TFY4109 Fysikk Eksamen 14. desember 2015

Løsningsforslag

---

1) $m = \rho V = \rho \cdot 4\pi R^2 \cdot t = 1 \cdot 4\pi \cdot (6370 \cdot 10^3)^2 \cdot 10 \cdot 10^3\,\mathrm{kg} = 5.1 \cdot 10^{18}\,\mathrm{kg}$.
B

---

2) Periode $T = 1/500$ minutt tilsvarer vinkelhastighet $\omega = 2\pi/T = 2\pi/(60\,\mathrm{s}/500) = 52.36\,\mathrm{s}^{-1}$, og dermed en (sentripetal-)akselerasjon $a = \omega^2 r = 52.36^2 \cdot 0.75\,\mathrm{m/s}^2 = 2056\,\mathrm{m/s}^2 \simeq 2.1\,\mathrm{km/s}^2$.
E

---

3) $\alpha(t) = d\omega(t)/dt = \omega_0^2 \exp(-\omega_0 t)$, dvs vinkelakselerasjonen er størst ved $t = 0$ og avtar deretter eksponentielt mot null, som i figur A.
A

---

4) Etter 4 sekunder, som er "tidskonstanten" for hastighetsøkningen til karusellen ($1/\omega_0 = 4$ s), er vinkelhastigheten fortsatt økende. Nå har også karusellen oppnådd en betydelig hastighet. Det betyr at akselerasjonen $\boldsymbol{a}$ har komponenter både radielt innover (sentripetalkomponenten) og tangentielt i fartsretningen (banekomponenten). Følgelig er vektoren merket med E den riktige.
E

---

5) Karusellen alene: $I_0 = MR^2/2 = 2000 \cdot 4.0^2/2 = 16000$ kg m^2. I tillegg kommer 8 "punktbønder", hver med treghetsmoment $I_b = mr^2 = 80 \cdot 3.0^2 = 720$ kg m^2. Alt i alt: $I = 16000 + 8 \cdot 720 = 16000 + 5760 = 21760 \simeq 2.2 \cdot 10^4$ kg m^2.
A

---

6) Hver vinbonde har en banedreieimpuls relativt det angitte punktet på rotasjonsaksen, $L_b = mrv = mr^2\omega_0$, når maksimal vinkelhastighet er oppnådd. Innsetting av tallverdier gir $L_b = 80 \cdot 3.0^2 \cdot 0.25 = 180$ Js.
D

---

7) Newtons 2. lov for rotasjon (om fast akse): $\tau(t) = I\alpha(t)$. Her er $\tau(t) = rF(t)$ og $\alpha(t) = \omega_0^2 \exp(-\omega_0 t)$, slik at $F(t) = I\omega_0^2 \exp(-\omega_0 t)/r$.
D

---

8) Siden $\omega = d\phi/dt$, er

$$\begin{aligned} \int_0^{10\pi} d\phi &= \int_0^T \omega_0(1 - \exp(-\omega_0 t))dt \\ &= \omega_0 T + \exp(-\omega_0 T) - 1 \\ &= x + \exp(-x) - 1. \end{aligned}$$

Ligningen $x = 10\pi - \exp(-x) + 1$ kan ikke løses analytisk, men den kan løses numerisk, for eksempel ved å gjenta (iterere) ligningen $x_{n+1} = 10\pi - \exp(-x_n) + 1$, dvs gjette en løsning x_1 som settes inn på høyre side og gir x_2, som igjen kan settes inn på høyre side, osv, inntil konvergens, dvs $x_{n+1} \simeq x_n$ med tilstrekkelig nøyaktighet.
B

---

9) Statisk friksjonskraft kan maksimalt bli $f = \mu_s N = \mu_s M g$, og m og M blir liggende i ro dersom snordraget $S = mg$ ikke overstiger f. Med andre ord, $\mu_s M g \geq mg$, som gir $\mu_s \geq m/M = 0.1$.
A

---

10) Her har vi lineær bevegelse med konstant akselerasjon, slik at $h = at^2/2$, med $h = 0.20$ m. N2 for m: $mg - S = ma$. N2 for M: $S = Ma$. Eliminasjon av S gir $a = gm/(m + M) = g/11$, og dermed $t = \sqrt{2h/a} = \sqrt{22h/g} = \sqrt{22 \cdot 0.2/9.81} = 0.67$ s.
C

---

11) Friksjonskraft: $f = \mu_k mg \cos 22°$. Tyngdens komponent nedover langs skråplanet: $mg \sin 22°$. N1 krever at disse to er like store, dvs $\mu_k = \tan 22° = 0.40$.
C

---

12) Etter 6 sekunder har mannen tilbakelagt ca 12 m. Da har gjennomsnittsfarten vært ca 2 m/s disse 6 sekundene.
D

---

13) Kassa henger i ro, så snordraget i den vertikale snora må være lik mg, tyngden av kassa. N1 anvendt på knutepunktet der de tre snorene møtes tilsier at S må ha vertikalkomponent lik $mg/2$, med andre ord $S \sin 7° = mg/2$, som gir $S = mg/2 \sin 7° = 5.0 \cdot 9.81/2 \cdot 0.122 = 201 \simeq 200$ N.
C

---

14) N1 gir $bv = mg$, dvs $b = mg/v = 2.7 \cdot 9.81/9.0$ g/s $= 3$ g/s.
A

---

15) Andel mekanisk energi som har gått tapt:

$$\frac{U - K}{U} = \frac{mgh - mv^2/2}{mgh} = 1 - \frac{v^2}{2gh} = 1 - \frac{9.0^2}{2 \cdot 9.81 \cdot 15} = 1 - 0.28 = 0.72,$$

dvs 72%.
E

---

16) Stanga:

$$I = I_0 + Md^2 = M \cdot (5R)^2/12 + M \cdot (5R/2)^2 = MR^2(25/12 + 25/4) = 100MR^2/12.$$

Kuleskallet:

$$I = I_0 + Md^2 = 2MR^2/3 + M \cdot (6R)^2 = MR^2(2/3 + 36A) = 110MR^2/3 = 440MR^2/12.$$

Totalt:

$$I = 540MR^2/12 = 45MR^2.$$

B

---

17) C-atomene er i avstand 1.4 Å fra aksen og H-atomene er i avstand 2.5 Å fra aksen. Dermed, i enheten uÅ^2:

$$I_0 = 6\left(12 \cdot 1.4^2 + 1 \cdot 2.5^2\right) = 6 \cdot 29.77 \simeq 179.$$

E

---

18) Her er 4 C-atomer i avstand $1.4 \cdot \cos 30° = 1.4 \cdot \sqrt{3}/2$ fra aksen og 4 H-atomer er i avstand $2.5 \cdot \sqrt{3}/2$ fra aksen. (De resterende C- og H-atomene er *på* aksen.) Dermed:

$$I_1 = 4\left(12 \cdot 1.4^2 \cdot 3/4 + 1 \cdot 2.5^2 \cdot 3/4\right) = I_0/2.$$

D

---

19) Energibevarelse gir $mgh = mv^2/2 + MV^2/2$. Impulsbevarelse horisontalt (ingen ytre krefter horisontalt) gir $mv = MV$, dvs $v = MV/m$, som innsatt i ligningen for energibevarelse gir $mgh = M^2V^2/2m + MV^2/2$, dvs

$$V = \sqrt{\frac{2mgh}{M + M^2/m}}.$$

Innsetting av tallverdier gir

$$V = \sqrt{\frac{2 \cdot 0.050 \cdot 9.81 \cdot 0.30}{0.350 + 0.350^2/0.050}} = 0.32\,\mathrm{m/s} = 32\,\mathrm{cm/s}.$$

D

---

20) For fysisk pendel er $\omega = \sqrt{Mgd/I}$, med I lik treghetsmomentet mhp akslingen og d lik avstanden fra CM til akslingen, her $d = L/2 = 49$ cm. Steiners sats gir $I = ML^2/12 + ML^2/4 = ML^2/3$, slik at $\omega = \sqrt{(MgL/2)/(ML^2/3)} = \sqrt{3g/2L}$. Svingetiden er dermed

$$T = 2\pi\omega = 2\pi\sqrt{2L/3g} = 2\pi\sqrt{2 \cdot 0.98/3 \cdot 9.81} = 1.6\,\mathrm{s}.$$

A

---

21) $T = 2\pi\sqrt{L/g} = 2\pi\sqrt{25/9.81} = 10\,\mathrm{s}.$
D

---

22) Kula svinger praktisk talt lineært (horisontalt) fram og tilbake, med utsving $x(t) = x_0 \sin \omega t$, dvs med hastighet $v(t) = \dot{x}(t) = x_0\omega \cos \omega t$. Kulas maksimale hastighet er dermed $x_0\omega = x_0 \cdot 2\pi/T = 1.0 \cdot 2\pi/10 = 0.63$ m/s = 63 cm/s.
B

---

23) $\theta_0 = \arctan(1/25) = 2.3°$.
C

---

24) Amplituden for en fri, dempet svingning avtar eksponentielt med tiden, og vi skal finne tiden τ som det tar før amplituden er redusert til det halve:

$$\exp(-\gamma\tau) = 1/2 \quad \Rightarrow \quad \tau = (\ln 2)/\gamma = (\ln 2)/(b/2M) = (\ln 2)/(0.006/80) = 9242 \text{ s}.$$

Dette er 2 timer og 34 minutter, så klokka er da 05:34.
E

---

25) $Q = f_0/\Delta f = \omega_0/\Delta\omega = \sqrt{g/L}/2\gamma = \sqrt{g/L}/(b/M) = \sqrt{9.81/25}/(0.006/40) = 4176 \simeq 4 \cdot 10^3$.
B

---

26) Lydhastigheten i luft er proporsjonal med kvadratroten av absolutt temperatur T, målt i K (kelvin). Vi har $T = 253$ K og $T = 293$ K ved hhv 20 kuldegrader og 20 varmegrader, slik at $v(253) = v(293)\sqrt{253/293} = 340 \cdot 0.929 = 316$ m/s.
A

---

27) Med lik utsendt intensitet I i alle retninger avtar I kvadratisk med avstanden fra lydkilden. Dermed er $I(25) = I(5)/25$, og $\beta(25) = 10 \log(I(25)/I_0) = 10 \log(I(5)/25 I_0) = 10 \log(I(5)/I_0) - 10 \log 25 = 80$ dB - 14 dB = 66 dB.
C

---

28) Grunntonen: $\lambda = 2L = 1.40$ m. Vi har videre $\lambda = v/f$ og $v = \sqrt{S/\mu}$. Dermed er $S = \mu(\lambda f)^2 = 0.010 \cdot (1.40 \cdot 65.4)^2 = 134$ N.
A

---

29) Grunntonen i rør som er lukket i en ende og åpen i en ende: $\lambda = 4L$. Dermed: $L = \lambda/4 = v/4f = 340/4 \cdot 30 = 340/120 = 2.83$ m = 283 cm.
D

---

30) Første overtone i et slik rør har $L = 3\lambda/4$, dvs $\lambda = 4L/3$, dvs 1/3 av bølgelengden til grunntonen, og dermed 3 ganger så høy frekvens, dvs 90 Hz.
C

---

31) $\lambda = 2\pi/k = 2\pi/\sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = 2\pi/\sqrt{0.25 + 0.25 + 1.0} = 2\pi/\sqrt{1.5} = 5.13$ m = 513 cm.
E

---

32) Bølgetallsvektorens komponent i xy-planet har lengde $k_{xy} = \sqrt{0.25 + 0.25} = \sqrt{0.5}$ m^{-1} og $k_z = 1.0$ m^{-1}. Dermed: $\alpha = \arctan(k_{xy}/k_z) = \arctan(\sqrt{0.5}) = 35°$.
C

---

33) Lydhastigheten i vannet er $v = \sqrt{B/\rho} = 1483$ m/s. Intensiteten blir da $I = \bar{\varepsilon} \cdot v = (1/2)\rho\xi_0^2\omega^2 v = 0.5 \cdot 1000 \cdot (0.15 \cdot 10^{-6})^2 \cdot (2\pi \cdot 1483)^2 \cdot 1483 \simeq 1.5$ W/m^2.
C

---

34) Total energi i bølgepulsen er

$$E = \int dE = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(x)dx = \frac{4Sy_0^2}{a^4}\int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-2x^2/a^2}\,dx.$$

For å få integralet på samme form som oppgitt i formelvedlegget substitueres $\beta = \sqrt{2}x/a$. Da er $x^2dx = (a^3/2\sqrt{2})\beta^2 d\beta$, og

$$E = \frac{2Sy_0^2}{\sqrt{2}a}\cdot\frac{\sqrt{\pi}}{2} = \frac{\sqrt{\pi}Sy_0^2}{\sqrt{2}a}.$$

Innsetting av tallverdier gir $E = 0.047$ J $= 47$ mJ.
Den kjappe løsningen: E må være proporsjonal med S og y_0^2, basert på uttrykket for $\varepsilon(x)$. Av dimensjonsmessige grunner må da E også være proporsjonal med $1/a$. Den manglende tallfaktoren må være av størrelsesorden 1, slik at $E \simeq Sy_0^2/a = 75\cdot 0.005^2/0.05 = 0.04$ J $= 40$ mJ. Bare alternativ C er i nærheten av dette.
C

---

35) 140 km/h tilsvarer 38.89 m/s. Da har vi, når Randi og Ronny kjører rett mot hverandre, $f_{\text{max}} = 350\cdot(340+38.89)/(340-38.89) = 440$ Hz, og når Randi og Ronny kjører fra hverandre, $f_{\text{min}} = 350\cdot(340-38.89)/(340+38.89) = 278$ Hz.
E

---

36) Siden $v = \lambda f$ og $v = \sqrt{S/\mu}$, er $S(f) = kf^2$ (med k en konstant). Da er $\Delta S/\Delta f \simeq dS/df = 2kf = 2S/f$, med andre ord $\Delta S/S = 2\Delta f/f = 2\%$, siden $\Delta f = f_1 - f_2 = f_S = 4$ Hz, svevefrekvensen, og $f \simeq 440$ Hz.
B

---

37) Konstruktiv interferens når $d\sin\theta = n\lambda$, og $n = \pm 1$ for 1. ordens maksimum. Her er $d = 1/600$ mm, dvs $d = 1.67\cdot 10^{-6}$ m. Retningsvinkelen som gir 1. ordens maksimum er dermed $\theta = \arcsin(\lambda/d) = \arcsin(635\cdot 10^{-9}/1.67\cdot 10^{-6}) = 22.40^\circ$, som tilsvarer en avstand y fra 0. ordens maksimum gitt ved $y = L\tan\theta = 600\,\text{cm}\cdot\tan 22.40^\circ = 247$ cm.
D

---

38) Med mikrofonen i lik avstand fra de to lydkildene, som sender ut lyd i fase, blir lydbølgens amplitude dobbelt så stor med to som med en lydkilde. Siden intensiteten er proporsjonal med kvadratet av amplituden, blir denne firedoblet. Dermed:

$$\beta(2) = 10\log(I(2)/I_0) = 10\log(4I(1)/I_0) = 10\log 4 + \beta(1) = 6\,\text{dB} + 55\,\text{dB} = 61\,\text{dB}.$$

A

---

39) Med $D = 2$ km og (midlere eller "typisk") bølgelengde $\lambda = 100$ km er vi på grunt vann, i den forstand at produktet $kD = 2\pi D/\lambda = \pi/25$ er mye mindre enn 1. Da er $\tanh(kD) \simeq kD$, og $\omega(k) \simeq \sqrt{gD}k$, dvs vi har lineær dispersjon. Bølgepakkens gruppehastighet er

$$v_g = v_f = \frac{d\omega}{dk} = \frac{\omega}{k} = \sqrt{gD} = 140\,\text{m/s}.$$

C

---

40) Med $D = 1$ m og (midlere eller "typisk") bølgelengde $\lambda = 1$ m er vi på dypt vann, i den forstand at produktet $kD = 2\pi D/\lambda = 2\pi$ er mye større enn 1. Da er $\tanh(kD) \simeq 1$, og $\omega(k) \simeq \sqrt{gk}$. Bølgepakkens gruppehastighet er

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \sqrt{g/4k} = \sqrt{g\lambda/8\pi} = 0.6\,\mathrm{m/s}.$$

B

---

41) Keplers 3. lov gir for Jupiters omløpstid T, målt i "jordiske år":

$$T = 1 \cdot (780/150)^{3/2} = 11.9.$$

D

---

42) Tyngdens akselerasjon er proporsjonal med planetens masse og omvendt proporsjonal med kvadratet av planetens radius, dvs omvendt proporsjonal med volumet opphøyd i 2/3. Dermed er tyngdens akselerasjon på Plutos overflate

$$g_{\mathrm{Pluto}} = g \cdot 0.00218/0.00647^{2/3} = 0.063\,g.$$

A

---

43) Raketten må oppnå en kinetisk energi $mv^2/2$ som er minst like stor som dens potensielle energi med uendelig avstand til Månen relativt på Månens overflate. Dette gir $mv^2/2 \geq GMm/R$, dvs $v \geq \sqrt{2GM/R}$, som med Månens masse innsatt for M og dens radius innsatt for R gir 2.4 km/s.
E

---

44) Med $f \sim \sqrt{g}$ er $T \sim 1/\sqrt{g}$, og siden $g \sim 1/r^2 = 1/(R+h)^2$ (der R er jordradien og h er høyden over havet), blir $T \sim R + h$. Med andre ord,

$$T(h_2)/T(h_1) = (R+h_2)/(R+h_1) = (R+h_1+h_2-h_1)/(R+h_1) = 1 + \frac{h_2-h_1}{R+h_1},$$

med $h_1 = 120$ m og $h_2 = 440$ m. Dermed:

$$T(440) = T(120) \cdot \left(1 + \frac{320}{6370120}\right) = T(120) \cdot 1.00005.$$

Det betyr at hvis studentens mekaniske pendelur "tikker" nøyaktig en gang pr sekund på Moholt, ville den i løpet av de 3 døgnene, dvs i løpet av de 259200 sekundene, ha tikket 259200 ganger på Moholt, og klokka ville ha vist 19:00:00. På Studenterhytta tikker klokka litt langsommere – en gang i løpet av 1.00005 sekunder. I løpet av 3 døgn tikker den dermed bare 259200/1.00005 ganger, dvs 259187 ganger, og den går nå 13 sekunder for sakte. Studentens klokke viser altså 18:59:47 i det Dagsrevyen starter.
Her hadde det dessverre blitt fortegnskrøll i svaralternativene, slik at ingen av svarene var riktige. Alle får da 2 poeng på denne oppgaven.
ABCDE

---

45) Kun alternativ B har riktig enhet og må derfor være riktig svar. Utregning baserer seg på at gravitasjonskraften GmM/R^2 skal gi riktig akselerasjon, nemlig v^2/R, sentripetalakselerasjonen. Dessuten er omløpstida omkretsen dividert med hastigheten, $T = 2\pi R/v$. Dermed: $GmM/R^2 = mv^2/R = m(2\pi R/T)^2/R$, som gir $T = \sqrt{4\pi^2 R^3/MG}$. Siden $\rho = M/V = 3M/4\pi R^3$, er $R^3/M = 3/4\pi\rho$, som innsatt i uttrykket for T gir $T = \sqrt{3\pi/\rho G}$.
B

---

46) Astrid kan ikke gjøre annet enn å regne ut at $\Delta v = 1.60\,c$. (Dette er ikke i konflikt med Einsteins spesielle relativitetsteori; det er ingen objekter som påstås å ha hastighet større enn c.)
E

---

47) Med Einsteins addisjonsformel:

$$v_{BC} = \frac{v_{BA} + v_{AC}}{1 + v_{BA}v_{AC}/c^2} = \frac{1.60\,c}{1 + 0.64} = 0.98\,c.$$

C

---

48) Reduksjon i solmassen pr tidsenhet (P = utstrålt effekt):

$$dM/dt = (dE/dt)/c^2 = P/c^2 = 3.8 \cdot 10^{26}\ \mathrm{J/s}/(9 \cdot 10^{16}\ (\mathrm{m/s})^2) = 4.2 \cdot 10^9\ \mathrm{kg/s}.$$

E

---

49) Årlig energiforbruk i SI-enhet: $2.3 \cdot 10^{15}\,\mathrm{J/s} \cdot 3600\,\mathrm{s} = 8.28 \cdot 10^{18}$ J. Divisjon med c^2 gir den etterspurte massereduksjonen, 92 kg.
A

---

50) Med $v = c/2$ er Lorentzfaktoren $\gamma = 1/\sqrt{1 - 1/4} = 2/\sqrt{3}$. Hver partikkel med masse m har dermed (relativistisk) impuls $p = \gamma mv = mc/\sqrt{3}$ (i hver sin retning). Total energi er $E = Mc^2$, startpartikkelens hvileenergi. Denne må være like stor som sluttenergien $2\sqrt{(pc)^2 + (mc^2)^2} = 2\sqrt{(mc^2)^2/3 + (mc^2)^2} = 4mc^2/\sqrt{3}$, som betyr at $m = \sqrt{3}M/4$. Da er massereduksjonen $M - 2m = M(1 - \sqrt{3}/2)$, som må bety at hvileenergien er redusert med $Mc^2(1 - \sqrt{3}/2) = 0.134Mc^2$. Det som ikke er hvileenergi er kinetisk energi, dvs $K = 0.134Mc^2$.
A
