

**Oppgave 1** D er korrekt**Oppgave 2**

Bruker N2:  $G_{\text{parallel}} - F_{\text{friksjon}} = m \cdot a$ , som gir  $m \cdot g \cdot \sin(22) - \mu \cdot m \cdot g \cdot \cos(22) = m \cdot a$ . Dermed blir  $a = g \cdot \sin(22) - \mu \cdot g \cdot \cos(22) = -0.873 \text{ m}^2/(\text{kg s}^2)$ . Klossen får en startfart  $v_0 = 1.0 \text{ m/s}$ . I det klossen stopper er  $v = 0 \text{ m/s}$ . Dette gir  $v = v_0 + a \cdot t$  og dermed  $0 = v_0 + a \cdot t$ , slik at  $t = -v_0/a = 1.15 \text{ s}$

**Oppgave 3**

Friksjonsarbeidet  $W_f$  er gitt ved:  $W_f = -F_{\text{friksjon}} \cdot s = -\mu \cdot m \cdot g \cdot \cos(22) \cdot s = -6.5 \text{ J}$  hvor  $s = v_0 \cdot t + a \cdot t^2/2 = 0.57 \text{ m}$ . Arbeidet kan også beregnes ut fra energibetraktninger:  $W_f = U_p + E_k = -m \cdot g \cdot \sin(22) \cdot s - m \cdot v_0^2/2 = -6.5 \text{ J}$

**Oppgave 4**

Skiløperen har en masse  $m = 80.0 \text{ kg}$  og høyden på bakken er  $h = 65 \text{ m}$ . Energien er bevart. Ved bunnen, hvor  $E_{K, \text{Topp}} = 0 \text{ J}$  og  $E_{P, \text{Bunn}} = 0 \text{ J}$ , er farten  $v_B$  gitt ved

$$E_{K, \text{Topp}} + E_{P, \text{Topp}} = E_{K, \text{Bunn}} + E_{P, \text{Bunn}}$$

$$0 + m \cdot g \cdot h = m \cdot v_B^2/2 + 0$$

$$v_B = \sqrt{2 \cdot g \cdot h} = 35.7 \text{ m/s}$$

**Oppgave 5**

Friksjonstallet er  $\mu = 0.2$ , lengden på det horisontale området  $h$  er  $s_h = 70 \text{ m}$  og  $v_B = 25 \text{ m/s}$ . Tyngdens sin akselerasjon er gitt ved  $g = 9.81 \text{ m/s}^2$ . Energien som vil gå tapt pga. av friksjonsarbeidet:  $W_f = -F \cdot s_h = -\mu \cdot m \cdot g \cdot s_h$ , vil være lik forskjellen i kinetisk energi ved bunnen av bakken og på den andre siden av den horisontale flaten hvor skiløperen har en hastighet  $v_h$ . Energibevaring gir:

$$-\mu \cdot m \cdot g \cdot s_h = m \cdot v_h^2/2 - m \cdot v_B^2/2$$

$$v_h = \sqrt{v_B^2 - 2 \cdot \mu \cdot g \cdot s_h} = 18.7 \text{ m/s}$$

**Oppgave 6**

Dette blir en uelastisk kollisjon:  $(m_r + m_h) \cdot v_f = m_r \cdot v_r + m_h \cdot v_h = m_h \cdot v_h$ . For rotta er  $m_r = 0.25 \text{ kg}$  og  $v_r = 0$ , mens  $v_h = 3.5 \text{ m/s}$  og  $v_f = 3.0 \text{ m/s}$ . Dette gir  $m_h \cdot (v_f - v_h) = -m_r \cdot v_f$ . Hønschauken har en masse på  $m_h = -m_r \cdot v_f / (v_f - v_h) = -0.25 \cdot 3.0 / (3.0 - 3.5) \text{ kg} = 1.5 \text{ kg}$

**Oppgave 7**

Gjennomsnittlig effekt gitt ved  $p = W/t$ . Her er  $v_f = 5.0 \text{ m/s}$  og  $v_0 = 3.0 \text{ m/s}$ . Arbeidet  $W = K_f - K_0 = m_r \cdot v_f^2/2 - m_r \cdot v_0^2/2 = 0.25 \cdot (5.0^2 - 3.0^2)/2 = 2.0 \text{ J}$ . Dette gir  $p = W/t = 2.0/7 = 0.28 \text{ W}$

**Oppgave 8**

Begge personene skyver mot klokken. Da blir rotasjonen i positiv retning. Det totale kraftmomentet blir

$$\sum \tau = F_1 \cdot L_1 + F_2 \cdot L_2 = 200 \cdot \frac{10}{2} + 250 \cdot \frac{10}{2} = 2250 \text{ Nm}$$

**Oppgave 9**

En halv rotasjon svarer til en vinkel  $\theta = \pi \text{ rad}$ .

Rotasjonsarbeidet blir da gitt ved  $W = \tau \cdot \theta = 2250 \cdot \pi = 7069 \text{ J}$

**Oppgave 10**

Tregghetsmomentet for ei tynn stang gjennom tyngdepunktet (=rotasjonspunktet):  $I = M \cdot L^2/12 = 5000 \cdot 10^2/12 = 41.667 \text{ kgm}^2$ . Vinkelakselerasjonen er gitt fra  $\sum \tau = I \cdot \alpha$ . Den kinematiske ligningen for konstant vinkelakselerasjon  $\theta = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha \cdot t^2$  gir med  $\omega_0 = 0$  og  $\theta = \pi$ , at det tar tiden.

$$t = \sqrt{\frac{2\pi \cdot I}{\sum \tau}} = \sqrt{\frac{2\pi \cdot 41667}{2250}} = 10.79 \text{ s} \text{ å rotere vognen.}$$

**Oppgave 11**

Med konstant fart  $v = 15 \text{ km/t} = 15000/3600 \text{ m/s} = 4.17 \text{ m/s}$ , er det kun sentripetalakselerasjonen som bidrar, dvs.  $\alpha = \frac{v^2}{r} = \frac{(4.17)^2}{0.3} = 57.9 \text{ m/s}^2$ .

**Oppgave 12**

Her er bevegelsesmengden bevart. Blekkspruten ligger i ro, dvs. da er bevegelsesmengden lik 0. Det samme må den totale bevegelsesmengden være like etter at vannet er blåst ut. La  $M_B$  være massen til blekkspruten, mens  $m_v$  er massen til vannet inne i blekkspruten. Da er  $(M_B - m_v) \cdot v_B = m_v \cdot v_v$  som gir blekkspruten en maksimal hastighet på  $v_B = \frac{m_v}{M_B - m_v} \cdot v_v = \frac{56}{144} \cdot 0.65 \frac{\text{m}}{\text{s}} = 0.2527 \text{ m/s}$

**Oppgave 13**

Det er kun for de bølgene som starter i punkt A at en bølgedal fra A kommer samtidig med en bølgetopp fra H til punktet P. De 2 bølgene vil da slokke ut hverandre.

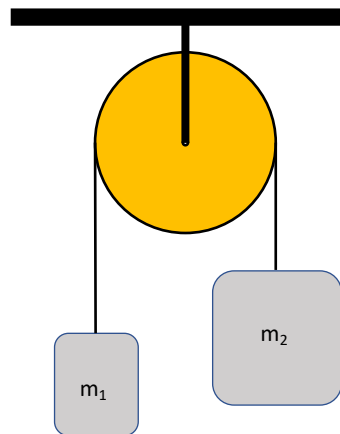
**Oppgave 14**

Bilene har en hastighet på  $v_{bil 1} = v_{bil 2} = 175 \cdot 10^3/3600 \text{ m/s} = 48.61 \text{ m/s}$ . Lar bil 1 kjøre langs positive x-akse. Lufthastigheten er gitt ved  $v_{luft} = 344 \text{ m/s}$ . Frekvensen som førerne vil høre blir da

$$f_1 = \frac{v_{luft} - v_{bil 2}}{v_{luft} - v_{bil 1}} \cdot f_2 = \frac{344 - (-48.61)}{344 - 48.61} \cdot 400 \text{ Hz} = 531.6 \text{ Hz}$$

**Oppgave 15**

2 klosser  $m_1 = 15 \text{ kg}$  og  $m_2 = 60 \text{ kg}$  henger i masseløse snorer  $T_1$  og  $T_2$  fra en trins (gul farge) som er formet som en massiv sylinder. Akselerasjonen til den tyngste klossen er  $a = 5.6 \text{ m/s}^2$ . Tyngdens sin akselerasjon er gitt som  $9.8 \text{ m/s}^2$ .



Velger positiv akse i vertikal retning og positiv rotasjon mot klokka. La  $M$ ,  $a$  og  $r$  være massen, akselerasjonen og radiusen til trinsen.

$$\text{N2 for } m_1: \sum F_1 = T_1 - m_1 \cdot g = m_1 \cdot a \text{ Dette gir } T_1 = 15 \cdot (9.8 + 5.6) = 231 \text{ N}$$

$$\text{N2 for } m_2: \sum F_2 = m_2 \cdot g - T_2 = m_2 \cdot a \text{ Dette gir } T_2 = 60 \cdot (9.8 - 5.6) = 252 \text{ N}$$

Trinsen er en massiv sylinder med  $I = M \cdot r^2/2$ . Dreiemomentet er gitt ved

$$\sum \tau = T_1 \cdot r - T_2 \cdot r = I \cdot (-\alpha) = \frac{1}{2} M \cdot r^2 \cdot \left(-\frac{a}{r}\right).$$

Da blir  $T_1 - T_2 = -M \cdot a/2$  og massen til trinsen:  $M = 2 \frac{T_2 - T_1}{a} = 2 \frac{252 - 231}{5.6} = 7.5 \text{ kg}$

### Oppgave 16

Vinkelhastigheten til trinsen er gitt ved  $w = w_0 + \alpha \cdot t = 0 + \frac{a}{r} t = \frac{5.6}{0.5} \cdot 5 = 56 \frac{\text{rad}}{\text{s}}$ . Spinnets er gitt ved  $L = I \cdot w = \frac{1}{2} M \cdot r^2 \cdot w = \frac{1}{2} \cdot 5.0 \cdot (0.5)^2 \cdot 56 = 35 \text{ kg m}^2/\text{s}$ .

### Oppgave 17

Den mekaniske energien er bevart. Trinsen har rotasjonsenergi og den minste klossen har bevegelsesenergi i det den største klossen treffer gulvet. I det rotasjonen stopper opp, har all energi gått over til potensiell energi for den minste klossen. Dvs.  $U_1 = K_1 + K_{\text{Rot}}$  som gir

$$m_1 g h = \frac{1}{2} m_1 v^2 + \frac{1}{2} I w^2 = \frac{1}{2} m_1 (r w)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{1}{2} M \cdot r^2 \right) w^2 = \frac{1}{2} \left( m_1 + \frac{M}{2} \right) (r w)^2$$

Dette gir  $h = \frac{1}{2g} \left( 1 + \frac{M}{2m_1} \right) (r w)^2 = \frac{1}{2 \cdot 9.8} \left( 1 + \frac{5}{2 \cdot 15} \right) (0.5 \cdot 56)^2 \text{ m} = 46.67 \text{ m}$

### Oppgave 18

Energibevarelse gir  $\frac{kx^2}{2} = \frac{mv^2}{2}$ . Dvs.  $v = x \sqrt{\frac{k}{m}} = 0.1 \sqrt{\frac{162}{2}} \text{ m/s} = 0.9 \text{ m/s}$

### Oppgave 19

Fra tabell:  $I_0 = MR^2/2$ . Steiners sats med  $d = R$ , gir  $I_P = I_0 + MR^2 = 3MR^2/2$

### Oppgave 20

Diffraksjonsvinkelen er gitt ved  $\sin \theta = \frac{\lambda}{d}$  hvor  $v = f \cdot \lambda$  og  $f = 550 \text{ Hz}$ . Dvs.  $\lambda = \frac{v}{f}$  som gir

$\sin \theta = \frac{v}{d \cdot f} = \frac{344}{0.65 \cdot 550} = 0.96$ . Dette gir  $\theta = 74.2$  grader

### Oppgave 21

Lyden blir mest intens ved konstruktiv interferens, dvs. når  $\theta = 0^\circ$

### Oppgave 22

Den andre lydbølgen har en frekvens på  $f_1 = \frac{v}{\lambda} = \frac{344}{0.63} = 546 \text{ Hz}$ . Svevningsfrekvensen  $f_{\text{seve}}$  er forskjellen i frekvens mellom to lydbølger som møtes. Da blir  $f_{\text{seve}} = f - f_1 = 550 - 546 = 4 \text{ Hz}$

### Oppgave 23

Lydhastigheten i en ideell gass er gitt ved  $v = \sqrt{\frac{\gamma \cdot k \cdot T}{m}}$ . Dette gir  $\frac{v}{\sqrt{T}} = \sqrt{\frac{\gamma \cdot k}{m}}$ . Da vil forholdet  $\frac{v_1}{\sqrt{T_1}} = \frac{v_2}{\sqrt{T_2}}$ . Innsatt gir dette  $\frac{344}{\sqrt{273+21}} = \frac{v_2}{\sqrt{273+0}}$ , som gir  $v_2 = 331,5 \text{ m/s}$ . Da blir  $\sin \theta = \frac{v_2}{d \cdot f} = \frac{331,5}{0.65 \cdot 550} = 0.927$ . Dette gir en ny diffraksjonsvinkel på  $\theta = 68.0$  grader.

### Oppgave 24

Bruker Wiens forskyvningslov:  $\lambda_{\text{max}} = \frac{a}{T} = \frac{2.90 \cdot 10^{-3} \text{ m} \cdot \text{K}}{1060} = 2.74 \cdot 10^{-6} \text{ m}$

### Oppgave 25

Den maksimale virkningsgraden er gitt ut fra Carnotvirkningsgraden:  $\eta_C = 1 - \frac{T_2}{T_1} = 1 - \frac{283}{423} = 0,33$

### Oppgave 26

Med konstant temperatur vil tilstandslikningen for en ideell gass medføre at  $p_0 V_0 = p_{12} V_{12}$ . Dette gir

$$V_{12} = \frac{p_0 V_0}{p_{12}} = V_0 \frac{p_0}{p_0 + \rho g h_{12}} = V_0 \frac{101,3 \cdot 10^3}{101,3 \cdot 10^3 + 1000 \cdot 9.81 \cdot 12} = V_0 \cdot 0.463$$

Med  $V = \frac{4}{3} \pi r^3$  gir dette  $r_{12} = r_0 \cdot \sqrt[3]{0.463} = 0,774 \cdot r_0 = 0,774 \text{ mm}$ .

**Oppgave 27**

Avgitt varme fra vannet (med spesifikk varmekapasitet  $c_{\text{vann}} = 4184 \text{ J/K}\cdot\text{kg}$ ), er

$$\Delta Q_{\text{vann}} = c_{\text{vann}} \cdot m_{\text{vann}} \cdot \Delta T_{\text{vann}} = 4184 \cdot 0.3 \cdot 5 = 6276 \text{ J}.$$

Dette vil være lik den mottatte varmen til termos:  $\Delta Q_{\text{termos}} = C_{\text{termos}} \cdot \Delta T_{\text{termos}}$ .

Termosen sin varmekapasitet blir da

$$C_{\text{termos}} = \frac{\Delta Q_{\text{termos}}}{\Delta T_{\text{termos}}} = \frac{\Delta Q_{\text{vann}}}{\Delta T_{\text{termos}}} = \frac{6276 \text{ J}}{90 - 22 \text{ K}} = 92.3 \text{ J/K}$$

**Oppgave 28**

Intensiteten er gitt ved  $I = P/A$  hvor  $A = 2\pi r^2$  og  $P$  er effekten til høyttaleren. Lydtrykknivået i en avstand  $r_1 = 7 \text{ m}$  er gitt ved  $\beta_1(\text{dB}) = 10 \log \frac{I_1}{I_0}$  med  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$ . I en avstand  $r_2 = 14 \text{ m}$  er

$\beta_2(\text{dB}) = 10 \log \frac{I_2}{I_0}$ . Da blir

$$\Delta\beta = \beta_1 - \beta_2 = 10 \log \frac{I_1}{I_2} = 10 \log \frac{A_2}{A_1} = 10 \log \frac{r_2^2}{r_1^2} = 10 \log \frac{14^2}{7^2} = 10 \log 2 \text{ dB} = 3.0 \text{ dB}$$

Da blir  $\beta_2 = \beta_1 - \Delta\beta = (60 - 3) \text{ dB} = 57 \text{ dB}$

**Oppgave 29**

$$f = \frac{v}{\lambda} = \frac{v}{2L} = \frac{425 \text{ m/s}}{2 \cdot 0.7 \text{ m}} = 303.6 \text{ Hz}$$

**Oppgave 30**

For en adiabatisk prosess gjelder at:  $p_{\text{før}} \cdot V_{\text{før}}^\gamma = p_{\text{etter}} \cdot V_{\text{etter}}^\gamma$  som gir

$$p_{\text{etter}} = p_{\text{før}} \cdot \left( \frac{V_{\text{før}}}{V_{\text{etter}}} \right)^\gamma = 101 \text{ kPa} \cdot \left( \frac{0.250}{0.035} \right)^{1.4} = 1584 \text{ kPa}$$

**Oppgave 31**

La innertemperaturen være gitt ved  $T_i = 296 \text{ K}$  og utetemperaturen gitt ved  $T_u = 263 \text{ K}$ . Arealet av vegg er  $A = 30 \text{ m}^2$ . La  $T$  være temperaturen i grensen mellom treveggen og glavaisolasjonen.

Tykkelsen på begge lagene er  $L = 0.1 \text{ m}$ . Varmedeiningen gjennom treveggen er gitt ved  $j_t = \kappa_t \cdot (T - T_u)/L$ , mens varmedeiningen gjennom glavaisolasjonen er  $j_g = \kappa_g \cdot (T_i - T)/L$ . Disse 2

varmestømmene må være like slik at  $\kappa_g \cdot \frac{T_i - T}{L} = \kappa_t \cdot \frac{T - T_u}{L}$ . Dette gir da  $T = \frac{\kappa_g T_u + \kappa_t T_i}{\kappa_t + \kappa_g}$ .

Varmedeiningen er da gitt ved  $Aj_t$  (eller  $Aj_g$ )

$$Aj_t = A \frac{\kappa_t}{L} (T - T_u) = \frac{A}{L} \frac{\kappa_t \kappa_g}{\kappa_t + \kappa_g} (T_i - T_u) = \frac{30}{0.1} \frac{0.15 \cdot 0.035}{0.15 + 0.035} (296 - 263) \text{ W} = 281 \text{ W}$$

**Oppgave 32**

Bølgelengden er gitt ved  $\lambda = \frac{v}{f} = \frac{340}{1700} \text{ m} = 0.2 \text{ m}$

**Oppgave 33**

Bølgehastigheten for transversale bølger på en streng er utledet i forelesningene.

$$\text{Vi finner } v = \sqrt{\frac{S}{\mu}} = \sqrt{\frac{25}{0.25}} = 10 \frac{\text{m}}{\text{s}}$$

**Oppgave 34**

Den transversale hastigheten for et punkt på strengen ved tidspunktet  $t$  er gitt ved  $v_{\text{transversal}} = \frac{\partial y}{\partial t} =$

$w \cos(wt - kx)$ . Vinkelfrekvensen er gitt ved  $w = 2\pi f = \frac{2\pi}{5} \text{ s}^{-1} = 31.4 \text{ s}^{-1}$ , mens bølgetallet  $k$  er

gitt ved  $k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi f}{v} = \frac{w}{v} = \frac{31.4}{10} \text{ m}^{-1} = 3.14 \text{ m}^{-1}$ . Dette gir innsatt

$$v_{\text{transversal}} = 31.4 \cdot 0.01 \cos(31.4 \cdot 0.1 - 3.14 \cdot 0.25) \frac{m}{s} = -0.22 \frac{m}{s}$$

**Oppgave 35**

Oscillatorens energi er gitt ved  $E = U_{\max} = \frac{k}{2} A^2$  hvor  $A(w) = \frac{\frac{F_0}{m}}{\sqrt{(w-w_0)^2 + (2\gamma w)^2}}$ . På resonans er  $w = w_0$  og dermed  $A(w_0) = \frac{F_0}{m \cdot 2\gamma \cdot w_0}$ . Her er  $F_0 = 6.0$  N,  $m = 2.0$  kg,  $\gamma = \frac{b}{2m} = \frac{0.450}{2 \cdot 2} s^{-1} = 0.1125 s^{-1}$  og  $w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{400}{2}} s^{-1} = 14.14 s^{-1}$ . Dette gir da  $A(w_0) = \frac{6}{2 \cdot 2 \cdot 0.1125 \cdot 14.14} m = 0.943 m$  og  $E = \frac{400}{2} (0.943)^2 J \approx 177 J$

**Oppgave 36**

$z_0 = 0.04$  m vil svare til maks utsving ut fra likevektposisjonen  $z$  hvor loddet henger i ro. Dette blir amplituden i den harmoniske svingningen rundt likevektposisjonen gitt ved  $z(t) = z_0 \cos(w_0 t)$ , hvor  $w_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ ,  $m = 0.8$  kg og  $k$  er fjæra sin (ukjente) fjærkonstant. Loddet sin hastighet er gitt ved  $\dot{z}(t) = -z_0 w_0 \cdot \sin(w_0 t)$ . Den maksimale hastigheten er lik den maksimale amplituden, dvs.  $z_0 w_0 = 0.2$  m/s, som dermed gir  $w_0 = 0.2 / z_0 = 0.2 / 0.04 s^{-1} = 5 s^{-1}$ . Da blir  $k = w_0^2 \cdot m = 5^2 \cdot 0.8$  N/m = 20 N/m

**Oppgave 37**

La  $M = 28.9$  g/mol. Det totale trykket består av  $p = p_{\text{Tank}} + p_{\text{atmosfære}} = 4 \cdot 10^5 \text{ Pa} + 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 5.013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$ . Likningen for en ideell gass gir  $n = \frac{pV}{RT} = \frac{5.013 \cdot 10^5 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}{8.314 \cdot 303} \text{ mol} = 3.98 \text{ mol}$ . Massen til luften er gitt ved  $m = n \cdot M = 3.98 \cdot 28.9 \text{ g} = 115 \text{ g} = 0.115 \text{ kg}$

**Oppgave 38**

Dreiemomentet  $L = I \cdot w$  er bevart, dvs.  $L_{\text{Før}} = L_{\text{Etter}}$ .

Dette gir  $I_{\text{Før}} \cdot w_{\text{Før}} = I_{\text{Etter}} \cdot w_{\text{Etter}}$  og dermed  $w_{\text{Etter}} = I_{\text{Før}} \cdot w_{\text{Før}} / I_{\text{Etter}}$ .

Fra formelsamlingen:  $I_{\text{Før}} = m_{\text{Skive}} \cdot r^2 / 2$ . Videre er  $I_{\text{Etter}} = I_{\text{Før}} + m_{\text{barn}} \cdot r^2 = (m_{\text{Skive}} + 2 m_{\text{barn}}) \cdot r^2 / 2$ .

Dette gir  $w_{\text{Etter}} = m_{\text{Skive}} \cdot w_{\text{Før}} / (m_{\text{Skive}} + 2 m_{\text{barn}}) = 100 \cdot 1.5 / (100 + 2 \cdot 25) \text{ rad/s} = 1.0 \text{ rad/s}$ .

**Oppgave 39**

Bruker termodynamikkens første hovedsetning  $dQ = dU + dW$ . Endringen i den indre energien  $U$  er gitt ved differansen mellom økningen i varmeenergi og det arbeidet som gjøres på stemplet:  $\Delta U = Q - W$ . Arbeidet er gitt ved  $W = F \cdot \Delta x = 1.5 \cdot 2 \text{ J} = 3 \text{ J}$ . Dette gir  $\Delta U = 8 \text{ J} - 3 \text{ J} = 5 \text{ J}$

**Oppgave 40**

Kroppen sin overflate temperatur er  $T = 303$  K. Overflaten er gitt ved  $A = 1.2 \text{ m}^2$ . Den utstrålte energien  $E$  fra denne overflaten er gitt ved Stefan-Boltzmann sin lov:

$$E = A \cdot j(T) = A \cdot e \sigma T^4 = 1.2 \cdot 1 \cdot 5.67 \cdot 10^{-8} \cdot (303)^4 \text{ W} = 573.5 \text{ W}$$