Løsningsforslag eksamen høst 2024.

Oppgave 1:

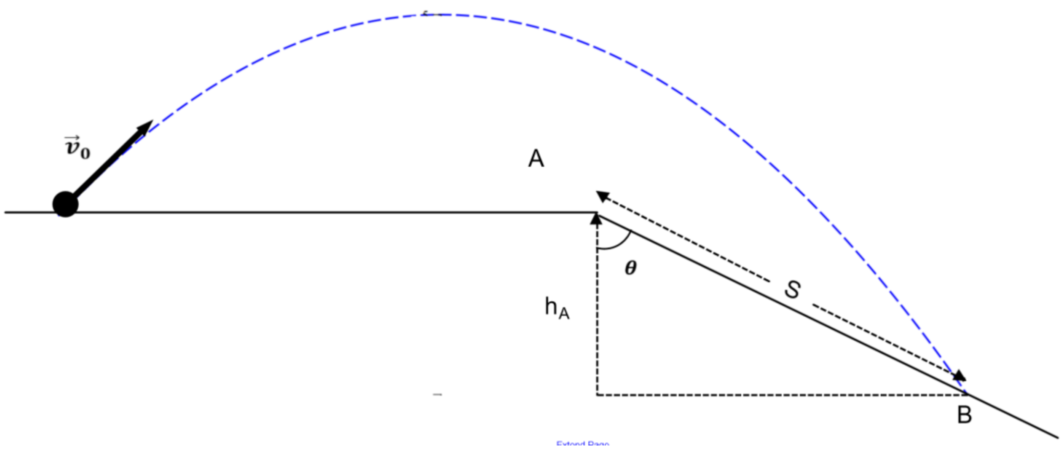
Har at:

$$1{,}0 \text{ kWh} = 1000 \text{ W} \cdot 3600 \text{ s} = 3{,}6 \cdot 10^6 \text{ J}.$$

Dette gir at:

$$\frac{16{,}3 \text{ kWh}}{100 \text{ km}} = 16{,}3 \cdot \frac{3{,}6 \cdot 10^6 \text{ J}}{100 \cdot 10^3 \text{ m}} = 586{,}8 \text{ J/m} = 0{,}59 \text{ kJ/m}$$

Oppgave 2:



Loven om bevaring av den totale mekaniske energien gir direkte at:

$$\frac{1}{2}mv_B^2 + mgh_B = \frac{1}{2}mv_0^2 + mgh_A$$

Velges $h_B = 0$ reduseres denne ligningen ned til:

$$v_B^2 = v_0^2 + 2gh_A$$

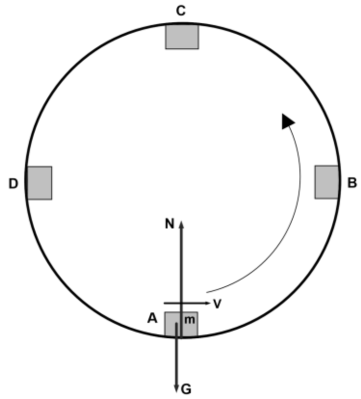
$$\Downarrow$$

$$v_B = \sqrt{v_0^2 + 2gS\cos\theta}$$

Oppgave 3:

Du befinner deg fortsatt inne i vogna. Sett utenfra beveger du deg dermed med samme fart som vogna. Dette betyr videre at du fortsatt befinner deg i en tilstand av ro i forhold til mekanismen som skyter ut kula. Kulas kastebevegelse inne i vogna, og slik du dermed opplever den, vil derfor være identisk med kastebevegelsen du observerer når vogna står i ro.

Oppgave 4:



I posisjon B og D er normalkrafta identisk med sentripetalkrafta ettersom tyngdekrafta $\vec{G}$ virker parallelt med banen. Det vil si:

$$N_B = N_D = \frac{mv^2}{r}$$

Newtons 2.lov i posisjon A gir (positiv retning oppover):

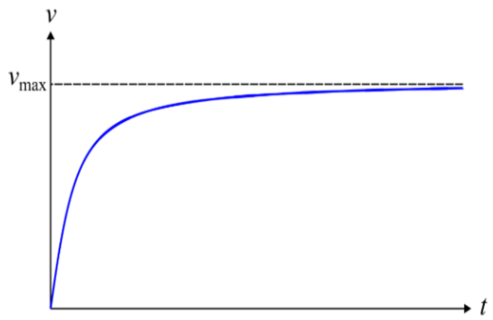
$$\sum F = N_A - G = m\frac{v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad N_A = mg + m\frac{v^2}{r} = m\left(g + \frac{v^2}{r}\right) > mg$$

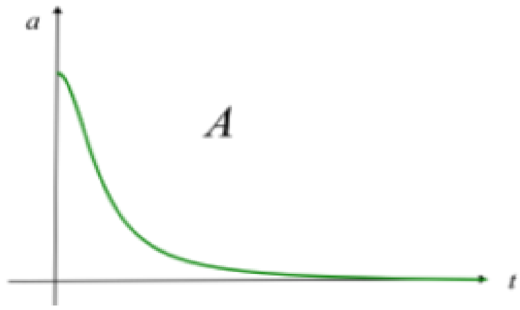
I posisjon C gjelder tilsvarende (positiv retning nedover):

$$\sum F = N_C + G = m\frac{v^2}{r} \quad \Rightarrow \quad N_C = m\frac{v^2}{r} - mg = m\left(\frac{v^2}{r} - g\right)$$

I oppgaveteksten påpekes at legemet har fysisk kontakt med underlaget i C. Dette betyr i praksis at legemets banehastighet v er høy nok slik at $v^2/r \geq g \quad \Rightarrow \quad N_C \geq 0$.

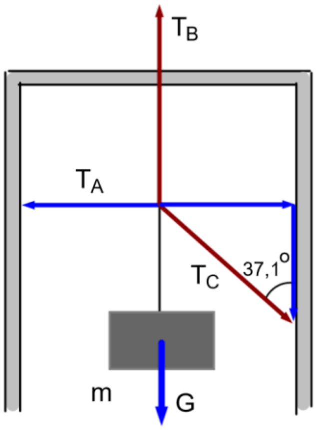
Oppgave 5:





De to sentrale observasjonen fra fart-tid grafen til venstre er: a) akselerasjonen a er størst for små verdier av t, det vil si: i det steinen slippes. b) akselerasjonen a avtar gradvis, men ikke lineært, ned mot 0 innen terminalhastigheten v_{max} oppnås. Alternativ D der $a(t) = -kt$ der k er en positiv konstant er derfor ikke riktig ettersom det indikerer at hastigheten $v(t)$ må beskrives som en parabel. Den eneste muligheten er dermed alternativ A.

Oppgave 6:



Snorkrafta T_C finner vi fra den rettvinklede trekanten til høyre:

$$T_C = \frac{T_A}{\sin 37{,}1^0} = \frac{722\ \mathrm{N}}{\sin 37{,}1^0} = 1197\ \mathrm{N}$$

Snorkrafta T_B bestemmes ut fra å summere alle vertikale komponenter:

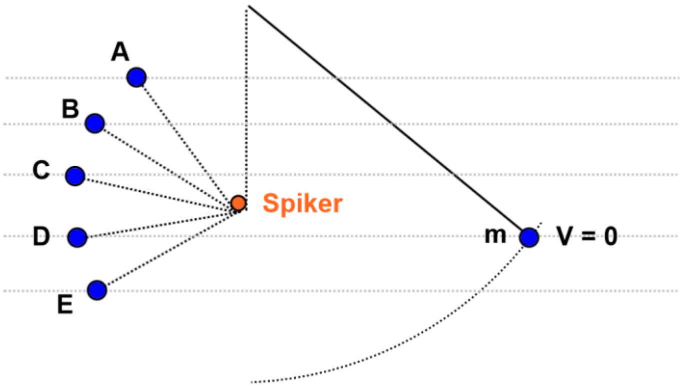
$$\sum F_y = T_B - G - T_{C,y} = 0$$

$$\Downarrow$$

$$T_B = mg + T_C \cos 37{,}1^0$$

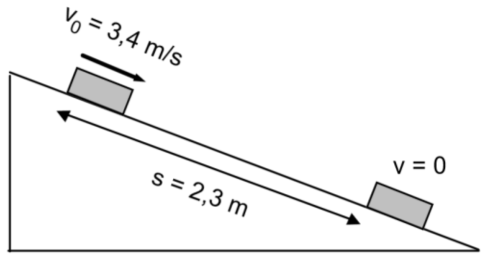
$$= 409\ \mathrm{kg} \cdot 9{,}81\ \mathrm{m/s^2} + 1197\ \mathrm{N} \cdot \cos 37{,}1^0 = 4967\ \mathrm{N}$$

Oppgave 7:



Det virker kun statiske friksjonskrefter mellom snora og spikeren. Det er derfor ikke noe energitap på grunn av friksjonsarbeid siden snora ikke glir på spikeroverflata. Ifølge loven om bevaring av den totale mekaniske energien i tyngdefeltet så har det ingen betydning hvilken bane et legeme følger når det beveger seg gjennom dette feltet. Det som har betydning, er høydeforskjellen som avgjør hvor mye potensiell energi som omdannes til kinetiske energi, og motsatt. Siden legemet starter med null hastighet til høyre for spikeren, vil legemets maksimale høyde på venstre side av spikeren tilsvare slipphøyden på høyre side.

Oppgave 8:



Summen av kreftene som virker på klossen på veien nedover skråplanet er gitt ved:

$$I = \sum F \cdot t \quad \Rightarrow \quad \sum F = \frac{I}{t}$$

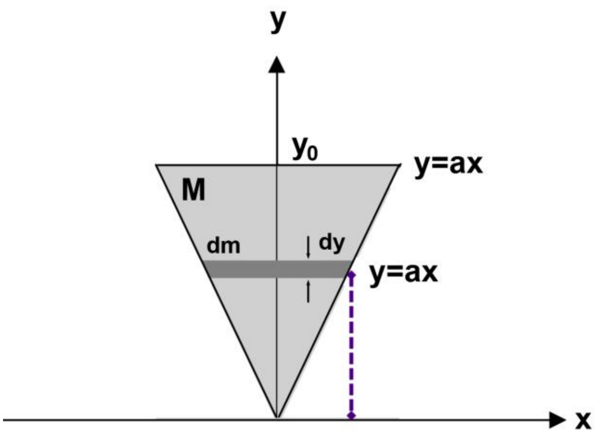
Tiden t det tar legemet å stoppe opp er bestemt ved bevegelsesligningen

$$s = \frac{v + v_0}{2} \cdot t = \frac{v_0 \cdot t}{2} \quad \Rightarrow \quad t = \frac{2s}{v_0}$$

Summen av kreftene som virker på klossen er da videre:

$$\sum F = \frac{I}{t} = \frac{I \cdot v_0}{2s} = \frac{2{,}55 \text{ kgm/s} \cdot 3{,}4 \text{ m/s}}{2 \cdot 2{,}3 \text{ m}} = 1{,}88 \text{ N}$$

Oppgave 9:



Massen M er jevnt fordelt over hele den trekantede flata. Videre er legemet symmetrisk om y-aksen. Ut fra dette kan vi fastslå at

$$x_{cm} = 0$$

Den tilhørende y-koordinaten finner vi ved å beregne integralet:

$$y_{cm} = \frac{1}{M} \int_0^{y_0} y \, dm$$

Jevn massefordeling innebærer at:

$$\sigma = \frac{M}{A} = \frac{M}{x_0 \cdot y_0} = \frac{M}{\frac{y_0}{a} \cdot y_0} = \frac{aM}{y_0^2} = \frac{dm}{dA} \quad \Rightarrow \quad dm = \frac{aM}{y_0^2}\, dA$$

Ettersom legemets sidekanter er gitt ved $y = ax$ er:

$$dA = 2x\, dy = \frac{2y}{a}\, dy$$

som ved å sette inn i uttrykket for dm gir:

$$dm = \frac{aM}{y_0^2} \cdot \frac{2y}{a} dy = \frac{2M}{y_0^2}\, y dy$$

Innsatt i integralet over gir dette at:

$$y_{cm} = \frac{1}{M} \int_0^{y_0} y \cdot \frac{2M}{y_o^2}\, y\, dy = \frac{2}{y_0^2} \int_0^{y_0} y^2\, dy = \frac{2}{y_0^2} \left[\frac{1}{3} y^3\right]_0^{y_0} = \frac{2}{3}\, y_0$$

Denne oppgaven viser at massemiddelpunktet (x_{CM}, y_{CM}) er det samme for en vilkårlig verdi for a så lenge toppflata befinner seg i høyden y_0. Merk deg at den totale massen M ikke har noen innvirkning på posisjonen til massemiddelpunktet.

Oppgave 10:

Her bruker vi rakettligningen som er gitt ved:

$$\Delta v = u \ln\left(\frac{m_0}{m_f}\right)$$

Vi må finne den gjenværende massen m_f etter tiden 60 s. Denne massen finner vi ved å først beregne hvor mye drivstoff som forbrennes pr sek. Kraftstøtloven, eller impulsen, fra avgassene som virker på raketten gir

$$F \cdot \Delta t = \Delta m \cdot u \quad \Rightarrow \quad \frac{\Delta m}{\Delta t} = \frac{F}{u} = \frac{200000\ \mathrm{N}}{2500\ \mathrm{m/s}} = 80\ \mathrm{kg/s}$$

I løpet av 60 s forbrennes dermed:

$$\Delta m = 80\ \mathrm{kg/s} \cdot 60\ \mathrm{s} = 4800\ \mathrm{kg}$$

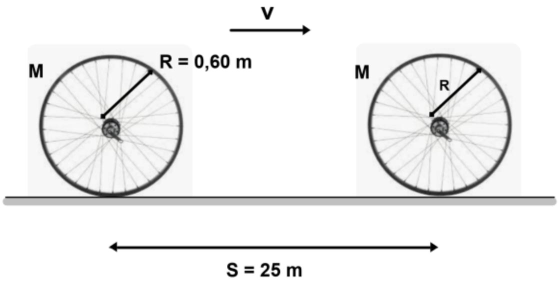
drivstoff. Det gjenværende drivstoffet inne i raketten er dermed:

$$m_f = 50000\ \mathrm{kg} - 4800\ \mathrm{kg} = 45200\ \mathrm{kg}$$

Farta raketten har oppnådd i løpet av denne tidsperioden er dermed:

$$\Delta v = u \ln\left(\frac{m_0}{m_f}\right) = 2500\ \mathrm{m/s} \cdot \ln\left(\frac{50000\ \mathrm{kg}}{45200\ \mathrm{kg}}\right) = 252\ \mathrm{m/s}$$

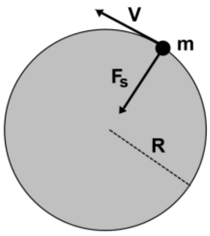
Oppgave 11:



Ved å anvende bevegelsesligningen for konstant hastighet samt rullebetingelsen $v = R\omega$ finner vi at hjulets rotasjonshastighet er:

$$s = v \cdot t = R\omega \cdot t \quad \Rightarrow \quad \omega = \frac{s}{R \cdot t} = \frac{25\ \mathrm{m}}{0{,}60\ \mathrm{m} \cdot 3{,}1\ \mathrm{s}} = 13{,}4\ 1/\mathrm{s}$$

Oppgave 12:



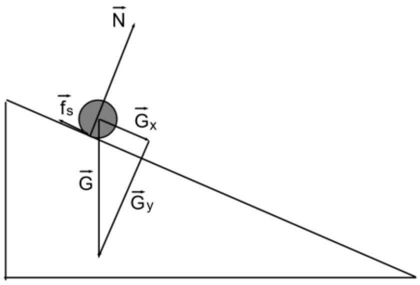
Sentripetalkrafta som virker på partikkelen, er gitt ved:

$$F_s = \frac{mv^2}{R}$$

der v er partikkelens basehastighet. Ved å anvende sammenhengen $v = R\omega$ tar dette uttrykket formen:

$$F_S = \frac{m(R\omega)^2}{R} = mR\omega^2 = 2{,}0\ \mathrm{kg} \cdot 0{,}50\ \mathrm{m} \cdot (10\ 1/\mathrm{s})^2 = 100\ \mathrm{N}$$

Oppgave 13:

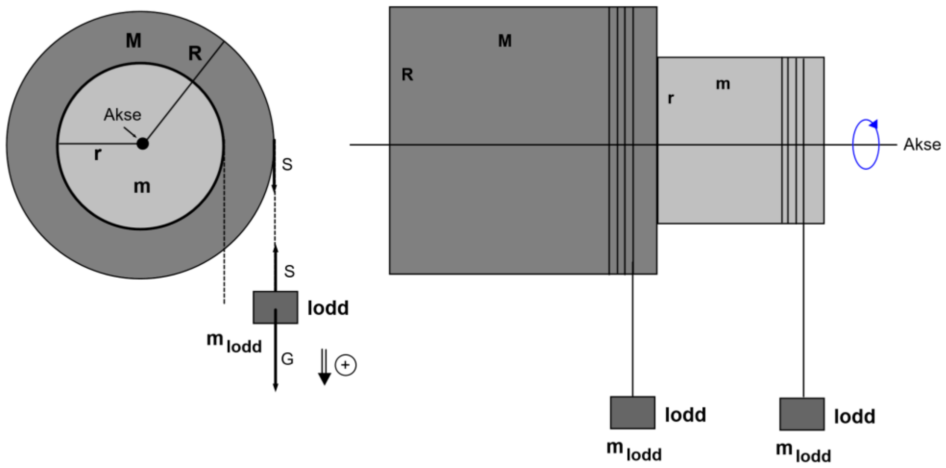


Et kraftmoment τ er definert som kraft ganger arm, det vil si:

$$\tau = F \cdot r \cdot \sin\theta$$

der θ er vinkelen mellom kraft-vektoren $\vec{F}$ og arma $\vec{r}$. Det sentrale poenget for at et kraftmoment skal oppstå er at krafta ikke har angrepspunkt som ligger i legemets massemiddelpunkt eller at kraftvektoren ikke peker hverken inn mot eller ut fra massemiddelpunktet. Den eneste krafta som oppfyller disse kravene, er den statiske friksjonskrafta $\vec{f_s}$ ettersom kula ikke glir.

Oppgave 14:



Legemets totale treghetsmoment I er uavhengig av hvilken sylinder loddet festes til:

$$I = \frac{1}{2}MR^2 + \frac{1}{2}mr^2$$

Snordraget S som produserer kraftmomentet τ på det sammensatte legemet er også uavhengig av hvilken sylinder loddet er festet til. Denne snorkrafta bestemmes av loddets vertikale bevegelse alene. Newtons 2.lov, med positiv retning nedover, gir at:

$$\sum F = G - S = m_{\text{lodd}}a \quad \Rightarrow \quad S = m_{\text{lodd}}g - m_{\text{lodd}}a = m_{\text{lodd}}(g - a)$$

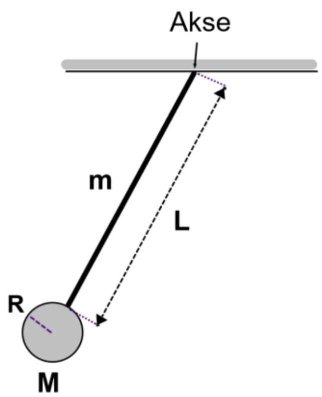
Festes loddet til den store sylinderen blir kraftmoment på hele legemet:

$$\tau_{stor} = I\alpha_{stor} = S \cdot R \quad \Rightarrow \quad \alpha_{stor} = \frac{S \cdot R}{I} = \frac{m_{\text{lodd}}(g - a)}{I} \cdot R$$

Festes loddet til den minste sylinderen får vi tilsvarende at:

$$\alpha_{liten} = \frac{m_{\text{lodd}}(g - a)}{I} \cdot r \; < \; \frac{m_{\text{lodd}}(g - a)}{I} \cdot R \quad \text{da} \quad R > r$$

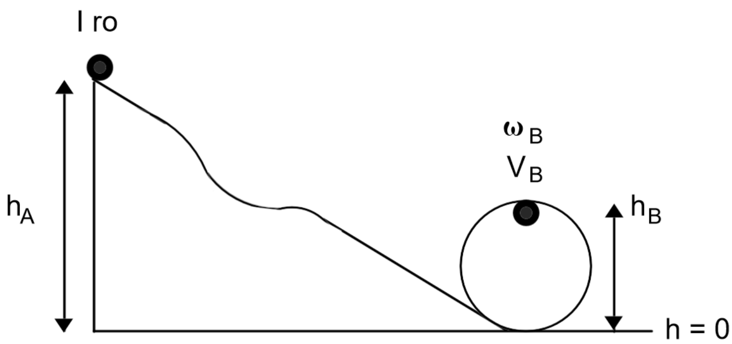
Oppgave 15:



Treghetsmomentet til dette sammensatte legemet er gitt ved:

$$\begin{aligned} I = I_{kule} + I_{stav} &= \frac{2}{5}MR^2 + M(L + R)^2 + \frac{1}{3}mL^2 \\ &= \frac{2}{5}MR^2 + ML^2 + 2MLR + MR^2 + \frac{1}{3}mL^2 \\ &= \frac{7}{5}MR^2 + \left(M + \frac{m}{3}\right)L^2 + 2MLR \end{aligned}$$

Oppgave 16:



Kula ruller rent uten å hverken gli eller hoppe langs banen. Dermed kan vi bruke bevaring av den totale mekaniske energien til å løse problemet.

$$mgh_A + \frac{1}{2}mv_A^2 + \frac{1}{2}I\omega_A^2 = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}I\omega_B^2$$

Med $v_A = 0$, $\omega_A = 0$ og valgt nullhøyde i bunnen av loopen, forenkles denne ligningen ned til:

$$mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}I\omega_B^2$$

Løser denne ligningen med hensyn på slipphøyden h_A:

$$mgh_A = mgh_B + \frac{1}{2}mv_B^2 + \frac{1}{2}(cmr^2)\left(\frac{v_B}{r}\right)^2 = mgh_B + \left(\frac{1+c}{2}\right)mv_B^2$$

$$\Downarrow$$

$$h_A = h_B + \left(\frac{1+c}{2g}\right)v_B^2$$

Oppgave 17:

Økningen i rotasjonsfart er en konsekvens av at krafta F utfører et mekanisk arbeid

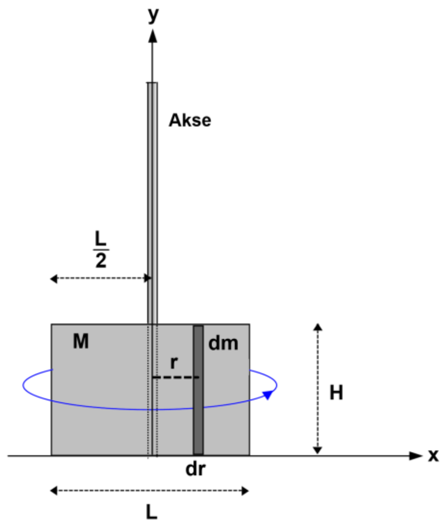
$$W = \tau \cdot \theta = \Delta K_{rot}$$

på sylinderen. Vinkelforflytningen θ blir ut fra denne sammenhengen:

$$\theta = \frac{\Delta K_{rot}}{\tau} = \frac{1}{2} \cdot I \cdot \frac{(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{F \cdot R} = \frac{1}{4}\,MR^2 \cdot \frac{(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{F \cdot R} = \frac{1}{4}MR \cdot \frac{(\omega_2^2 - \omega_1^2)}{F}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot 8{,}0\text{ kg} \cdot 0{,}40\text{ m} \cdot \frac{(8{,}0\text{ 1/s})^2 - (2.0\text{ 1/s})^2}{30\text{ N}} = 1{,}60\text{ rad}$$

Oppgave 18:



Ettersom stanga passerer gjennom platas massemiddelpunkt, trenger vi ikke bruke Steiners sats. Et infinitesimalt masse-element av den 2.dimensjonale plata er gitt ved:

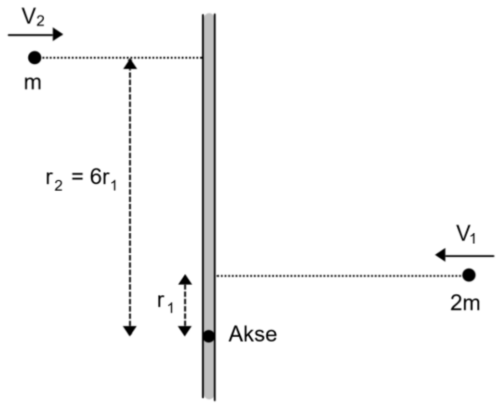
$$dm = \sigma \cdot\ dA = \frac{M}{A} \cdot\ Hdr = \frac{M}{H \cdot L} \cdot Hdr = \frac{M}{L}\ dr$$

Treghetsmomentet I om stanga blir dermed når vi velger «origo» der stanga befinner seg:

$$I = 2\int_0^{L/2} r^2\, dm = 2\int_0^{L/2} \frac{M}{L} r^2\, dr = \frac{2M}{L}\int_0^{L/2} r^2\, dr$$

$$= \frac{2M}{L}\left[\frac{1}{3}r^3\right]_0^{\frac{L}{2}} = \frac{2M}{L}\left[\frac{1}{3} \cdot \left(\frac{L}{2}\right)^3\right] = \frac{1}{12}ML^2$$

Oppgave 19:



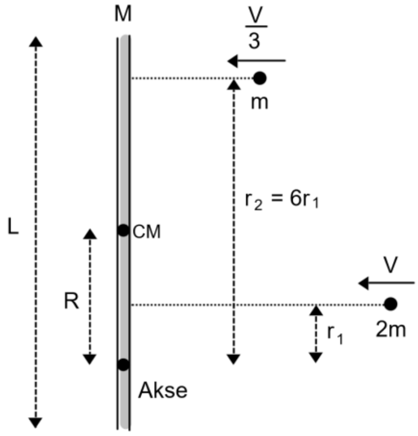
Ettersom staven ikke begynner å rotere er den totale dreieimpulsen til de to kulene lik null. Med positiv retning mot venstre gir dette at

$$\sum L = 2mv_1r_1 - mv_2r_2 = 0$$

Farta v_2 til kula oppe til venstre blir dermed:

$$v_2 = \frac{2mv_1r_1}{mr_2} = \frac{2v_1r_1}{r_2} = \frac{2v_1r_1}{6r_1} = \frac{1}{3}v_1$$

Oppgave 20:



Stavens rotasjonsfart ω_{stav} rett etter at punktpartiklene har truffet den avhenger av stavens + kulenes totale treghetsmoment I om rotasjonsaksen. Bruker vi Steiners setning finner vi at:

$$I_{tot} = MR^2 + \frac{1}{12}ML^2 + 2mr_1^2 + m(6r_1)^2$$

$$= MR^2 + \frac{1}{12}ML^2 + 38mr_1^2$$

Stavens rotasjonsfart blir videre:

$$\sum L_{kuler} = I_{tot}\omega_{stav} \quad \Rightarrow \quad \omega_{stav} = \frac{\sum L_{kuler}}{I_{tot}} = \frac{m \cdot 6r_1 \cdot \frac{v}{3} + 2m \cdot r_1 \cdot v}{MR^2 + \frac{1}{12}ML^2 + 38mr_1^2}$$

$$= \frac{4mr_1 v}{MR^2 + \frac{1}{12}ML^2 + 38mr_1^2}$$

Oppgave 21:

Bølga forplanter seg langs materialet med en frekvens $f = 32\ \mathrm{Hz}$ og en forplantningsfart $v = 7.5\ \mathrm{m/s}$. Med $\lambda = v/f$ finner vi at bølgas bølgetall er:

$$k = \frac{2\pi}{\lambda} = 2\pi \cdot \frac{f}{v} = 2\pi \cdot \frac{32\ \mathrm{Hz}}{7{,}5\ \mathrm{m/s}} = 26{,}8\ 1/\mathrm{m}$$

Oppgave 22:

Perioden for en harmonisk oscillator når legemet har masse m og fjæra har stivhet k er gitt ved:

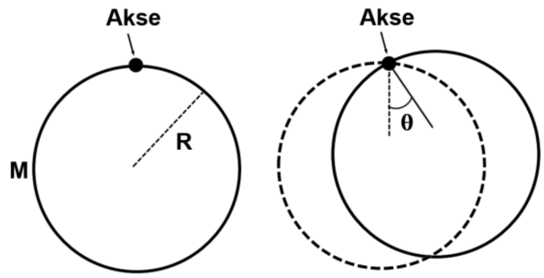
$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Dobles legemets masse til $2m$ får vi i stedet at:

$$T_1 = 2\pi\sqrt{\frac{2m}{k}} = \sqrt{2} \cdot \left(2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}\right) = \sqrt{2}\, T_0$$

Med andre: perioden øker med en faktor $\sqrt{2}$

Oppgave 23:



Treghetsmomentet til ringen finner vi ved å bruke Steiners setning:

$$I = I_{CM} + I_0 = MR^2 + MR^2 = 2MR^2$$

Ringens svingetid er dermed:

$$T = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{\frac{I}{mgd}} = 2\pi\sqrt{\frac{2MR^2}{MgR}} = 2\pi\sqrt{\frac{2R}{g}}$$

Oppgave 24:

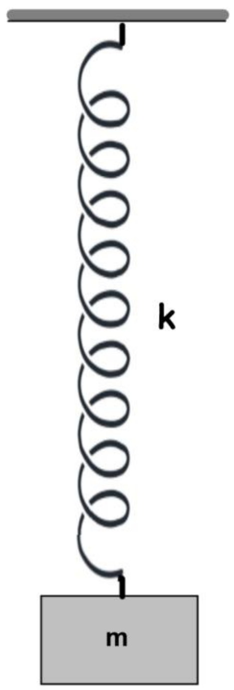
Kravet for å oppnå en dempet svingebevegelse er at

$$b^2 < 4mk \quad \Rightarrow \quad b < \sqrt{4mk}$$

Med en fjærstivhet $k = 0.95\ \mathrm{N/m}$ og et lodd med masse $m = 1{,}50\ \mathrm{kg}$ gir dette at:

$$b < \sqrt{4 \cdot 1{,}50\ \mathrm{kg} \cdot 0.95\ \mathrm{N/m}} = 2{,}39\ \mathrm{kg/s}$$

Oppgave 25:



Svingeligningen for en dempet svingning er gitt ved:

$$y(t) = A_0 e^{-\frac{b}{2m}t}\cos(\omega t + \Phi)$$

Vi bestemmer dempningskoeffisienten b ved å se på den dempede svingningen for loddet med masse $m = 0{,}50\ \mathrm{kg}$ hvor det tar $t = 10\ \mathrm{s}$ og halvere amplituden. Vi henter ut amplitude-leddet fra bølgefunksjonen over som i dette tilfellet tar formen

$$A_0 e^{-\frac{b}{2m}t} = \frac{A_0}{2} \quad \Rightarrow \quad e^{-\frac{b}{2m}t} = \frac{1}{2}$$

$$\Downarrow$$

$$-\frac{b}{2m} \cdot t = \ln\left(\frac{1}{2}\right) = -\ln 2$$

$$\Downarrow$$

$$b = \frac{2m \cdot \ln 2}{t} = \frac{2 \cdot 0.50\ \mathrm{kg} \cdot \ln 2}{10\ \mathrm{s}} = 0{,}0693\ \mathrm{kg/s}$$

For et lodd med masse $m = 0{,}75$ kg tar det dermed

$$t = \frac{2m \cdot \ln 4}{b} = \frac{2 \cdot 0.75\ \mathrm{kg} \cdot \ln 4}{0.0693\ \mathrm{kg/s}} = 30\ \mathrm{s}$$

innen amplituden er redusert ned til en fjerdedel av A_0.

Oppgave 26:

Bølgefunksjonen for en transversal bølge som forplanter seg langs en streng, og mot økende verdier for x, er gitt ved:

$$y(x,t) = A\sin(kx - \omega t + \Phi)$$

Bølgetallet k er ved bruk av oppgitte opplysninger:

$$k = \frac{2\pi f}{v} = \frac{2\pi \cdot 1{,}8\ \mathrm{Hz}}{1{,}5\ \mathrm{m/s}} = 7{,}54\ 1/\mathrm{m}$$

Videre er svingefrekvensen

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 1{,}8\ \mathrm{Hz} = 11.3\ 1/\mathrm{s}$$

og utslaget i posisjon $x = 0$ ved tiden $t = 0$

$$y(0{,}0) = A_0 \sin(k \cdot 0 - \omega \cdot 0 + \Phi) = 0 \Rightarrow \ A_0 \sin\Phi = 0$$

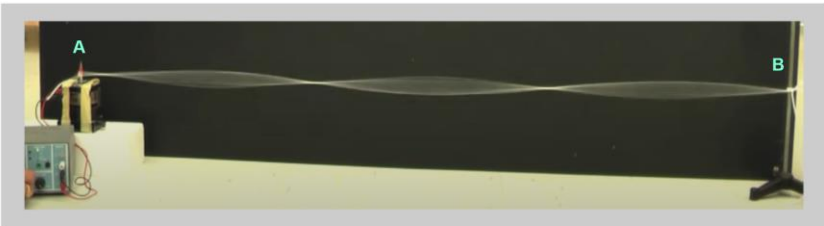
$$\Downarrow$$

$$\sin\Phi = 0 \ \Rightarrow \ \Phi = 0$$

Bølgefunksjonen er dermed:

$$y(x,t) = 1{,}5\sin(7{,}5x - 11t)$$

Oppgave 27:



Stående bølger langs strengen i figuren over oppstår på følgende måte. Generatoren til venstre produserer transversale bølger. Disse bølgene forplanter seg fra posisjon A til posisjon B på høyre side med en fasehastighet v gitt ved:

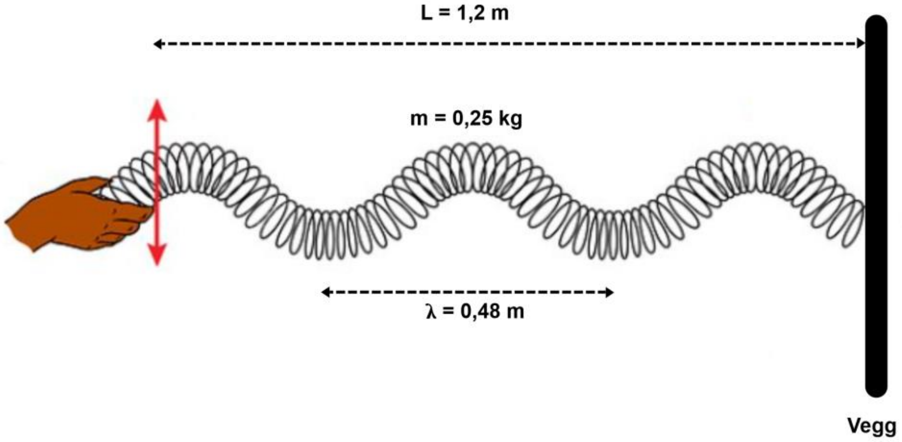
$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$$

Her er F krafta som strammer opp strengen og μ er strengens massetetthet. Et grunnleggende krav er at snora i posisjon B er festet til stativet slik at strengen her er stasjonær (node). Dette sørger for at bølgen reflekteres og propagerer tilbake mot posisjon A med samme fasehastighet v og frekvens f (langs samme streng). Ettersom frekvensen f ikke endrer seg endrer heller ikke bølgetall k seg siden

$$k = \frac{\omega}{v} = \frac{2\pi f}{v}$$

De innkommende bølgene fra venstre og de bølgene som returnerer interferer med hverandre. For bestemte frekvenser f_n, og dermed bølgetall k_n, er denne interferensen konstruktiv (resonans) og stående bølger oppstår.

Oppgave 28



Bølgelengden λ_1, relatert til grunnfrekvensen, for ei stående bølge langs denne fjæra er:

$$\lambda_1 = 2L = 2{,}4 \text{ m}$$

En stående bølge med bølgelengde $\lambda_n = 0{,}48 \text{ m}$ tilsvarer dermed den 5 harmoniske siden:

$$n = \frac{2{,}4 \text{ m}}{0{,}48 \text{ m}} = 5$$

Forplantningshastigheten v langs denne fjæra når oppstrammingskraften er 20 N er:

$$v = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F \cdot L}{m}} = \sqrt{\frac{20 \text{ N} \cdot 1.2 \text{ m}}{0{,}25 \text{ kg}}} = 9{,}8 \text{ m/s}$$

Den tilhørende frekvensen for den femte harmoniske er dermed:

$$f_5 = 5 \cdot f_1 = 5 \cdot \frac{v}{2L} = 5 \cdot \frac{9{,}8 \text{ m/s}}{2 \cdot 1{,}2 \text{ m}} = 20.4 \text{ Hz}$$

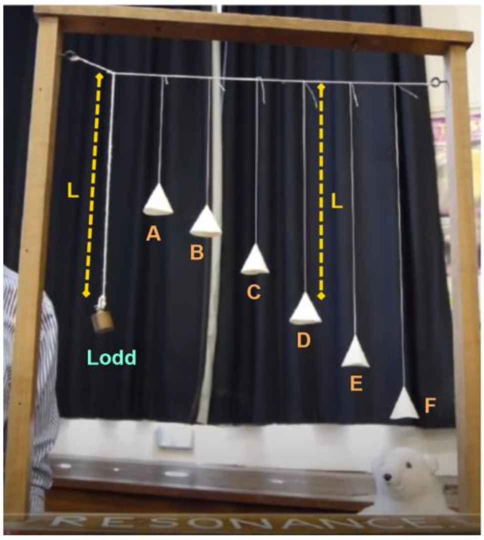
Oppgave 29:

Den ytre krafta må ha en frekvens som er identisk med fjær-lodd systemets egenfrekvens. Denne egenfrekvensen er gitt ved:

$$f = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m} - \left(\frac{b}{2m}\right)^2} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{250 \text{ N/m}}{6{,}4 \text{ kg}} - \left(\frac{0.50 \text{ kg/s}}{2 \cdot 6.4 \text{ kg}}\right)^2} = 0{,}99 \text{ Hz}$$

Energien fra den ytre krafta absorberes i dette tilfellet i sin helhet slik at den energien som går tapt på grunn av friksjonskreftene erstattes med energien som tilføres fra den ytre krafta.

Oppgave 30:



Resonans oppstår dersom pendelen med papirkjegla, eller bare papir-pendelen, har samme egenfrekvens som lodd-pendelen. For en fysisk pendel (hvor vi kan modellere loddet og papirkjeglene som tilnærmede punkt-partikler) er svingefrekvensen gitt ved:

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{L}}$$

der L er snorlengden. Denne formelen viser at papir-pendelen med samme snorlengde L som lodd-pendelen vil resonere med lodd-pendelen og dermed få en gradvis forsterket svingebevegelse.

Oppgave 31:

Trykkbølgas svingefrekvens er:

$$\omega = 2\pi f = 2\pi \cdot 600 \text{ Hz} = 3770 \text{ 1/s}$$

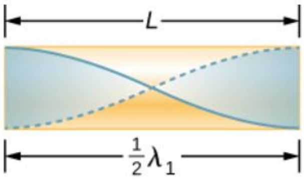
Videre er lydhastigheten i mediet:

$$v = \lambda \cdot f = 0.42 \text{ m} \cdot 600 \text{ Hz} = 252 \text{ m/s}$$

Luftpartiklenes utslagsamplitude blir dermed:

$$s_m = \frac{\Delta p_m}{\rho v \omega} = \frac{0.15 \text{ Pa}}{1{,}40 \text{ kg/m}^3 \cdot 252 \text{ m/s} \cdot 3770 \text{ 1/s}} = 1{,}1 \cdot 10^{-7} \text{ m}$$

Oppgave 32 (Stående bølge i et åpent rør)



Frekvensene som angir de stående bølgene i et rør som er åpent i begge ender er gitt ved:

$$f_n = n \cdot \frac{v}{2L} \quad ; \quad n = 1, 2, 3, 4, \ldots$$

Med $L = 0.80$ m er grunntonen gitt ved:

$$f_1 = \frac{v}{2L} = \frac{343 \text{ m/s}}{2 \cdot 0{,}80 \text{ m}} = 214.4 \text{ Hz}$$

De påfølgende overtonene er et multiplum av denne grunntonen (verdien av n som er et heltall). Den eneste frekvensen som ikke tilfredsstiller dette kravet, er 610 Hz ettersom:

$$\frac{610 \text{ Hz}}{214{,}4 \text{ Hz}} = 2{,}845$$

Oppgave 33:

Intensiteten til ei trykkbølge i en avstand r fra lydkilden er gitt ved:

$$I = \frac{p}{4\pi r^2}$$

Ettersom effekten p for en og samme bølge er den samme i det den produseres ved lydkilden, er avstanden r_2 fra kilden:

$$\frac{I_1}{I_2} = \left(\frac{r_2}{r_1}\right)^2 \quad \Rightarrow \quad r_2 = \sqrt{\frac{I_1}{I_2}} \cdot r_1 = \sqrt{5} \cdot r_1 = \sqrt{5} \cdot 2{,}4 \text{ m} = 5{,}37 \text{ m}$$

Avstanden mellom de to posisjonene er dermed:

$$\Delta r = r_2 - r_1 = 5{,}37 \text{ m} - 2{,}40 \text{ m} = 2{,}97 \text{ m}$$

Oppgave 34:

Her er det enklest å bruke desibel-beregning siden to intensiteter skal sammenlignes. Utgangspunktet blir dermed at:

$$\beta_{r_1}(dB) = 10 \log\left(\frac{I_1}{I_0}\right) \qquad \text{og} \qquad \beta_{r_2}(dB) = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_0}\right)$$

Forskjellen i intensitet mellom posisjon r_1 og r_2 er dermed:

$$\Delta\beta = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right) = 10 \log\left(\frac{1}{6}\right) = -7.78 \text{ dB}$$

Oppgave 35 (Doppler-effekten)

Frekvensen som kilden sender ut når denne står i ro er 350 Hz. Når denne kilden kommer imot deg observerer du som står i ro en frekvens på 410 Hz. Dermed må kildens hastighet v_s være:

$$f' = f_0\left(\frac{1}{1 - \frac{v_s}{v}}\right) \quad \Rightarrow \quad v_s = v\left(1 - \frac{f_0}{f'}\right) = 343 \text{ m/s} \cdot \left(1 - \frac{350 \text{ Hz}}{410 \text{ Hz}}\right) = 50 \text{ m/s} \approx 181 \text{ km/h}$$