

①

Forslag til løsning

Oppgave 1

a) Ved å ta ut en indre sylinder blir massen til den hule sylindere

$$m = M - M(R_i/R_y)^2 = M(1 - R_i^2/R_y^2)$$

slår at

$$M = m \frac{R_y^2}{R_y^2 - R_i^2}$$

Treghetsmomentet blir følgende

$$I = \frac{1}{2}(M R_y^2 - M \left(\frac{R_i}{R_y}\right)^2 R_i^2) = \frac{1}{2} M \frac{R_y^4 - R_i^4}{R_y^2}$$
$$= \frac{1}{2} m \frac{R_y^4 - R_i^4}{R_y^2 - R_i^2} = \underline{\underline{\frac{1}{2} m (R_y^2 + R_i^2)}} \quad (\text{dvs. } \frac{1}{2})$$

b) Når massen m henger i ro er strekkes eller kraften i tauet den henger i gitt ved

$$F_1 = \underline{\underline{m_1 g}}$$

Dreiemomentet om trinseaksen vil være lik 0

slår at

$$F_2 R_2 = F_1 R_1$$

$$F_2 = F_1 (R_1/R_2) = \underline{\underline{m_1 g \frac{R_1}{R_2}}}$$

Ved akselerasjon har en sammenhengene

$$a_1 = R_1 \dot{\alpha} \quad \text{og} \quad a_2 = R_2 \dot{\alpha}.$$

②

Kreftene i tauene blir dermed

$$F_1 = m_1(g - a_1) = m_1 g - m_1 R_1 \dot{\alpha}$$

$$F_2 = m_2 a_2 = m_2 R_2 \dot{\alpha}$$

Vinkelakselerasjonen er så bestemt av netto dreiemoment

$$I \dot{\alpha} = F_1 R_1 - F_2 R_2 = m_1 g R_1 - m_1 R_1^2 \dot{\alpha} - m_2 R_2^2 \dot{\alpha}$$

eller

$$\dot{\alpha} = \underline{\underline{\frac{m_1 g}{I + m_1 R_1^2 + m_2 R_2^2}}}$$

Oppgave 2

a) Før passering er banehøyden

$$f_f = f_s \frac{c+v}{c-v}$$

Etter passering er banehøyden

$$f_e = f_s \frac{c-v}{c+v} = \frac{3}{4} f_f = \frac{3}{4} f_s \frac{c+v}{c-v}$$

Fra dette finner en

$$\frac{c-v}{c+v} = \frac{3}{4} \frac{c+v}{c-v}$$

$$(c-v)^2 = \frac{3}{4} (c+v)^2$$

$$c-v = \frac{\sqrt{3}}{2} (c+v)$$

$$(2-\sqrt{3})c = (2+\sqrt{3})v$$

slik at hastigheten til togene blir

(3)

$$v = \frac{2-\sqrt{3}}{2+\sqrt{3}} c = \frac{(2-\sqrt{3})(2-\sqrt{3})}{(2+\sqrt{3})(2-\sqrt{3})} c = (2-\sqrt{3})^2 c = (2-\sqrt{3})^2 \cdot 340 \text{ m/s} \\ = \underline{\underline{24,4 \text{ m/s} \approx 88 \text{ km/h}}}$$

b) Masse pr. lengdeenhet

$$\mu = \rho A = 7,8 \cdot 10^3 \text{ kg/m}^3 \cdot 0,20 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2 = \underline{\underline{1,56 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m}}} \\ = \underline{\underline{1,56 \text{ g/m}}}$$

Bølgehastighet $c = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ gir kreften

$$F = \mu c^2 = 1,56 \cdot 10^{-3} \text{ kg/m} \cdot (300 \text{ m/s})^2 = \underline{\underline{140 \text{ N}}}$$

For grunnfrekvensen er strengen en halv
bølglengde, dvs. $\lambda = 2L$ der L er bølglengden.
Videre er $c = \lambda f$ der f er frekvensen. Lengden
mellom endepunktene blir derfor

$$L = \frac{1}{2} \lambda = \frac{c}{2f} = \frac{300 \text{ m/s}}{2 \cdot 2645 \text{ s}^{-1}} = \underline{\underline{56,8 \text{ cm}}}$$

Oppgave 3

(4)

a) For ideell gass har en $pV = nRT$. Konstant
 V innebærer dermed at

$$V = \frac{nRT_1}{p_1} = \frac{nRT_2}{p_2}$$

$$p_2 = p_1 \frac{T_2}{T_1} = 105 \text{ kPa} \frac{750}{300} = \underline{\underline{263 \text{ kPa}}}$$

Spesifikk varme ved konstant trykk er $c_p = c_v + R = \frac{7}{2}R$ slik at adiabatkonstanten blir
 $\gamma = c_p/c_v = \frac{7}{5} = 1,40$. Bruk av adiabat-
likningen $p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{konst.}$ gir så ($p_3 = p_1$)

$$p_3^{1-\gamma} T_3^\gamma = p_2^{1-\gamma} T_2^\gamma \\ T_3 = T_2 \left(\frac{p_2}{p_3} \right)^{(1-\gamma)/\gamma} = T_2 \left(\frac{p_2}{p_1} \right)^{-2/7} = T_2 \left(\frac{T_2}{T_1} \right)^{-2/7} = 750 \text{ K} \left(\frac{750}{300} \right)^{-2/7} \\ = \underline{\underline{577 \text{ K}}}$$

b) Tilført varme er gitt ved:

For isokoren, dvs. konstant volum

$$Q_{12} = C_v (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} nR (T_2 - T_1) = \frac{5}{2} \cdot 2 \text{ mol} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} (750 - 300) \text{ K} \\ = \underline{\underline{18,7 \text{ kJ}}}$$

For adiabaten, dvs. ingen varmetilførsel

$$Q_{23} = 0$$

For isobaren, dvs. konstant trykk

$$Q_{31} = C_p (T_1 - T_3) = \frac{7}{2} nR (T_1 - T_3) = \frac{7}{2} \cdot 2 \text{ mol} \cdot 8,314 \frac{\text{J}}{\text{K} \cdot \text{mol}} (300 - 577) \text{ K} \\ = \underline{\underline{-16,1 \text{ kJ}}}$$

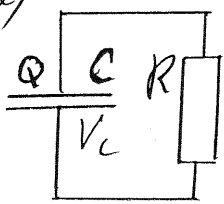
c) Energibevarelse tilsier at utført arbeid er lik netto tilført varme når en er tilbake til utgangspunktet (slik at indre energi er uendret, $\Delta U = 0$), dvs. $Q = \Delta U + W = W$. Arbeidet blir følgelig $W = Q_{12} + Q_{23} + Q_{31} = 2,6 \text{ kJ}$. ⑤

Virkningsgraden blir følgelig

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_{12}} = \frac{2,6}{18,7} = \underline{\underline{0,14}}$$

Oppgave 4.

a)



Spennings over kondensatoren $V_C = \frac{1}{C} Q$

Spennings over motstanden $V_R = RI = R \dot{Q} (= R \frac{dQ}{dt})$

Samlet spennings rundt kretsen er så $V_R + V_C = 0$

slik at differensiallikningen for kretsen blir ⑥

$$R \dot{Q} + \frac{1}{C} Q = 0$$

Med løsning $Q = Q_0 e^{-\gamma t}$ har en $\dot{Q} = -\gamma Q_0 e^{-\gamma t}$ som innsett i likningen gir

$$-\gamma R Q_0 e^{-\gamma t} + \frac{1}{C} Q_0 e^{-\gamma t} = 0$$

som er løsning dersom

$$-\gamma R + \frac{1}{C} = 0$$

$$\gamma = \frac{1}{RC}$$

mens Q_0 bestemmes av grensebetingelsen. Her er denne

$$V = V(0) = \frac{1}{C} Q(0) = \frac{1}{C} Q_0 \text{ slik at}$$

$$Q_0 = CV = 350 \cdot 10^{-12} \text{ F} \cdot 60 \text{ V} = \underline{\underline{2,1 \cdot 10^{-8} \text{ C}}} = \underline{\underline{21 \text{ nC}}}$$

Videre er

$$\gamma = \frac{1}{700 \cdot 10^3 \Omega \cdot 350 \cdot 10^{-12} \text{ F}} = \underline{\underline{4 \cdot 10^3 \text{ s}^{-1}}} \quad (\Omega = \frac{V}{A}, F = \frac{C}{V})$$

b) Magnetisk fluks gjennom én vinding av spolen

$$\Phi_{m1} = BA \cos \phi$$

Total fluks blir så

$$\Phi_m = N \Phi_{m1} = NB_0 A \cos \phi \cos \omega t$$

slik at induert elektromotorisk spennings blir

$$\varepsilon = - \frac{d\Phi_m}{dt} = \underline{\underline{\omega NB_0 A \cos \phi \sin \omega t}}$$