \frac{T_d - T_a}{T_c - T_b} = 1 - \frac{T_c - T_b}{T_c - T_b} \frac{1}{r^{\gamma-1}} \\ &= \underline{\underline{1 - \frac{1}{r^\alpha}}} \end{aligned}$$

der $\alpha = \underline{\underline{\gamma-1}}$.

Oppgave 4.

a)



Spennings over kondensatoren
 $V_C = \frac{1}{C} Q$

Spennings over motstanden

$$V_R = RI = R \dot{Q} (= R \frac{dQ}{dt})$$

Samlet spennings rundt kretsen er så $V_R + V_C = 0$

slik at differensiallikningen for kretsen blir ⑥

$$\underline{R \dot{Q} + \frac{1}{C} Q = 0}$$

Med løsning $Q = Q_0 e^{-\gamma t}$ har en $\dot{Q} = -\gamma Q_0 e^{-\gamma t}$ som innsett i likningen gir

$$-\gamma R Q_0 e^{-\gamma t} + \frac{1}{C} Q_0 e^{-\gamma t} = 0$$

som er løsning dersom

$$-\gamma R + \frac{1}{C} = 0$$

$$\gamma = \underline{\underline{\frac{1}{RC}}}$$

mens Q_0 bestemmes av grensebetingelsen. Her er denne

$$V = V(0) = \frac{1}{C} Q(0) = \frac{1}{C} Q_0 \quad \text{slik at}$$

$$Q_0 = CV = 350 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot 60 \text{ V} = \underline{\underline{2,1 \cdot 10^{-8} \text{ C}}} = \underline{\underline{21 \text{ nC}}}$$

Videre er

$$\gamma = \frac{1}{700 \cdot 10^3 \Omega \cdot 350 \cdot 10^{-12} \text{ F}} = \underline{\underline{4,1 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}}} \quad (\Omega = \frac{V}{A}, F = \frac{C}{V})$$

b)

Magnetisk fluks gjennom én vinding av spolen

$$\Phi_{m1} = BA \cos \phi$$

Total fluks blir så

$$\Phi_m = N \Phi_{m1} = NB_0 A \cos \phi \cos \omega t$$

slik at induert elektromotorisk spennings blir

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_m}{dt} = \underline{\underline{\omega N B_0 A \cos \phi \sin \omega t}}$$