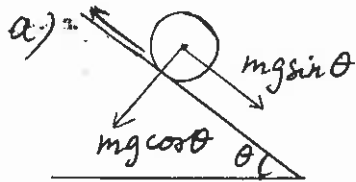


①

Forslag til løsning.
Oppgave 1



Normalkrafta fra kula
mot planet er $F_N = mg \cos \theta$
Når kula sklir er da
friksjonskrafta

$$F = \mu F_N = \mu mg \cos \theta.$$

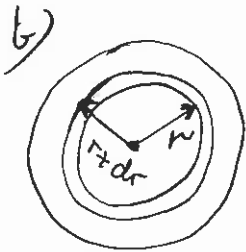
Newtonslikning for translasjonsbevegelsen gir
 $ma = mg \sin \theta - F = mg (\sin \theta - \mu \cos \theta)$

$$a = g (\sin \theta - \mu \cos \theta).$$

Vinkelakselerasjonen er bestemt av netto
dreiemoment (om sylinderens senter)

$$I \alpha = FR$$

$$\alpha = F \frac{R}{I} = \frac{\mu mg \cos \theta R}{\frac{1}{2} m R^2} = \frac{\mu g \cos \theta}{\frac{1}{2} R}.$$



Volum av sylinder skall

$$dV = 2\pi r L dr$$

Massen til sylinder skallet

$$dm = \rho(r) dV = 2\pi L \rho_0 \left(1 - \frac{r}{R}\right) r dr.$$

Dette gir massen

$$m = \int dm = 2\pi L \rho_0 \int_0^R \left(1 - \frac{r}{R}\right) r dr = \frac{1}{3} \pi L \rho_0 R^2. \quad (2)$$

Tregheitsmomentet om rotasjonsaksen blir så

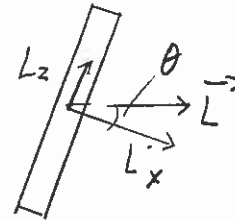
$$I = \int r^2 dm = 2\pi L \rho_0 \int_0^R \left(1 - \frac{r}{R}\right) r^3 dr = \frac{1}{10} \pi L \rho_0 R^4.$$

Innsatt for m finner en så

$$I = \gamma m R^2 = \gamma \frac{1}{3} \pi L \rho_0 R^4 = \frac{1}{10} \pi L \rho_0 R^4$$

$$\gamma = \frac{1/10}{1/3} = \frac{3}{10}.$$

c)



Komponentene til L langs
x- og z-aksen er henholdsvis

$$L_x = L \cos \theta$$

$$L_z = L \sin \theta$$

For separate rotasjonen rundt hver av aksene har
en så

$$L_x = I_x \omega_x$$

$$L_z = I_z \omega_z$$

slik at

$$I_x \omega_x = L \cos \theta$$

$$I_z \omega_z = L \sin \theta$$

L kan elimineres ved å dividere likningene på
hverandre, og en finner

$$\frac{I_x \omega_x}{I_z \omega_z} = \frac{\cos \theta}{\sin \theta}$$

$$\omega_z = \frac{I_x}{I_z} \omega_x = \frac{1}{2} \cdot 180 \cdot 12,0 \cdot 3,25 \text{ s}^{-1} = \underline{\underline{12,5 \text{ s}^{-1}}}$$

Oppgave 2.

- a) Lydhastigheten i gasser er gitt ved $c = \sqrt{\frac{\gamma k_B T}{m}}$ ③
 $= \sqrt{\frac{\gamma R T}{M}}$ der $R = N_A k_B$ og $M = N_A m$. (N_A er Avogadros tall).
 1 mol av Ar veier $M = 39,95 \text{ g/mol} = 3,995 \cdot 10^{-2} \text{ kg/mol}$. For Ar
 ved 10°C , dvs. $T = 283 \text{ K}$ finnes dermed

$$c = \sqrt{\frac{5 \cdot 8,314 \cdot 283}{3 \cdot 3,995 \cdot 10^{-2}}} \text{ m/s} = \underline{\underline{313 \text{ m/s}}}$$

For ei orgelpipe med gitt lengde er frekvensen
 f proporsjonal med c [$f = c/\lambda = c/2L$ og $c/4L$].
 Så med Ar blir frekvensen

$$f = f_0 \cdot \frac{c_{\text{Ar}}}{c_L} = f_0 \sqrt{\frac{\gamma_{\text{Ar}} M_L}{M_A \gamma_L}} = 440 \sqrt{\frac{5 \cdot 28,8}{1,4 \cdot 39,95}} \text{ Hz} = \underline{\underline{408 \text{ Hz}}}$$

- b) I avstanden R fra lydkilden fordeles
 lydeffekten P over ei kuleflate med areal

$$A = 4\pi R^2$$

Lydintensiteten blir da

$$I = \frac{P}{A} = \frac{P}{4\pi R^2}$$

slik at lydintensitetsnivået blir

$$\beta = 10 \log(I/I_0) = \underline{\underline{80 \text{ dB}}}$$

Ut fra dette finner en for I

$$I = I_0 \cdot 10^8 = \underline{\underline{10^{-4} \text{ W/m}^2}}$$

Fra sammenhengen mellom I og P
 finner en så for avstanden R ④

$$R = \sqrt{\frac{P}{4\pi I}} = \sqrt{\frac{1,7 \text{ W}}{4\pi \cdot 10^{-4} \text{ W/m}^2}} = \underline{\underline{37 \text{ m}}}$$

- c) Vinkel frekvensen er $\omega = 2\pi f$. Bølgehastig-
 heten er $c = \omega/k$ slik at bølgetallet blir

$$k = \frac{\omega}{c} = 2\pi \frac{f}{c} = 2\pi \frac{2625 \text{ s}^{-1}}{344 \text{ m/s}} = \underline{\underline{4,79 \text{ m}^{-1}}}$$

Amplitudene til de 2 bølgeene blir

$$A_1 = \frac{1}{a} \sqrt{I_1}, \quad A_2 = \frac{1}{a} \sqrt{I_2}$$

Ved konstruktiv interferens blir amplituden
 $A = A_1 + A_2$ slik at lydintensiteten
 blir

$$I_M = a^2 A^2 = (\sqrt{I_1} + \sqrt{I_2})^2 = I_1 + 2\sqrt{I_1 I_2} + I_2$$

$$= (2,0 + 2\sqrt{2,0 \cdot 3,5} + 3,5) \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 = \underline{\underline{10,8 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2}}$$

Oppgave 3

⑤

a) Varmestrømmen gjennom isolasjonslaget er

$$I = \lambda A \frac{\Delta T}{\Delta x} = 0,010 \frac{\text{W}}{\text{m} \cdot \text{K}} \cdot 0,20 \text{ m}^2 \cdot \frac{50 \text{ K}}{0,012 \text{ m}} = \underline{\underline{8,33 \text{ W}}}$$

Varmestrømmen ut gir avkjøling, Energi balansen blir da

$$mc \Delta T = I \Delta t$$

slik at medgett tid blir ($1 \text{ J} = 1 \text{ Ws}$)

$$\Delta t = \frac{mc \Delta T}{I} = \frac{5,0 \text{ kg} \cdot 4,18 \frac{\text{kJ}}{\text{kg} \cdot \text{K}} \cdot 10 \text{ K}}{8,33 \text{ W}} =$$

$$2,51 \cdot 10^3 \text{ s} \approx \underline{\underline{42 \text{ min.}}}$$

[NB feil i oppgaveteksten: $\text{dm}^3 \rightarrow \text{dm}^2$, per flateenhet.]

b) For adiabaten har en

$$p_1 V_1^\gamma = p_2 V_2^\gamma$$

$$V_2 = V_1 \left(\frac{p_1}{p_2} \right)^{1/\gamma} = 12 \text{ dm}^3 (3,5)^{1/1,4} = \underline{\underline{29,4 \text{ dm}^3}}$$

Siden punktene 1 og 3 har samme temperatur, har en for ideell gass

$$p_1 V_1 = p_2 V_3 (= nRT_1)$$

$$V_3 = V_1 \frac{p_1}{p_2} = 12 \text{ dm}^3 \cdot 3,5 = \underline{\underline{42 \text{ dm}^3}}$$

Langs adiabaten har en videre

$$T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

slik at

$$T_2 = T_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{\gamma-1} = 350 \text{ K} \left(\frac{12}{29,4} \right)^{0,4} = \underline{\underline{245 \text{ K}}}$$

⑥

c) Uttrykket for entropien blir

$$S = S(T) = \int dS = \int \frac{dQ}{T} = C \int \frac{dT}{T} = \underline{\underline{C \ln T (+ \text{konst})}}$$

Entropiendringen ved avkjølingen blir

$$\Delta S = S_0 - S_1 = C \ln T_0 - C \ln T_1 = C \ln \left(\frac{T_0}{T_1} \right)$$

Avgett energi som går til omgivelsene

$$\Delta Q = C (T_1 - T_0)$$

Omgivelsene har hele tiden samme temperatur T_0 slik at entropiendringen der blir

$$\Delta S_0 = \frac{\Delta Q}{T_0} = C \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 \right)$$

[slik at $\Delta S_{\text{tot}} = \Delta S + \Delta S_0 > 0$, Erreversibel prosess, $T_1 \geq T_0$.]