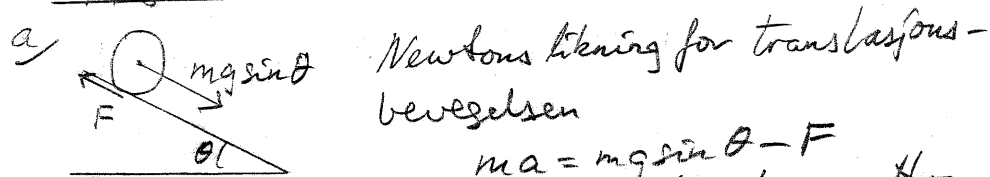


Forslag til løsning
Oppgave 1



$ma = mgsin\theta - F$
Vinkelakselerasjonen er bestemt av netto dreiemoment $I\alpha = FR$

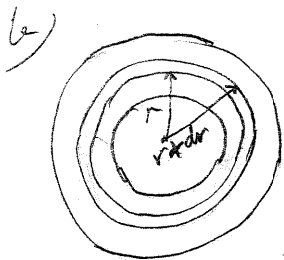
Med sammenhengene $\alpha = a/R$ (rulling uten å skli) kan en sette inn for F i den første likningen

$$ma = mgsin\theta - I \frac{a}{R}$$

$$mgsin\theta - \beta ma$$

Følgelig $(1+\beta)ma = mgsin\theta$

$$a = \frac{1}{1+\beta} g sin\theta$$



$$dV = 2\pi r l dr$$

Massen til sylinderskallet

$$dm = \rho(r) dV = 2\pi L A r^2 dr$$

Dette gir massen R

$$m = \int dm = 2\pi L A \int_0^R r^2 dr = \frac{2}{3}\pi L A R^3$$

Tregghetsmomentet om rotasjonsaksen blir så

$$I = \int r^2 dm = 2\pi L A \int_0^R r^4 dr = \frac{2}{5}\pi L A R^5$$

Innsatt for m finner en så

$$I = \beta m R^2 = \beta \frac{2}{3}\pi L A R^5 = \frac{2}{5}\pi L A R^5$$

$$\beta = \frac{2}{5} / \left(\frac{2}{3}\right) = \frac{3}{5}$$

Oppgave 2.

a) Ved derivering finner en

$$\dot{y} = \frac{\partial y}{\partial t} = -\omega A \cos(kx - \omega t)$$

$$\ddot{y} = -(\omega)^2 A \sin(kx - \omega t) = -\omega^2 y$$

$$y' = \frac{\partial y}{\partial x} = k A \cos(kx - \omega t)$$

$$y'' = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = -k^2 A \sin(kx - \omega t) = -k^2 y$$

Innsatt i bølgelikningen finner en så

$$-\omega^2 y = -c^2(-k^2) y$$

(3)

Dette innebærer sammenhengen

$$\omega^2 = c^2 k^2$$

eller

$$\underline{\underline{\omega = ck}} \quad (\text{evt. } c = \omega/k)$$

b) Den stående vågen blir

$$y = A(\sin(kx - \omega t) + \sin(kx + \omega t)) \\ = \underline{\underline{2A \sin(kx) \cos(\omega t)}}$$

Med dette er $y(x=0, t) = 0$ automatisk oppfylgt. Videre har en

$$\left. \frac{\partial y}{\partial x} \right|_{x=L} = 2Ak \cos(kL) \cos(\omega t) = 0$$

eller $\cos(kL) = 0$

Dette betyr at tillatte verdier på k blir

$$kL = \frac{\pi}{2} + \pi n = \pi(n + \frac{1}{2})$$

$$k = k_n = \underline{\underline{\frac{\pi}{L}(n + \frac{1}{2})}}, \quad n = 0, 1, 2, 3, \dots$$

To punkter i ro posisjonen innebærer $n=1$ som gir vågelengden

$$\lambda = \lambda_1 = \frac{2\pi}{k_1} = \frac{2\pi}{\frac{\pi}{L}(1 + \frac{1}{2})} = \underline{\underline{\frac{4}{3}L}}$$

(4)

Oppgave 3

a) Varmestrømmen gjennom veggen blir

$$I = \lambda_t A \frac{\Delta T_t}{\Delta x_t} = 0,080 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} 60 \text{ m}^2 \frac{(20-8)^\circ\text{C}}{0,15 \text{ m}} = \underline{\underline{384 \text{ W}}}$$

Da I skal være uendret vil temperatur-differensen ΔT_t være uendret. Samme varme-strøm gjennom tre og mineralull betyr da at

$$I = \lambda_t A \frac{\Delta T_t}{\Delta x_t} = \lambda_m A \frac{\Delta T_m}{\Delta x_m}$$

Fra dette finner en

$$\Delta T_m = \frac{\lambda_t \Delta x_m}{\lambda_m \Delta x_t} \Delta T_t = \frac{0,080 \cdot 0,05}{0,040 \cdot 0,15} \Delta T_t = \underline{\underline{\frac{2}{3} \Delta T_t}}$$

Temperaturen på ytterveggen blir da

$$T_y = 8^\circ\text{C} - \frac{2}{3}(20-8)^\circ\text{C} = \underline{\underline{0^\circ\text{C}}}$$

b) For adiabatene har en

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$$

$$V_2 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{1/\gamma} = 24 \text{ dm}^3 \cdot \left(\frac{1}{3} \right)^{1/1,4} = \underline{\underline{10,95 \text{ dm}^3}}$$

Siden punktene 1 og 3 har samme tempera-tur har en for ideell gass

$$p_1 V_1 = p_2 V_3 (= nRT_1)$$

⑤

$$V_3 = V_1 \frac{p_1}{p_2} = 24 \text{ dm}^3 \cdot \frac{1}{3} = \underline{\underline{8 \text{ dm}^3}}$$

Langs adiabatene har en ordere

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

slik at

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = 290 \text{ K} \left(\frac{24}{10,95} \right)^{1,4} = \underline{\underline{397 \text{ K}}}$$

Oppgave 4

a/ Volum mellom ytre og indre kuleskall

$$V_{R_2} = \frac{4\pi}{3} (R_2^3 - R_1^3)$$

Volum mellom kuleskall med radius r og

indre kuleskall

$$V_r = \frac{4\pi}{3} (r^3 - R_1^3)$$

Med jevn fordeling blir ladning innenfor radius r

$$Q_r = \frac{V_r}{V_{R_2}} Q = \frac{r^3 - R_1^3}{R_2^3 - R_1^3} Q$$

Med kuleflate med radius r gir Gauss lov

$$\oint \vec{E} \cdot d\vec{A} = E \cdot 4\pi r^2 = \frac{Q_r}{\epsilon_0}$$

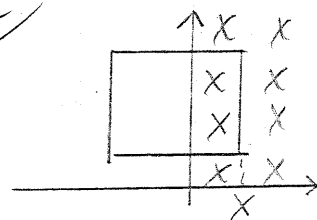
⑥

$$E = \frac{Q_r}{4\pi\epsilon_0 r^2} = \frac{(r^3 - R_1^3)Q}{4\pi\epsilon_0 r^2 (R_2^3 - R_1^3)}$$

for $R_1 < r < R_2$. For $r < R_1$ er $Q_r = 0$, og for $R_2 < r$ er $Q_r = Q$ slik at

$$E = \begin{cases} 0 & \text{for } r < R_1 \\ \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} & \text{for } R_2 < r \end{cases}$$

b/



For $t < 0$ er sløyfen utenfor magnetfeltet slik at $\Phi_B = 0$ for $t < 0$

Når sløyfen er delvis inne i magnetfeltet dekker magnetfeltet et areal $x b = v t b$ slik at

$$\Phi_B = B v t b$$

Sløyfen er helt inne i magnetfeltet etter tidspunktet bestemt ved $x = v t = a$, dvs. $t = a/v$. Etter denne tiden er fluksen

$\Phi_B = B b a = \text{konst.}$ Indusert elektromotorisk kraft blir følgende

$$\mathcal{E} = - \frac{d\Phi_B}{dt} = \begin{cases} 0 & t < 0 \\ B b v & 0 < t < a/v \\ 0 & a/v < t \end{cases}$$