TFY4109 Fysikk Eksamen 9. august 2016

Løsningsforslag

---

1) 1 BTU = 1055 J; 200 cal = 837 J; 0.0004 kWh = 1440 J; 10^{20} Ry = 218 J; 10^{22} eV = 1600 J. Sistnevnte er altså mest energi.
E

---

2) Periode $T = 1/500$ minutt tilsvarer vinkelhastighet $\omega = 2\pi/T = 2\pi/(60\,\mathrm{s}/500) = 52.36\,\mathrm{s}^{-1}$, og dermed en hastighet $v = \omega r = 52.36 \cdot 0.75\,\mathrm{m/s} = 39.3\,\mathrm{m/s}$.
C

---

3) Figur C passer med den oppgitte $\omega(t)$ i første del av karuselltturen.
C

---

4) $\alpha(t) = d\omega(t)/dt = -\omega_0^2 \exp(-\omega_0(t - T/2))$, dvs absoluttverdien av vinkelakselerasjonen avtar eksponentielt mot null, som i figur A.
A

---

5) Ved $t = T/2$ er $\omega \simeq \omega_0$, slik at personens maksimale hastighet blir $\omega_0 R = 0.5 \cdot 10 = 5.0$ m/s.
B

---

6) Karusellens maksimale dreieimpuls: $L_s = I_0\omega_0$, som med innsetting av oppgitte tallverdier gir $L_s = 0.5 \cdot 2000 \cdot 10^2 \cdot 0.5 = 50000$ Js = 50 kJs.
D

---

7) Newtons 2. lov for rotasjon (om fast akse): $\tau(t) = I_0\alpha(t)$. Her er $\tau(t) = rF(t)$ og $\alpha(t) = \omega_0^2 \exp(-\omega_0 t)$, slik at $F(0) = I_0\omega_0^2/r = MR^2\omega_0^2/2r = 2000 \cdot 100 \cdot 0.25/8.0 = 6250$ N = 6.3 kN.
D

---

8) Arealet under kurven $\omega(t)$ fra $T/2$ til T er presis det som må legges til arealet under $\omega(t)$ fra 0 til $T/2$ for å gi $\omega = \omega_0$ fra $t = 0$ til $t = T/2$. Total omløpt vinkel blir dermed $\Phi = \omega_0 \cdot T/2$, og antall omdreininger blir $\Phi/2\pi = \omega_0 T/4\pi \simeq 4.8$ med tallverdier innsatt.
C

---

9) Statisk friksjonskraft kan maksimalt bli $f = \mu_s N = \mu_s Mg$, og m og M blir liggende i ro dersom snordraget $S = mg$ ikke overstiger f. Med andre ord, $\mu_s Mg \geq mg$, som gir $\mu_s \geq m/M = 0.33$.
B

---

10) Her kan vi (for eksempel) bruke energibevarelse: Massen m har mistet potensiell energi lik mgh med $h = 0.50$ m. Dette tilsvarer samlet kinetisk energi for de to massene i det m treffer gulvet, $(m + M)v^2/2$. Dermed: $v = \sqrt{2mgh/(m + M)} = \sqrt{2 \cdot 1.0 \cdot 9.81 \cdot 0.50/4.0} = 1.6$ m/s.
A

---

11) Friksjonskraft: $f = \mu_k mg \cos 13°$. Tyngdens komponent nedover langs skråplanet: $mg \sin 13°$. N1 krever

at disse to er like store, dvs $\mu_k = \tan 13^\circ = 0.23$.
D

---

12) Gjennomsnittsfarten ser ut til å ha vært omtrent 5 m/s; dermed ca 45 m.
E

---

13) Kassa henger i ro, så snordraget i den vertikale snora må være lik mg, tyngden av kassa. N1 anvendt på knutepunktet der de tre snorene møtes tilsier at S må ha vertikalkomponent lik $mg/2$, med andre ord $S \sin 9^\circ = mg/2$, som gir $S = mg/2 \sin 9^\circ = 1.5 \cdot 9.81/2 \cdot 0.156 = 47$ N.
B

---

14) N1 gir $bv^2 = mg$, dvs $b = mg/v^2 = 2.7 \cdot 10^{-3} \cdot 9.81/81$ kg/m $= 3.3 \cdot 10^{-4}$ kg/m.
A

---

15) Andel mekanisk energi som har gått tapt:

$$\frac{U-K}{U} = \frac{mgh - mv^2/2}{mgh} = 1 - \frac{v^2}{2gh} = 1 - \frac{9.0^2}{2 \cdot 9.81 \cdot 35} = 0.88,$$

dvs 88%.
D

---

16) Stanga:

$$I = I_0 + Md^2 = M \cdot (4R)^2/12 + M \cdot (4R/2)^2 = MR^2(16/12 + 4) = 64MR^2/12 = 320MR^2/60.$$

Kula:

$$I = I_0 + Md^2 = 2MR^2/5 + M \cdot (5R)^2 = MR^2(2/5 + 25) = 127MR^2/5 = 1524MR^2/60.$$

Totalt:

$$I = 1844MR^2/60 \simeq 31MR^2.$$

E

---

17) Steiners sats gir

$$I_1 = 4\left(2MR^2/3 + M(5R/2)^2\right) = 83MR^2/3.$$

C

---

18) Steiners sats gir

$$I_2 = 4 \cdot 2MR^2/3 + 2 \cdot M(\sqrt{50}R/2)^2 = 83MR^2/3.$$

C

---

19) Energibevarelse gir $mgh = mv^2/2 + MV^2/2$. Impulsbevarelse horisontalt (ingen ytre krefter horisontalt) gir $mv = MV$, dvs $v = MV/m$, som innsatt i ligningen for energibevarelse gir $mgh = M^2V^2/2m + MV^2/2$, dvs

$$V = \sqrt{\frac{2mgh}{M + M^2/m}}.$$

A

---

20) For fysisk pendel er $\omega = \sqrt{Mgd/I}$, med I lik treghetsmomentet mhp akslingen og d lik avstanden fra CM til akslingen, her $d = L/2 = 19$ cm. Steiners sats gir $I = ML^2/12 + ML^2/4 = ML^2/3$, slik at $\omega = \sqrt{(MgL/2)/(ML^2/3)} = \sqrt{3g/2L}$. Svingetiden er dermed

$$T = 2\pi/\omega = 2\pi\sqrt{2L/3g} = 2\pi\sqrt{2 \cdot 0.38/3 \cdot 9.81} = 1.0\,\mathrm{s}.$$

B

---

21) $f = \sqrt{g/L}/2\pi = \sqrt{9.81/25}/2\pi = 0.1\,\mathrm{Hz}$.
B

---

22) Kula har maksimal hastighet hver gang den passerer likevektsposisjonen, med loddrett snor. Da er også snordraget maksimalt, og bestemt av N2, med $a = v^2/L$: $S - Mg = Mv^2/L$, dvs $S = M(g + v^2/L) = 40 \cdot (9.81 + 0.63^2/25) = 393$ N.
B

---

23) Her er det snakk om en liten vinkel, slik at $\theta_0 \simeq \tan\theta_0 \simeq \sin\theta_0 = 1/25 = 0.04$.
D

---

24) Amplituden for en fri, dempet svingning avtar eksponentielt med tiden, og vi skal finne tiden τ som det tar før amplituden er redusert til en femtedel:

$$\exp(-\gamma\tau) = 1/5 \quad \Rightarrow \quad \tau = (\ln 5)/\gamma = (\ln 5)/(b/2M) = (\ln 5)/(0.0060/80) = 21459 \text{ s}.$$

Dette er ca 6 timer.
D

---

25) $\rho = M/V = M/(4\pi R^3/3) = 40/(4\pi \cdot 0.001/3) \simeq 9.5 \cdot 10^3$ kg/m^3.
C

---

26) Lydhastigheten i luft er proporsjonal med kvadratroten av absolutt temperatur T, målt i K (kelvin). Vi har $T = 273$ K og $T = 293$ K ved hhv null grader og 20 varmegrader, slik at $v(273) = v(293)\sqrt{273/293} = 340 \cdot 0.965 = 328$ m/s.
B

---

27) Med lik utsendt intensitet I i alle retninger avtar I kvadratisk med avstanden fra lydkilden. Dermed er $I(5) = 9I(15)$, og $\beta(5) = 10\log(I(5)/I_0) = 10\log(9I(15)/I_0) = 10\log(I(15)/I_0) + 10\log 9 = 70$ dB + 10 dB = 80 dB.
E

---

28) Grunntonen: $\lambda = 2L = 1.40$ m. Vi har videre $\lambda = v/f$ og $v = \sqrt{S/\mu}$. Dermed er $S = \mu(\lambda f)^2 = 0.0019 \cdot (1.40 \cdot 220)^2 = 180$ N.
D

---

29) Grunntonen i rør som er lukket i en ende og åpen i en ende: $\lambda = 4L$. Dermed: $L = \lambda/4 = v/4f = 340/4 \cdot 55 = 340/220 = 1.55$ m.
A

---

30) Første overtone i et slik rør har $L = 3\lambda/4$, dvs $\lambda = 4L/3$, dvs 1/3 av bølgelengden til grunntonen, og dermed 3 ganger så høy frekvens, dvs 165 Hz.
E

---

31) $\lambda = 2\pi/k = 2\pi/\sqrt{k_x^2 + k_y^2 + k_z^2} = 2\pi/\sqrt{0.64 + 0.64 + 2.56} = 2\pi/\sqrt{3.84} = 3.21$ m.
C

---

32) Bølgetallsvektorens komponent i xy-planet har lengde $k_{xy} = \sqrt{0.64 + 0.64} = \sqrt{1.28}$ m^{-1} og $k_z = 1.60$ m^{-1}. Dermed: $\alpha = \arctan(k_{xy}/k_z) = \arctan(\sqrt{1.28}/1.60) = 35°$.
B

---

33) Lydhastigheten i vannet er $v = \sqrt{B/\rho} = 1483$ m/s. Intensiteten blir da $I = \bar{\varepsilon} \cdot v = (1/2)\rho\xi_0^2\omega^2 v = 0.5 \cdot 1000 \cdot (0.05 \cdot 10^{-6})^2 \cdot (2\pi \cdot 2200)^2 \cdot 1483 \simeq 0.35$ W/m^2.
A

---

34) Total energi i bølgepulsen er

$$E = \int dE = \int_{-\infty}^{\infty} \varepsilon(x)dx = \frac{4Sy_0^2}{a^4} \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-2x^2/a^2}\, dx.$$

For å få integralet på samme form som oppgitt i formelvedlegget substitueres $\beta = \sqrt{2}x/a$. Da er $x^2 dx = (a^3/2\sqrt{2})\beta^2 d\beta$, og

$$E = \frac{2Sy_0^2}{\sqrt{2}a} \cdot \frac{\sqrt{\pi}}{2} = \frac{\sqrt{\pi}Sy_0^2}{\sqrt{2}a}.$$

Innsetting av tallverdier gir $E = 0.0026$ J = 2.6 mJ.
En mer kvalitativ løsning: E må være proporsjonal med S og y_0^2, basert på uttrykket for $\varepsilon(x)$. Av dimensjonsmessige grunner må da E også være proporsjonal med $1/a$. Den manglende tallfaktoren må være av størrelsesorden 1, slik at $E \simeq Sy_0^2/a = 25 \cdot 0.0025^2/0.075 = 0.0021$ J = 2.1 mJ. Bare alternativ A er i nærheten av dette.
A

---

35) Vi har, når Justin og Usain løper rett mot hverandre, $f_{\max} = 600 \cdot (340 + 12)/(340 - 12) = 644$ Hz, og når de løper rett fra hverandre, $f_{\min} = 600 \cdot (340 - 12)/(340 + 12) = 559$ Hz.
C

---

36) Siden $v = \lambda f$ og $v = \sqrt{S/\mu}$, er $S(f) = kf^2$ (med k en konstant). Da er $\Delta S/\Delta f \simeq dS/df = 2kf = 2S/f$, med andre ord $\Delta S/S = 2\Delta f/f = 2 \cdot 7/433 = 0.03$, dvs 3 prosent.
B

---

37) Konstruktiv interferens når $d \sin\theta = n\lambda$, og $n = \pm 1$ for 1. ordens maksimum. Her er $d = 1/500$ mm, dvs $d = 2.00 \cdot 10^{-6}$ m. Retningsvinkelen som gir 1. ordens maksimum er dermed $\theta = \arcsin(\lambda/d) = \arcsin(500 \cdot 10^{-9}/2.00 \cdot 10^{-6}) = 14.48°$, som tilsvarer en avstand y fra 0. ordens maksimum gitt ved $y = L \tan\theta = 500\,\text{cm} \cdot \tan 14.48° = 129$ cm.
E

---

38) Med mikrofonen i lik avstand fra de to lydkildene, som sender ut lyd i fase, blir lydbølgens amplitude dobbelt så stor med to som med en lydkilde. Siden intensiteten er proporsjonal med kvadratet av amplituden, blir denne firedoblet. Dermed:

$$\beta(2) = 10 \log(I(2)/I_0) = 10 \log(4I(1)/I_0) = 10 \log 4 + \beta(1) = 6\,\text{dB} + 70\,\text{dB} = 76\,\text{dB}.$$

A

---

39) Med $D = 1$ km og (midlere eller "typisk") bølgelengde $\lambda = 50$ km er vi på grunt vann, i den forstand at produktet $kD = 2\pi D/\lambda = \pi/25$ er mye mindre enn 1. Da er $\tanh(kD) \simeq kD$, og $\omega(k) \simeq \sqrt{gD}k$, dvs vi har lineær dispersjon. Bølgepakkens gruppehastighet er

$$v_g = v_f = \frac{d\omega}{dk} = \frac{\omega}{k} = \sqrt{gD} = 99\,\text{m/s}.$$

D

---

40) Med $D = 2$ m og (midlere eller "typisk") bølgelengde $\lambda = 2$ m er vi på dypt vann, i den forstand at produktet $kD = 2\pi D/\lambda = 2\pi$ er mye større enn 1. Da er $\tanh(kD) \simeq 1$, og $\omega(k) \simeq \sqrt{gk}$. Bølgepakkens gruppehastighet er

$$v_g = \frac{d\omega}{dk} = \sqrt{g/4k} = \sqrt{g\lambda/8\pi} = 0.9\,\mathrm{m/s}.$$

C

---

41) Keplers 3. lov gir for Venus' midlere avstand a_V til Sola:

$$a_V = 150\,\mathrm{Gm} \cdot (0.615/1)^{2/3} \simeq 108\,\mathrm{Gm}.$$

A

---

42) Tyngdens akselerasjon er proporsjonal med planetens masse og omvendt proporsjonal med kvadratet av planetens radius, dvs omvendt proporsjonal med volumet opphøyd i 2/3. Dermed er tyngdens akselerasjon på Venus' overflate

$$g_{\mathrm{Venus}} = g \cdot 0.815/0.866^{2/3} = 0.90\,g.$$

C

---

43) Siden $g(r) \sim 1/r^2$ og vi skal finne høyden h som gir $g(R+h) = g(R)/4$, blir ligningen $1/(R+h)^2 = 1/4R^2$, dvs $R + h = \sqrt{4}R = 2R$, dvs $h = 2R - R = R = 6370$ km.
E

---

44) Relativistisk impuls: $p = \gamma mv$, der $\gamma = (1-v^2/c^2)^{-1/2}$. Her er $v_1 = 0.2c$, og vi skal finne hvilken verdi av v_2 som gir $p_2/p_1 = 2$. Innsetting gir en ligning med kun v_2 som ukjent, og løsningen av denne er $v_2 \simeq 0.38c$.
B

---

45) Einsteins addisjonsformel gir

$$v_{BA} = \frac{v_{BC} + v_{CA}}{1 + v_{BC}v_{CA}/c^2} = 1.80c/1.81 = 0.99c.$$

E

---

46) Vi har sammenhengen $E^2 = (pc)^2 + (mc^2)^2$, som gir

$$m = \sqrt{E^2 - (pc)^2}/c^2 = \sqrt{11}\,\mathrm{GeV}/c^2 = 5.9 \cdot 10^{-27}\,\mathrm{kg}.$$

D

---

47) $K = (\gamma-1)m_p c^2 = 800\cdot10^6\cdot1.6\cdot10^{-19} = 1.28\cdot10^{-10}$ J, slik at $\gamma = 1+1.28\cdot10^{-10}/1.67\cdot10^{-27}\cdot9\cdot10^{16} = 1.85$. Da kan vi finne protonenes hastighet: $1 - v^2/c^2 = 1/\gamma^2 = 0.29$, slik at $v = c\sqrt{1-0.29} = 0.84\,c$.
A

---

48) Vi har

$$pc = \sqrt{E^2 - (mc^2)^2} = \sqrt{(mc^2 + mc^2)^2 - (mc^2)^2} = \sqrt{3}mc^2,$$

slik at $p = \sqrt{3}mc$.
C

---

49) Vi har $\Delta x_a = 0$, $\Delta t_a = 4.5$ ns og $\Delta t_b = 7.5$ ns, og Δx_b skal bestemmes. Vi bruker Lorentztransformasjonene:

$$\Delta t_b = \gamma \left(\Delta t_a + \frac{v}{c^2} \Delta x_a \right) = \gamma \Delta t_a,$$

slik at $\gamma = 7.5/4.5 = 5/3$, dvs $v = 4c/5$, hastigheten til a relativt b. Dermed:

$$\Delta x_b = \gamma \left(\Delta x_a + v \Delta t_a \right) = \gamma v \Delta t_a = \frac{5}{3} \cdot \frac{4c}{5} \cdot 4.5\,\mathrm{ns} = 1.8\,\mathrm{m}.$$

B

---

50) Du måler et dopplerskift av frekvensen gitt ved

$$\overline{f} = \sqrt{\frac{c - v}{c + v}}\, f,$$

og dermed (siden $c = \lambda f$, dvs $f = c/\lambda$) et dopplerskift av bølgelengden gitt ved

$$\overline{\lambda} = \sqrt{\frac{c + v}{c - v}}\, \lambda.$$

Løsning av denne ligningen mhp din hastighet v gir, med $k = (\overline{\lambda}/\lambda)^2 = (700/400)^2 = 49/16$,

$$v = c \cdot \frac{k - 1}{k + 1} = c \cdot \frac{33}{65} = 0.51c.$$

C
