

①

Forslag til løsning.

Oppgave 1

a) Koeffisientene er gitt ved

$$v_x = v \cos \varphi, \quad v_y = v \sin \varphi \quad \text{og} \quad a = \frac{1}{2}g.$$

Eliminerer t ved å sette inn $t = x/v_x$ i
likninga for y

$$y = \frac{v_y}{v_x} x - a \left(\frac{x}{v_x} \right)^2 = \frac{\sin \varphi}{\cos \varphi} x - \frac{1}{2}g \left(\frac{x}{v \cos \varphi} \right)^2$$

$$= x \tan \varphi - \frac{g}{2v^2 \cos^2 \varphi} x^2.$$

Dvs. $A = 1$ og $B = \frac{g}{2v^2}$.

Kula lander ved

$$y = x_m \tan \varphi - \frac{g}{2v^2 \cos^2 \varphi} x_m^2 = 0$$

$$x_m = \tan \varphi \frac{2v^2}{g} \cos^2 \varphi = \frac{2v^2}{g} \sin \varphi \cos \varphi = \frac{v^2}{g} \sin 2\varphi.$$

Maksimal lengde når $\sin 2\varphi = 1$, dvs.

$$2\varphi = \frac{\pi}{2} \quad \text{eller} \quad \varphi = \frac{\pi}{4} = 45^\circ$$

b) Når hjulet faller går potensiell energi mgh
over til kinetisk translasjonsenergi $\frac{1}{2}mv^2$
og rotasjonsenergi $\frac{1}{2}I\omega^2$. Sammenhengen
mellom hastigheten og vinkelhastigheten er
 $v = \omega R_1$

②

Energiebevarelsen blir følgende

$$\frac{1}{2}m(R_1\omega)^2 + \frac{1}{2}\left(\frac{1}{2}mR_2^2\right)\omega^2 = mgh$$

slik at vinkelhastigheten blir

$$\omega = \sqrt{\frac{4gh}{2R_1^2 + R_2^2}} = \sqrt{\frac{4 \cdot 9.80 \text{ m/s}^2 \cdot 0.30 \text{ m}}{(2 \cdot 0.06^2 + 0.08^2) \text{ m}^2}} = \underline{\underline{29.45 \text{ s}^{-1}}}$$

c) Dreieimpulsen til en punktmasse m
(om origo) er gitt ved

$$L = I\omega = mr^2\omega$$

Endring av dreieimpulsen er bestemt av
dreiemomentet $\tau = rF$ slik at $dL/dt = \tau$.
Her er $\vec{L} \parallel \vec{\tau}$ (normalt på røpplanet). Med $\omega = \text{konst.}$
finner en så

$$\frac{dL}{dt} = \frac{d}{dt}(mr^2\omega) = 2mr\dot{r}\omega = rF$$

$$F = 2m\dot{r}\omega = 2 \cdot 0.25 \text{ kg} \cdot 0.15 \text{ m/s} \cdot 28 \text{ s}^{-1} = \underline{\underline{0.15 \text{ N}}}$$

Oppgave 2

a) Når massen henger i ro vil krafta fra fjøra motvirke tyngdekrafta slik at ($y=0$)

$$-a(-y_0) = Mg$$

$$y = \frac{Mg}{a} = \frac{10 \text{ kg} \cdot 9,8 \text{ m/s}^2}{400 \text{ N/m}} = \underline{\underline{24,5 \text{ cm.}}}$$

Bevægelseslikninga er $M\ddot{y} = -ay - b\dot{y}$ (da $ay_0 = Mg$) slik at med $\ddot{y} + 2\delta\dot{y} + \omega_0^2 y = 0$ har en

$$\delta = \frac{b}{2M} \quad \text{og} \quad \omega_0 = \sqrt{\frac{a}{M}}$$

b) Massen M starter i posisjonen $y=y_0$ med hastighet $\dot{y}=0$. Med den gitte bevegelsen gir dette for $t=0$ likningene

$$y = Ae^{-\delta t} \cos(\omega_d t + \varphi) = A \cos \varphi = y_0$$

$$\begin{aligned} \dot{y} &= [-\delta \cos(\omega_d t + \varphi) - \omega_d \sin(\omega_d t + \varphi)] Ae^{-\delta t} \\ &= (-\delta \cos \varphi - \omega_d \sin \varphi) A = 0. \end{aligned}$$

Fra den siste likninga finner en for vinkelen

φ

$$\tan \varphi = -\frac{\delta}{\omega_d} = -\frac{\delta}{\sqrt{\omega_0^2 - \delta^2}} = -\frac{0,8\omega_0}{\sqrt{1 - 0,8^2}\omega_0} = -\frac{4}{3},$$

$$\varphi = \underline{\underline{-53^\circ}} \quad (= -0,93 \text{ rad})$$

Fra den første likninga finner en så for $\frac{A}{y_0}$

$$\frac{A}{y_0} = \frac{1}{\cos \varphi} = \frac{1}{\cos(-53^\circ)} = \underline{\underline{1,67.}}$$

$$[\text{Evt. } \frac{1}{\cos \varphi} = \sqrt{1 + \tan^2 \varphi} = \sqrt{1 + (-\frac{4}{3})^2} = \underline{\underline{\frac{5}{3}.}}]$$

c) Vinkelfrekvensen er $\omega = 2\pi f$. Bølgelengden er $c = \omega/k$ slik at frekvensen blir

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{ck}{2\pi} = \frac{335 \text{ m/s} \cdot 5,25 \text{ m}^{-1}}{2\pi} = \underline{\underline{280 \text{ s}^{-1}}}$$

Amplitudene til de 2 bølgene blir

$$A_1 = \frac{1}{a} \sqrt{I_1} \quad \text{og} \quad A_2 = \frac{1}{a} \sqrt{I_2}.$$

Ved destruktiv interferens blir amplituden

$A = |A_1 - A_2|$ slik at lydintensiteten blir

$$\begin{aligned} I_m &= a^2 A^2 = (\sqrt{I_1} - \sqrt{I_2})^2 = I_1 - 2\sqrt{I_1 I_2} + I_2 \\ &= (15 - 2\sqrt{15 \cdot 9} + 9) \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2 = \underline{\underline{0,76 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2}} \end{aligned}$$

Oppgave 3

(5)

a) Varmestrømmen gjennom veggen blir

$$I_0 = \lambda_t A \frac{\Delta T_t}{\Delta x_t} = 0,120 \frac{\text{W}}{(\text{m} \cdot \text{K})} \cdot 55 \text{ m}^2 \frac{(20-0) \text{ K}}{0,12 \text{ m}} = \underline{1100 \text{ W}}$$

Med redusert varmespenning blir temperaturfallet gjennom treveggen bestemt av

$$I = \lambda_t A \frac{\Delta T_t}{\Delta x_t} = \frac{3}{5} I_0 = \frac{3}{5} \lambda_t A \frac{\Delta T_{\text{tot}}}{\Delta x_t}$$

$$\Delta T_t = \frac{3}{5} \Delta T_{\text{tot}} = \underline{12 \text{ K}}$$

Temperaturfallet gjennom mineralulla blir

$$\text{følgelig } \Delta T_m = (20 - (-15)) \text{ K} - \Delta T_t = (35 - 12) \text{ K} = \underline{23 \text{ K}}$$

En har så

$$I = \lambda_m A \frac{\Delta T_m}{d} = \lambda_t A \frac{\Delta T_t}{\Delta x_t}$$

slik at tykkelsen av laget med mineralull blir

$$d = \frac{\lambda_m}{\lambda_t} \frac{\Delta T_m}{\Delta T_t} \Delta x_t = \frac{0,04}{0,12} \frac{23}{12} 12 \text{ cm} = \underline{7,7 \text{ cm}}$$

b) Avgitt varmemengde for å smelte 6,0 kg is

$$Q_c = 6,0 \text{ kg} \cdot 334 \text{ kJ/kg} = \underline{2004 \text{ kJ}}$$

Virkningsgraden til en Carnot-maskin

$$\varepsilon = \frac{W}{Q_h} = \frac{Q_h - Q_c}{Q_h} = \frac{T_h - T_c}{T_h}$$

slik at sammenhengen mellom mottatt varme Q_h og

avgitt varme Q_c er

$$Q_h = \frac{T_h}{T_c} Q_c$$

Med dette blir utført arbeid

$$W = Q_h - Q_c = \left(\frac{T_h}{T_c} - 1 \right) Q_c = \left(\frac{250+273}{273} - 1 \right) 2004 \text{ kJ} \\ = \underline{1835 \text{ kJ}} \approx \underline{1,84 \text{ MJ}}$$

c) Gassen opphøyes ved konstant trykk. Ved å

benytte $pV = nRT$ ($n=1$) blir da entropien

$$S = C_v \ln T + R \ln \frac{nRT}{p} + \text{konst} = C_p \ln T - R \ln p + \text{konst}$$

$$\text{der } C_p = C_v + R = \underline{\frac{7}{2} R}$$

Entropiendringen blir følgelig

$$\Delta S = S_0 - S_1 = C_p \ln T_0 - C_p \ln T_1 = -C_p \ln \left(\frac{T_1}{T_0} \right) \\ = -\frac{7}{2} \cdot 8,314 \text{ J/K} \ln \left(\frac{150+273}{20+273} \right) = \underline{-10,7 \text{ J/K}}$$

Avgitt varme:

$$Q = C_p (T_1 - T_0) = \frac{7}{2} R (T_1 - T_0)$$

Endring av entropi til omgivelsene

$$\Delta S_0 = \frac{Q}{T_0} = \frac{7}{2} R \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 \right) = \frac{7}{2} \cdot 8,314 \text{ J/K} \left(\frac{423}{293} - 1 \right) = \underline{12,9 \text{ J/K}}$$

(6)