Inst. fysikk 2018

TFY4109 Fysikk (MTENERG)

Eksamen Des 2018. Løsningsforslag

Oppgave:	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	
Rett svar:	A	A	D	E	B	E	B	E	A	C	A	B	

Oppgave:	13	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25
Rett svar:	C	D	A	C	A	A	C	A	B	B	B	B	C

Oppgave:	26	27	28	29	30	31	32	33	34	35	36	37	
Rett svar:	B	D	C	A	D	B	B	E	D	D	D	B	

Oppgave:	38	39	40	41	42	43	44	45	46	47	48	49	50
Rett svar:	D	B	B	A	D	E	D!	X45	X46	X47	X48	X49	X50

Detaljer om spørsmålene:

1. A. H2018 Ingen horisontale krefter på kula, så $a_x = 0$, v_x er konstant, og x øker lineært med tiden t.

2. A. H2018 Energibevarelse gir:

$$\begin{aligned} \frac{1}{2}mv_1^2 + mga &= \frac{1}{2}mv_2^2 + mgb \\ \Rightarrow v_2 &= \left[v_1^2 + 2g\,(a-b)\right]^{1/2} \end{aligned}$$

3. D. H2018 Pianoet står i ro, så total kraft på det er null. Horisontalt påvirkes pianoet av deg, dvs skyvkraften på 700 N, og en motsatt rettet og like stor friksjonskraft fra teppet.

4. E. Impulsbevarelse: $|p_2| = |p_3| = p$. Det gir $K_3/K_2 = (p^2/6m)/(p^2/4m) = 2/3$, slik at $K_2/(K_2+K_3) = K_2/(5K_2/3) = 3/5 = 60\%$.

5. B. Beltedelen som har kontakt med underlaget står i ro. Øvre horisontale beltedel har dobbelt så stor hastighet som gravemaskinen.

6. E.

$$A = 4\pi r^2 = 15.205\,\mathrm{cm}^2$$

For å anslå usikkerheten i A, kan vi regne ut A med radius hhv 11.1 og 10.9 mm. Dette gir hhv 15.483 og 14.930 cm^2, så vi ser at usikkerheten i A er ca ±0.3 cm^2. Alternativt, og litt raskere, kan vi si at

$$\Delta A/A = 2\Delta r/r \quad \Rightarrow \quad \Delta A = 2A\Delta r/r \simeq 0.3\ \mathrm{cm}^2$$

7. B.

$$m = \rho V = 7.86\ \mathrm{g/cm}^3 \cdot (4\pi/3) \cdot 1.1; \mathrm{cm}^3 = 43.8\ \mathrm{g}$$

8. E.

$$I_0/m = 2r^2/5 = 48.4\ \mathrm{mm}^2$$

9. A.

$$K = mv^2/2 + I_0\omega^2/2 = 7mv^2/10$$

Starthøyde: $y_0 \cdot (1.2^4 - 1.2^2) = 0.6336y_0$. Dermed:

$$|\Delta U| = K \quad \Rightarrow \quad v = \sqrt{10g \cdot 0.6336y_0/7} = 149\,\mathrm{cm/s}$$

10. C. 10) C: Brattest i $x = \pm 6L/5$, med helningsvinkel gitt ved $\tan\theta = dy/dx$. Her er

$$dy/dx = y_0(4x^3/L^4 - 2x/L^2),$$

som i $x = \pm 6L/5$ er

$$|dy/dx|_{\max} \simeq 4.5y_0/L = 0.45.$$

Det gir en maksimal helningsvinkel $\theta_{\max} = \arctan 0.45 = 24°$.

11. A.I banens to bunnpunkter (og det lokale topp-punktet ved $x = 0$) er $dy/dx = 0$: $dy/dx \sim 4x^3/L^4 - 2x/L^2 \sim 4x^2/L^2 - 2 = 0$ for $x = \pm L/\sqrt{2}$. Her er $d^2y/dx^2 = y_0(12x^2/L^4 - 2/L^2) = y_0(6-2)/L^2 = 4y_0/L^2 = 1/\rho$, slik at krumningsradien er $\rho = L^2/4y_0 = 625$ cm.

12. B. Kinetisk energi øker lineært med tiden: $K(t) = A(t - t_0)$. Da er tilført effekt konstant: $P = dK/dt = A$. Dvs, $P = Fv = mav = A$ er konstant. Siden $K = mv^2/2$, vil $v \sim \sqrt{t}$ og $a \sim 1/\sqrt{t}$, og dermed vil $F \sim 1/\sqrt{t}$.

13. C. Energibevarelse gir $kx^2/2 = mv^2/2$, dvs $k = mv^2/x^2 = 0.042 \cdot 0.42^2/0.042^2 = 4.2$ N/m.
14. D. $a = v^2/r = (100/3.6)^2/(250/2\pi) = 19.4$ m/s^2.

15. A. N2 for restrakettener $u \cdot dm/dt = m \cdot dv/dt$, dvs $dm/m = dv/u$, som integrert gir $\ln(m/m_0) = (v - v_0)/u$, dvs $m = m_0 \exp((v - v_0)/u) = m_0 \exp(-(v - v_0)/|u|)$, ettersom $u < 0$. Med $v - v_0 = 1.4$ km/s, $|u| = 2.6$ km/s og $m_0 = 7.5 \cdot 10^5$ kg, er rakettens masse redusert fra m_0 til $m = 0.584 m_0 = 4.38 \cdot 10^5$ kg ved fartsdoblingen. Dette tilsvarer en massereduksjon på $3.12 \cdot 10^5$ kg. Det forbrukes $0.13 \cdot 10^5$ kg bensin pr sekund. Følgelig har det tatt $3.12/0.13 = 24$ sekunder å doble farten.

16. C. $L = L_b + L_s = mrv + (2/5)mr^2 \cdot v/r = 7mrv/5 = 7 \cdot 0.130 \cdot 0.02625 \cdot 1.0/5 = 4.78 \cdot 10^{-3}$ kg m^2/s (Js).

17. A. Dette er rotasjon med konstant vinkelakselerasjon α bestemt av N2 for rotasjon, $\alpha = \tau/I_0 = Fr/I_0$. Her har vi et tynt kuleskall, og $I_0 = (2/3)mr^2$. Rotert vinkel er dermed $\phi = (1/2)\alpha t^2 = (3F/4mr)t^2 = (3 \cdot 20/4 \cdot 0.0027 \cdot 0.020) \cdot 10^{-6} = 0.278$ radianer $= 16$ grader.

18. A Eksakt forflytning er $s(t_1) = v_0 t_1 + a t_1^2/2 = 0.01217$ m. Numerisk beregner vi steg for steg. I hvert tidssteg er fartsendringen like stor, da akselerasjonen er konstant: $\Delta v = a\Delta t = (9.81/\sqrt{2}) \cdot 0.025 = 0.17342$ m/s.
$s_1 = s_0 + v_0 \Delta t = 0.4 \cdot 0.025 = 0.010$ m
Feil i s_1: $0.01217 - 0.010 = 0.00217$ m $\simeq 2.2$ mm.

19. C. Energibevarelse: $mgh = mv^2/2$, slik at $v = \sqrt{2gh} = 27.66$ m/s $= 100$ km/t.

20. A. Vi finner v_y som funksjon av rotert vinkel" ϕ med energibevarelse og figurbetraktning: Vertikal forflytning er $\Delta y = h \sin\phi$, og $v_y = v\cos\phi$. Dermed: $v_y = \sqrt{2gh\sin\phi}\cos\phi$. Maksverdi når $dv_y/d\phi = 0$, eller kanskje litt enklere, når $dv_y^2/d\phi = 0$:

$$dv_y^2/d\phi = 2gh\frac{d}{d\phi}\left(\sin\phi - \sin^3\phi\right) \sim \cos\phi(1 - 3\sin^2\phi) = 0$$

dersom $\phi = \arcsin(1/\sqrt{3}) = 35$ grader.

21. B. Statisk Likevekt. Momentbalanse + Horisontalkomp Sum(Fx)=0.
Det enkleste er N2 rotasjon rundt A, og bruke at FT=FB, se tegning. 20 N mot venstre.

22. B. Bruk N2-Rot mht senteret til trinsa (A), dvs. $\sum \vec{\tau}_A = \frac{d\vec{L}_A}{dt}$. Total dreieimpuls (bane + spinn) er $\vec{L}_A = 8mvr\hat{z}$ og total dreieimpuls er $\sum \vec{\tau}_A = rmg\hat{z}$. Dette gir $\dot{v} = \frac{g}{8}$,som gir $v(t) = \frac{g}{8}t + v(0)$, og som endelig gir $v(0.5) = \frac{g}{16}$=0.625s.

23. B. Bruker dreieimpulsbevarelse: $L_{tot,før} = Rmv = L_{tot,etter} = I_{etter}\omega$., hvor $I_{etter} = 1/2MR^2 + MR^2$, for å finne ω. Dette gir med insatte tall $T = 2\pi/\omega$=57.9 ms.

24. B. Ball med masse terminalhastighet. Når ballen ikke lengre akselererer så har vi $Mg = Dv^2$, og av det følger $v = \sqrt{(}Mg/D) = 5.6$ ms.

25. C. Oppgaven består i å beregne først $\vec{R}_{CM} = 0.42R(\hat{x}+\hat{y})$ og $I_z = 0.5MR^2$. (treghetsmomentet til kvartskiva rundt z-aksen), begge ved hjelp av integrasjon (bruker formlene i formelsamlinga). Deretter fås treghetsmomentet rundt CM ved hjelp av Steiners sats, som i dette tilfellet sier: $I_z = I_{CM} + Md^2 = 0.14MR^2$, der d er avstanden fra RCM til origo (dvs. $d^2 = 0.36R^2$).

26. **B.** $x(t) = x_0 \sin \omega t$, $v(t) = \omega x_0 \cos \omega t$, $a(t) = -\omega^2 x_0 \sin \omega t$. Her er $x_0 = 3.3$ cm og $\omega^2 x_0 = 9.6$ cm/s^2, slik at $\omega = \sqrt{9.6/3.3} = 1.7$ s^{-1}. Dermed er maksimal hastighet $\omega x_0 = 5.6$ cm/s.

27. **D.** For to parallellkoplede fjærer må vi bruke dobbelt så stor kraft for å strekke samme avstand, det vil si $k_1 = k_{eff,venstre} = 2k_V$ =60 N/m. Likeledes, for to seriekoplede fjærer trengs halvparten av krafta, det vil si $k_2 = k_{eff,høyre} = 2k_H$=85N/m. Med utsving x fra likevekt virker kreftene fra disse to fjærene i samme retning, slik at N2 blir $m\ddot{x} + (k_1 + k_2)x = 0$. Da er perioden $T = 2\pi\sqrt{m/(k_1 + k_2)} = 2\pi\sqrt{0.050/145} = 0.12$ s.

28. **C.** Finner Treghetsmomentet $I = \Gamma/(\frac{2\pi}{T_s})^2$=0.4062 kg$m^2$.

29. **A.** Bruker ligningene for fysisk pendel og korrigerer med Steiners sats (see formelvedlegg), for å finne $I = 1/12Ml^2 + Md^2$=0.173, og som gir $\omega = \sqrt{Mgd/I} = 1.31558\sqrt{g}$. Til slutt fås $T = \frac{2\pi}{\omega}$=1.51 s

30. **D.** Q faktor i svakt dempet system er gitt i formelsamling som $Q = \frac{\omega_0}{\Delta\omega} = \frac{\omega_0}{2\gamma}$= Responsen er gitt som $y(T) = y(0) \exp -\gamma T \cos \omega T$. $\frac{y(T)-y(0)}{y(0)} = 3 \cdot 10^{-4}$. Dermed fås for et svakt dempet system $\Delta\omega \approx= -\ln(0.9997)/T$, som gir Q=10470.

31. **B.** Bølgekraftverk. 56 kW Sylinderen følger en bevegelse $y = A(\omega) \cos \omega t$, og der $v_y = -A(\omega)\omega \sin \omega t$. $A(\omega)$ er oppgitt i formelsamlinga. Det er også oppgitt at $< P(t) >=< F_b(t) \cdot v_y(t) >$.

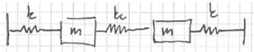
$$\langle P(t)\rangle = \langle F_b(t) \cdot v_y(t)\rangle$$
$$= \langle -b v_y(t) \cdot v_y(t)\rangle$$
$$= \langle \cancel{+}b\left(A(\omega)\cdot\omega \sin(\omega t)\right)^2\rangle$$
$$= \langle -b\omega^2 A^2(\omega) \sin^2(\omega t)\rangle = \underline{\frac{1}{2} b\omega^2 A^2}$$

$$\gamma = b/2m \quad , \quad F_0 = m\omega_0^2 H_0$$
$$\omega_0 = 2.92 \, , \quad \omega = 7\pi/9 \, ,$$
$$A(\omega) = \frac{(F_0/m)^2}{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (2\gamma\omega)^2}$$

$$\langle P\rangle = \frac{b\omega^2\omega_0^4 H_0^2}{2\left\{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + \left(2\frac{b}{2m}\cdot\omega\right)^2\right\}}$$
$$= \frac{3000 \cdot \left(\frac{7\pi}{9}\right)^2 \cdot (2.92)^4 \cdot (2.5)^2}{2 \cdot \left\{\left(\left(\frac{7\pi}{9}\right)^2 - (2.92)^2\right)^2 + \left(\frac{3000}{900}\cdot\left(\frac{7\pi}{9}\right)\right)^2\right\}}$$
$$= \frac{8138483}{2 \cdot [6.55 + 66.33]} = 56.8 \text{ kW}$$

32. **B.** Koplede pendler. w2=1.55 rad.

Kopling



$$\left.\begin{aligned} m\ddot{x}_1 &= -kx_1 + k_c(x_2 - x_1) \\ m\ddot{x}_2 &= -kx_2 - k_c(x_2 - x_1)\end{aligned}\right\} \text{oppsett}$$

$$\ddot{x}_1 + \omega_0^2 x_1 + \omega_c^2 x_1 - \omega_c^2 x_2 = 0$$
$$\ddot{x}_2 + \omega_0^2 x_2 + \omega_c^2 x_2 - \omega_c^2 x_1 = 0$$

Tester prøveløsning:

$$x_1 = A_1 \cos(\omega t + \phi_1) \; \{ \hat{x}_1 = \hat{A}_1 e^{i\omega t} \}$$
$$x_2 = A_2 \cos(\omega t + \phi_2) \; \{ \hat{x}_2 = \hat{A}_2 e^{i\omega t} \}$$

$$-\omega^2 \hat{A}_1 + \omega_0^2 \hat{A}_1 + \omega_c^2 \hat{A}_1 - \omega_c^2 \hat{A}_2 = 0$$
$$-\omega^2 \hat{A}_2 + \omega_0^2 \hat{A}_2 + \omega_c^2 \hat{A}_2 - \omega_c^2 \hat{A}_1 = 0$$

$$\Rightarrow \overbrace{\begin{bmatrix} -\omega^2 + \omega_0^2 + \omega_c^2 & -\omega_c^2 \\ -\omega_c^2 & -\omega^2 + \omega_0^2 + \omega_c^2 \end{bmatrix}}^{\overline{A}} \overbrace{\begin{bmatrix} \hat{A}_1 \\ \hat{A}_2 \end{bmatrix}}^{\hat{x}} = 0$$

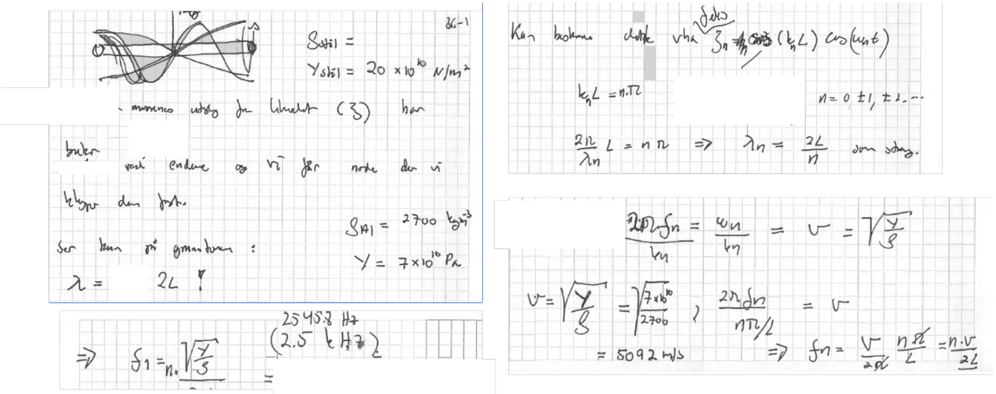
$$\det(\overline{A}) = 0$$
$$\Rightarrow (-\omega^2 + \omega_0^2 + \omega_c^2)^2 - (\omega_c^2)^2 = 0$$
$$\Rightarrow (-\omega^2 + \omega_0^2 + \omega_c^2) = \pm\omega_c^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + (\omega_c^2 \mp \omega_c^2)$$
$$\omega = \pm\sqrt{\omega_0^2 + (\omega_c^2 \pm \omega_c^2)}$$
$$\text{kun } \omega > 0 \Rightarrow \quad \omega = \sqrt{\omega_0^2 \mp \omega_c^2(1 \mp 1)}$$
$$\omega_0^2 = \frac{k}{m} = \frac{4}{2}, \; \omega_c^2 = \frac{k_c}{m} = 0.2 = \frac{0.4}{2} \, .$$

$$\omega_1 = \omega_- = \omega_0 = \frac{k}{m} = \sqrt{2}$$
$$\omega_2 = \sqrt{2 + 0.2 \cdot 2} = \sqrt{2.4} = 1.55 \, ,$$
$$\boxed{\text{SVAR B}}$$

33. **E.** $k^2 = k_x^2 + k_y^2 + k_z^2 = 1.4^2 + 1.4^2 + 1.6^2$=6.48. $v = \omega/k = 2\pi f/k$. Det medfører at $f = vk/(2\pi)$=137.7 Hz, med v=340 m/s..

35. C. Her burde en started med cos(kx)cos(wt) for utsving, med grensebetingelser buk (max) på begge ender, dvs cos(kL)=max. Likevel blir det likt resultat som en streng. kL=n*pi.



36-1

$S_{stål} =$

$Y_{stål} = 20 \times 10^{10}$ N/m^2

maksimale utslag fra likevekt (3) har

buker ved endene og vi får node der vi klyper den fast.

$S_{Al} = 2700$ kgm^{-3}

Ser kun på grunntonen :

$Y = 7 \times 10^{10}$ Pa

$\lambda = \quad 2L$!

$\Rightarrow \quad f_1 = n \cdot \sqrt{\frac{Y}{S}}$ =

25458 Hz

(2.5 kHz)

Kan bekomme dette vha $\overset{\cos}{\xi_n} = \cancel{\cos}(k_n L)\cos(w_n t)$

$k_n L = n \cdot \pi$ $\qquad n = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots$

$\frac{2\pi}{\lambda_n} L = n\pi \Rightarrow \lambda_n = \frac{2L}{n}$ som streng.

$\frac{2\pi f_n}{k_n} = \frac{\omega_n}{k_n} = v = \sqrt{\frac{Y}{S}}$

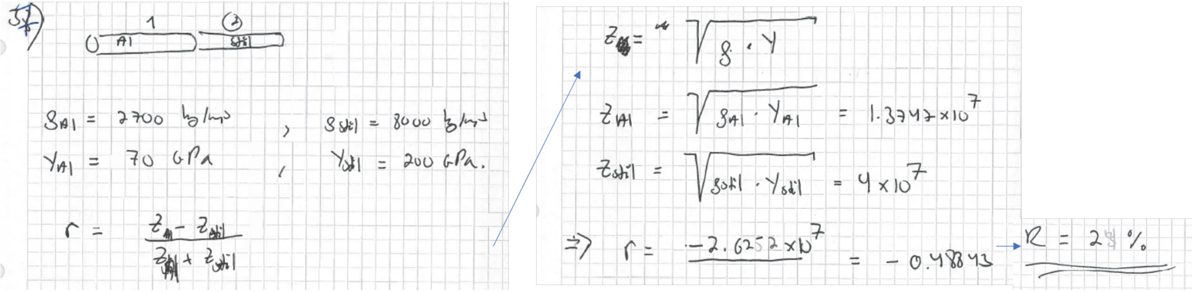
$v = \sqrt{\frac{Y}{S}} = \sqrt{\frac{7\times10^{10}}{2700}}$, $\frac{2\pi f_n}{n\pi/L} = v$

$= 5092$ m/s

$\Rightarrow f_n = \frac{v}{2\cancel{\pi}} \frac{n\cancel{\pi}}{L} = \frac{n \cdot v}{2L}$

36. D. $r = \frac{\sqrt{\mu_2} - \sqrt{\mu_1}}{\sqrt{\mu_2} + \sqrt{\mu_1}} = \frac{\sqrt{90} - \sqrt{15}}{\sqrt{90} + \sqrt{15}}$=0.4202.$y_i$=6 mm. Dermed er $y_r = r \cdot y_i$=2.52 mm.

37. B. I formelsamlinga, er det kun definert Z=p/v. Da må en enten huske $Z = \sqrt{elastisitetsmodul * massetetthet}$, eller utlede at $Z = p/v = \sqrt{B\rho}$. Deretter må man bytte til elastisk modul for lydbølger i tynn stang $Z = sqrtY\rho$. Deretter anvendes ligning for refleksjons koeffisienten r, som gir R=r^2 = 24%, samme som eksemplet i forelesningsnotater 2018.



37

1 ②

Al stål

$S_{Al} = 2700$ kg/m^3 , $S_{stål} = 8000$ kg/m^3

$Y_{Al} = 70$ GPa , $Y_{stål} = 200$ GPa.

$r = \frac{Z_{Al} - Z_{stål}}{Z_{Al} + Z_{stål}}$

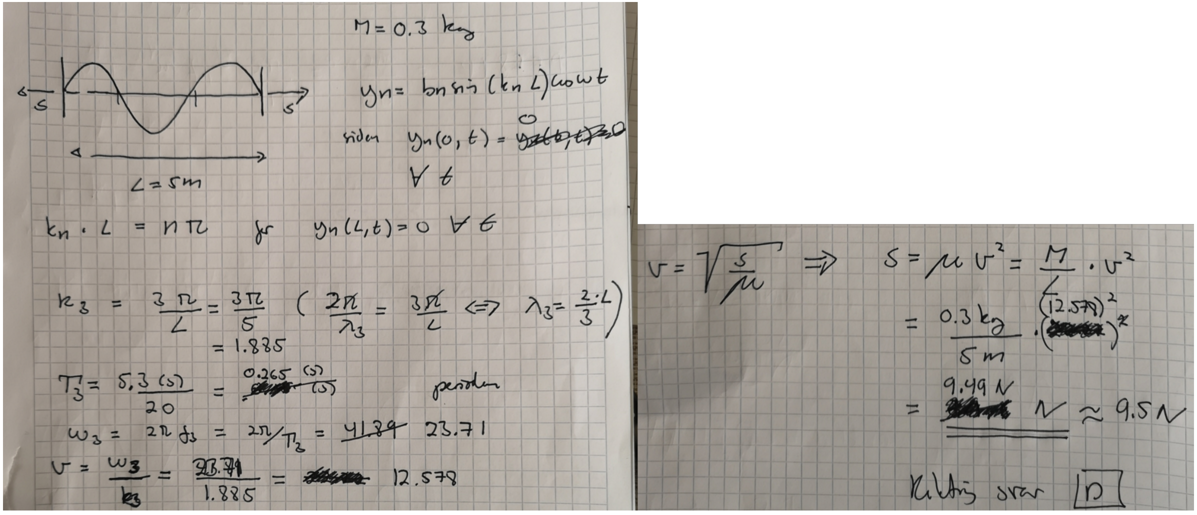
$Z = \sqrt{S \cdot Y}$

$Z_{Al} = \sqrt{S_{Al} \cdot Y_{Al}} = 1.3747 \times 10^7$

$Z_{stål} = \sqrt{S_{stål} \cdot Y_{stål}} = 4 \times 10^7$

$\Rightarrow r = \frac{-2.6252 \times 10^7}{} = -0.48843 \rightarrow R = 24\%$

38. D. Korrigert tiden til 5.3 s i spørsmålstekst.



$M = 0.3$ kg

$y_n = b_n \sin(k_n L)\cos\omega t$

siden $y_n(0,t) = 0$ [illegible]

$\forall t$

$L = 5$m

$k_n \cdot L = n\pi$ for $y_n(L,t) = 0 \ \forall t$

$k_3 = \frac{3\pi}{L} = \frac{3\pi}{5} = 1.885$ $\left(\frac{2\pi}{\lambda_3} = \frac{3\pi}{L} \Leftrightarrow \lambda_3 = \frac{2 \cdot L}{3} \right)$

$T_3 = \frac{5.3 (s)}{20} = 0.265 (s)$ perioden

$\omega_3 = 2\pi f_3 = 2\pi/T_3 = ~~41.89~~ \ 23.71$

$v = \frac{\omega_3}{k_3} = \frac{23.71}{1.885} = 12.578$

$v = \sqrt{\frac{S}{\mu}} \Rightarrow S = \mu v^2 = \frac{M}{L} \cdot v^2$

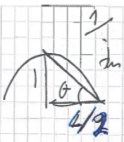
$= \frac{0.3 \text{ kg}}{5 \text{ m}} \cdot (12.578)^2$

$= 9.49$ N ≈ 9.5 N

Riktig svar $\boxed{D}$

39. B. Her må en bruke $\tan(\theta(x)) = dy/dx$. Get, see below, $\theta = \pi/14$ rad, dvs. $\theta = 12.85$ grader.

39)



$\tan\theta = \frac{1}{\cancel{17}}$ θ = ~~[illegible]~~

$\theta(t) = \tan\theta(t) = \left.\frac{\partial y}{\partial x}\right|_{x=L}$

$y(x) = b_n \sin kx \cos\omega t$,

$\frac{\partial y}{\partial x} = b_n \cos k_1 x \cos\omega_1 t \cdot k_1$,

$\theta(t)_{max}$ $= b_n \cdot k_1 \cdot \cos k_1 L \cdot 1$, $k_1 L = 1\cdot\pi$

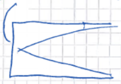
$k_1 = \left(\frac{\pi}{L}\right)$

$= b_n \cdot \frac{\pi}{\cancel{2}L} \cos\left(\frac{\pi}{L}\cdot L\right)$

$= b_n \cdot \frac{\pi}{\cancel{2}L} = 1m \cdot \frac{\pi}{\cancel{2}\cdot 14}$

40. B.

$\xi = \xi_0 \sin kx \sin\omega t$



$\xi(0,t) = 0 \wedge k_n L = n\cdot\frac{\pi}{2}$ (max utsl.)

$k_1 = \frac{1\cdot\pi}{2L}$

$\frac{\omega_1}{k_1} = v = \frac{2\pi f_1}{k_1}$

$\Rightarrow f_1 = \frac{v\cdot k_1}{2\pi}$

$= \frac{v\cdot\cancel{\pi}}{2L\cdot 2\cancel{\pi}}$

$= \frac{v}{4L}$

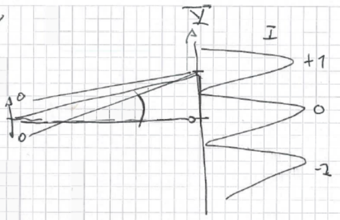
$L = \frac{v}{4f} = 1{,}88\,m$

dvs 189 cm

Svar B

41. A.

oppgave 41



$Y_1 = 6.4695\ m$, $Y_0 = 0$

$Y_{-1} = -6.4695\ m$

π for kulebølger i midten

2 × kulebølger $I = 4I_0 \cos^2(ka\sin\theta/2)$

eller Braggs lov for [illegible]: $a\sin\theta_n = n\lambda$

$\left(\frac{ka\sin\theta_1}{2} - \frac{ka\sin\theta_0}{2}\right) = \pi\ 2$

$\tan\theta_1 = \frac{Y_1}{z} \Rightarrow \theta_1 = 17.925°$

⇒ $k = \frac{2\pi}{a\sin\theta_1} = 20.415$

$v = \frac{\omega}{k} = \frac{\cancel{2\pi}\,1000}{\cancel{2\pi}/a\sin\theta} = 1000\,a\sin\theta = 307.77\ m/s$

42. D.

$\cos(\vec{k}_1\cdot\vec{r} - \omega t) + \cos(\vec{k}_2\cdot\vec{r} - \omega t)$

$= \cos(x + 0.1y - \omega t) + \cos(x - 0.1y - \omega t)$

Bruker $\cos(a) + \cos(b) = \frac{1}{2}\cos\frac{(a-b)}{2}\cos\frac{(a+b)}{2}$

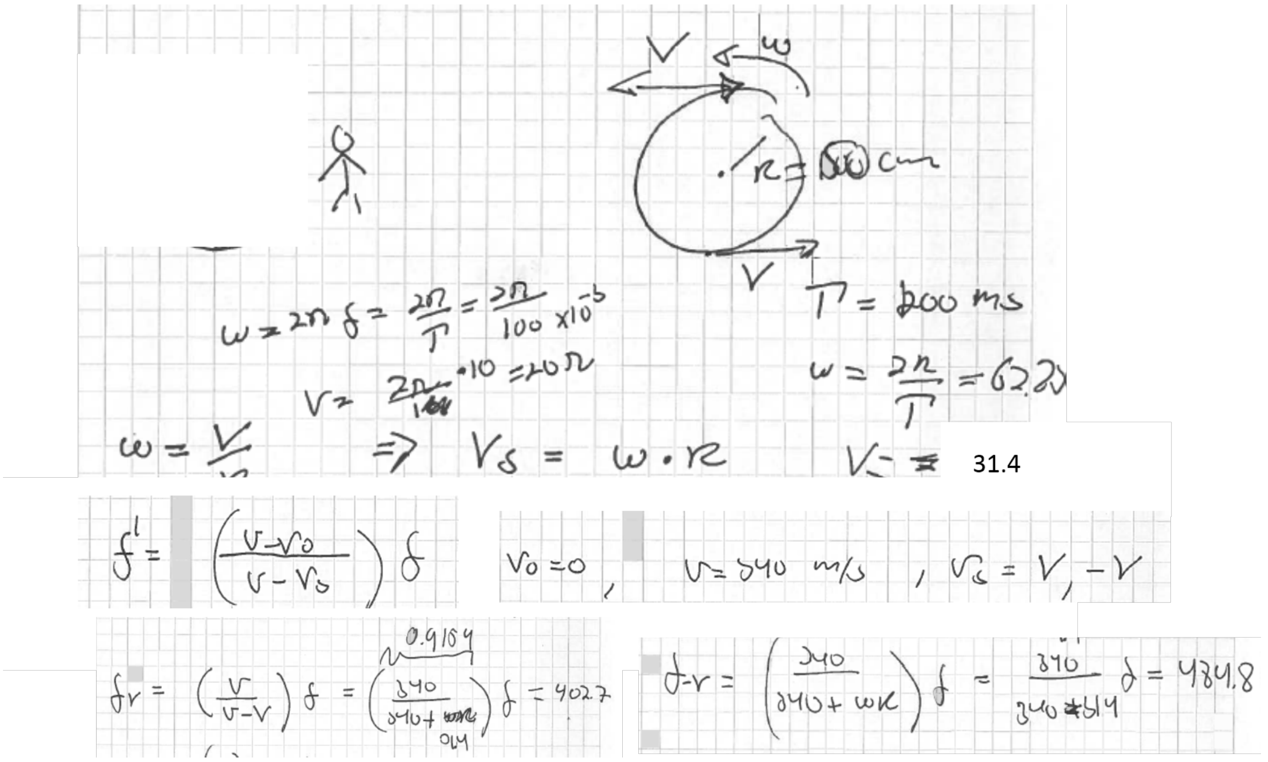
$\Rightarrow \langle I\rangle = \frac{1}{4}\cos^2\left(\frac{\Delta k}{2}y\right)$, $\Delta k = 0.2$

$\frac{\Delta k}{2}y = \pi$ gir interferens maxima

$\Rightarrow \Lambda = \frac{2\pi}{\Delta k} = \frac{2\pi}{0.2} = \frac{2\pi}{\frac{1}{5}} = 10\pi$

$\Lambda = \frac{\lambda}{\theta}$ gir da samlet avstand.

43. E.



$T = 200\ ms$

$\omega = 2\pi f = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{100\times10^{-3}}$

$V = \frac{2\pi}{100}\cdot 10 = 20\pi$

$\omega = \frac{2\pi}{T} = 62.8$

$\omega = \frac{V}{R} \Rightarrow V_s = \omega \cdot R$

$V = 31.4$

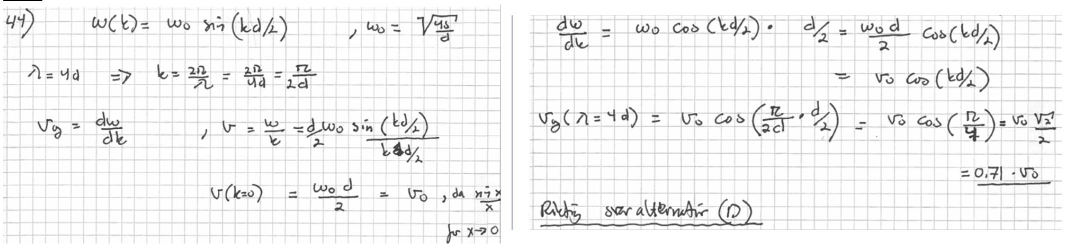
$f' = \left(\frac{v - v_0}{v - v_s}\right) f$

$v_0 = 0$, $v = 340\ m/s$, $v_s = V, -V$

$f_r = \left(\frac{v}{v-V}\right) f = \overbrace{\left(\frac{340}{340 + 314}\right)}^{0.9164} f = 402.7$

$f_{-r} = \left(\frac{340}{340 + \omega R}\right) f = \frac{340}{340 \pm 314} f = 434.8$

44. D!.



44) $\omega(k) = \omega_0 \sin(kd/2)$, $\omega_0 = \sqrt{\frac{4s}{d}}$

$\lambda = 4d \Rightarrow k = \frac{2\pi}{\lambda} = \frac{2\pi}{4d} = \frac{\pi}{2d}$

$v_g = \frac{d\omega}{dk}$, $v = \frac{\omega}{k} = \frac{d}{2}\omega_0 \frac{\sin(kd/2)}{kd/2}$

$v(k=0) = \frac{\omega_0 d}{2} = v_0$, da $\frac{\sin x}{x}$ for $x \to 0$

$\frac{d\omega}{dk} = \omega_0 \cos(kd/2)\cdot \frac{d}{2} = \frac{\omega_0 d}{2}\cos(kd/2)$

$= v_0 \cos(kd/2)$

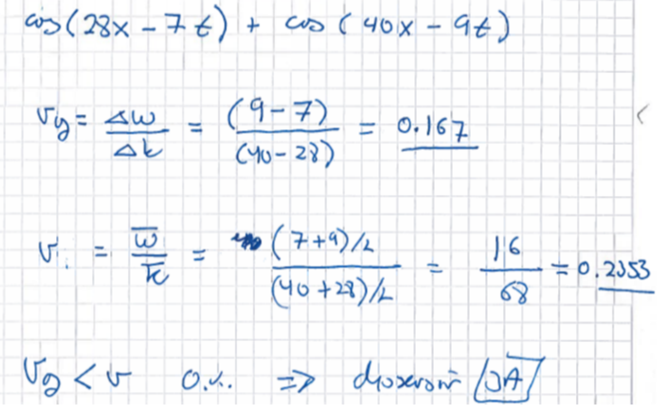
$v_g(\lambda = 4d) = v_0 \cos\left(\frac{\pi}{2d}\cdot\frac{d}{2}\right) = v_0\cos\left(\frac{\pi}{4}\right) = v_0\frac{\sqrt{2}}{2}$

$= 0.71\cdot v_0$

Riktig svar alternativ (D)

45. .

Se eventuelt notater om svevning. vg=0.1667, v=0.2352, Dispersiv = JA fordi $v_g < v$.



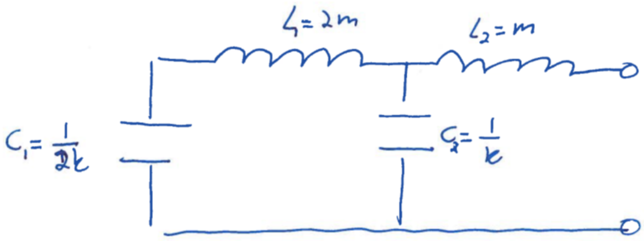
$\cos(28x - 7t) + \cos(40x - 9t)$

$v_g = \frac{\Delta\omega}{\Delta k} = \frac{(9-7)}{(40-28)} = 0.167$

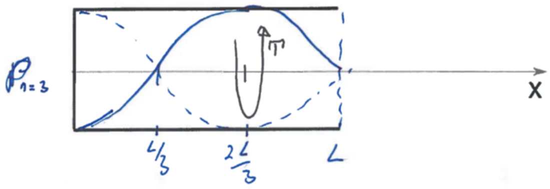
$v = \frac{\omega}{k} = \frac{(7+9)/2}{(40+28)/2} = \frac{16}{68} = 0.2353$

$v_g < v$ o.k. $\Rightarrow$ dispersiv $\boxed{JA}$

46. X. Husker fra øvingsoppgaveat F=V,q=x, L=m,k=1/C. Fjærene lagrer energi som en kondenstorer og disse er koplet til jord. Verdier $L_{venstre}$=2m,$C_{venstre}$=1/(2k),$L_{høyre}$=m, $C_{høyre}$=1/(k). Kretsen har åpne porter på høyre side, som vist i figur.

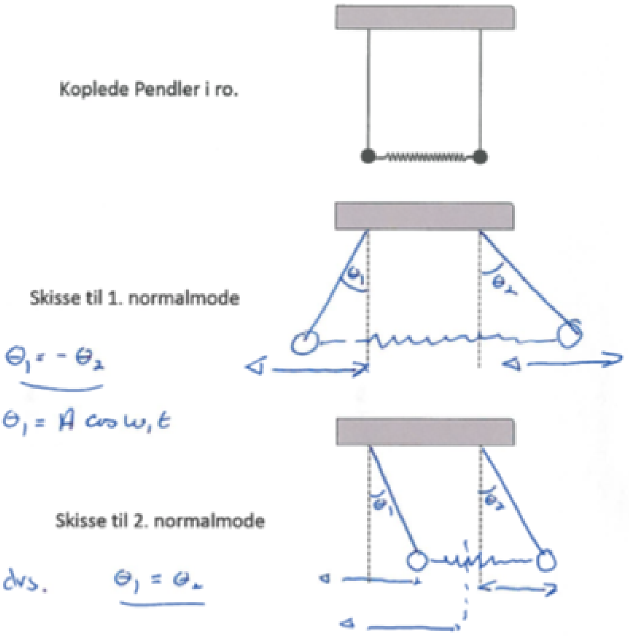


47. E. Man bør vite at trykkutsving er kontinuerlig ved åpen ende, og max ved lukket ende! Grensebetingelser fås da ved hjelp av $\cos(kx)\cos(\omega t)$. Finner nå at $kL = n * \pi/2$, n=1,3,5,7. Det blir spurt om første overtone som da blir n=3. Riktig svar, blir da som i figur.



$\lambda_3 = \frac{4L}{3}$, node ved åpen ende for dette, buk ved lukket ende for trykk.

48. . Tegner in symmetrisk og antisymmetrisk mode for pendlene. Viktig her å få med at $\theta_1(t) = \theta_2(t)$ i symmetrisk mode, og $\theta_1(t) = -\theta_2(t)$ i antisymmetrisk mode, se eventuelt Youtube video eller notater.



, $\underline{\theta_1 = -\theta_2}$

$\theta_1 = A \cos \omega_1 t$

dvs. $\underline{\theta_1 = \theta_2}$

$\theta_1 = A_2 \cos \omega_2 t$

M.K. revised. des. 2018.