

Institutt for fysikk

## Eksamensoppgåve i

### TFY4115 FYSIKK

for MTNANO, MTTK og MTEL

**Fagleg kontakt under eksamen:** Institutt for fysikk v/Arne Mikkelsen,  
**Tlf.:** 486 05 392

**Eksamensdato:** Torsdag 11. desember 2014

**Eksamenstid:** 09:00 - 13:00

**Tillatne hjelpemiddel (kode C):**

Bestemt enkel godkjend kalkulator.

Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgåve).

Vedlagt formelark.

**Annan informasjon:**

1. Prosenttala i parentes gitt ved kvar oppgåve angir kor mykje ho i utgangspunktet blir vektlagt i bedømminga.
2. Nokre generelle faglege merknadar:
  - Symbol skrivast i kursiv (t.d.  $m$  for masse), medan einingar skrivast utan kursiv (t.d. m for meter)
  - $\hat{x}$ ,  $\hat{y}$  og  $\hat{z}$  er einingsvektorar i henholdsvis  $x$ -,  $y$ - og  $z$ -retning.
  - Ved talsvar krevst både tal og eining.
3. I fleirvalsspørsmåla er kun eit av svara rett. Du skal altså svare A, B, C, D eller E (stor bokstav) eller du kan svare blankt. **Rett svar gir 5 p, galt svar eller fleire svar gir 0 p, blank (ubesvart) gir 1 p.**
4. Svar på fleirvalsspørsmåla fører du på **siste ark** i dette oppgåvesettet. Arket skal innleverast.
5. Oppgåvene er utarbeida av Arne Mikkelsen og vurdert av Tor Nordam.

**Målform/språk:** Nynorsk.

**Sidetel (inkludert denne framsida):** 6.

**Sidetel vedlegg:** 3.

**Kontrollert av:**

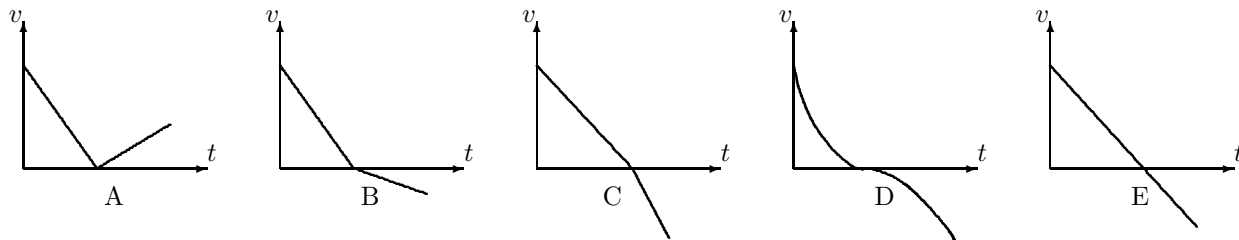
---

Dato

Sign

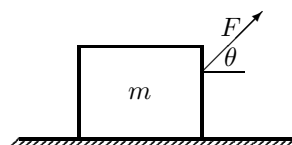
**Oppgave 1. Fleirvalsspørsmål (tel 50 %)**

**1-1.** Ein kloss sendast oppover eit skråplan med startfart  $v_0$  og glir attende til utgangspunktet. Friksjon gjør seg gjeldande. Kva for ein av grafane beskriver denne rørsla best? Retning for positiv  $v$  avgjør du sjølv.

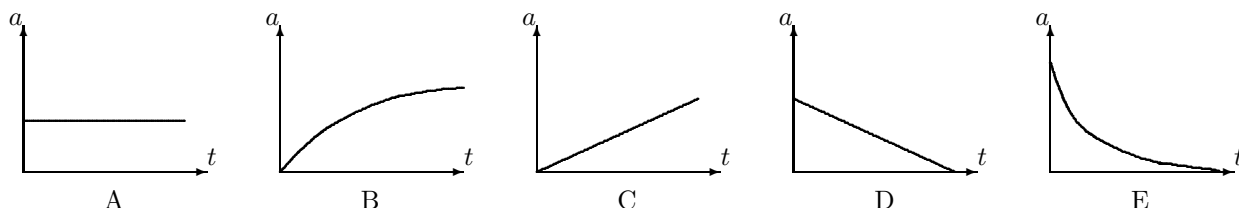


**1-2.** Ein kloss med masse  $m$  blir trekt med konstant fart av ei kraft  $F$  i retning  $\theta$  med horisontalen, som synt på figuren. Den kinetiske friksjonskoeffisienten mellom den ru overflata og klossen er  $\mu_k$ . Storleiken til friksjonskrafta er

- A)  $\mu_k mg$ .
- B)  $\mu_k F \cos \theta$ .
- C)  $\mu_k F \sin \theta$ .
- D)  $\mu_k (mg - F \sin \theta)$ .
- E) Ingen av desse svara er rett.

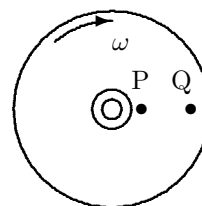


**1-3.** Ein gjenstand i ro slippast frå stor høgd og fell gjennom lufta i tyngdefeltet. Luftmotstanden gjør seg gjeldande. Kva for ein av dei følgjande grafane syner best gjenstandens akselerasjon (retning nedover) som funksjon av tida?



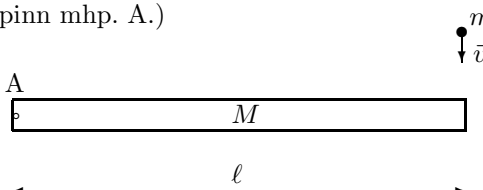
**1-4.** Ei DVD-plate roterer med ein jamt aukande fart. Vi granskar sentripetalakselerasjonen og baneakselerasjonen (tangentialakselerasjonen) på plata ved punkta P og Q og angir desse med henholdsvis  $a_c(P)$ ,  $a_c(Q)$ ,  $a_\theta(P)$  og  $a_\theta(Q)$ . Kva for ein påstand er rett om storleikane?

- A)  $a_c(P) = a_c(Q)$  og  $a_\theta(P) = a_\theta(Q)$
- B)  $a_c(P) < a_c(Q)$  og  $a_\theta(P) < a_\theta(Q)$
- C)  $a_c(P) > a_c(Q)$  og  $a_\theta(P) < a_\theta(Q)$
- D)  $a_c(P) = a_c(Q)$  og  $a_\theta(P) < a_\theta(Q)$
- E)  $a_c(P) < a_c(Q)$  og  $a_\theta(P) = a_\theta(Q)$



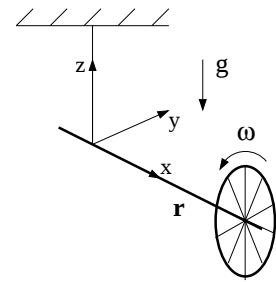
**1-5.** Ein stav med masse  $M$  og lengd  $\ell$  ligg på eit bord og kan dreie friksjonsfritt om ein loddrett akse A i stavens eine endepunkt. Aksen er fast i bordet. I figuren er staven sett ovanfrå. En pistolkule med masse  $m$  og horisontal fart  $v$  treffer stavens andre endepunkt  $90^\circ$  på stavens lengderetning og absorberast straks i stavmaterialet (fullstendig uelastisk støt). Dermed settast staven (med kule) i rotasjon. For systemet staven + kule, kva for storleik(ar) endrar seg ikkje frå før til etter kollisjonen? (Her er  $E$  systemets kinetiske energi,  $p$  systemets rørslemengd og  $L$  systemets spinn mhp. A.)

- A)  $L$  og  $E$
- B)  $L$  og  $p$
- C)  $L$ ,  $E$  og  $p$
- D) Berre  $L$
- E) Berre  $p$



**1-6.** Eit sykkelhjul settast i rask rotasjon og hengast opp i ei snor festa til akslingen. Figuren syner hjulet med overdreivet lang aksling og med koordinatsystem innteikna. Vi ser på tyngdekraftas kraftmoment (dreiemoment) om origo, i kva for ei retning peikar dette kraftmomentet?

- A)  $\hat{z}$       B)  $-\hat{z}$       C)  $\hat{y}$       D)  $-\hat{y}$       E)  $-\hat{x}$

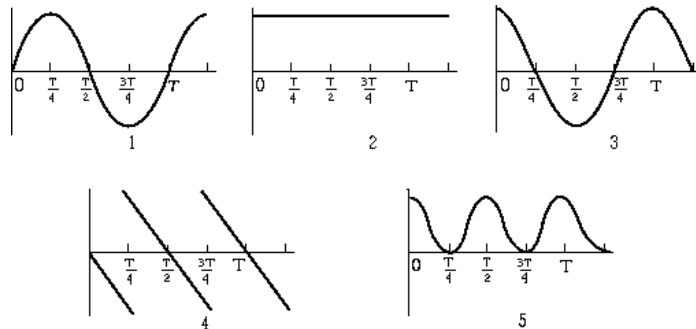


**1-7.** Hjulet og akslingen i figuren vil presesere med rotasjonsvektor  $\vec{\Omega}$  i retninga

- A)  $\hat{z}$       B)  $-\hat{z}$       C)  $\hat{y}$       D)  $-\hat{y}$       E)  $-\hat{x}$

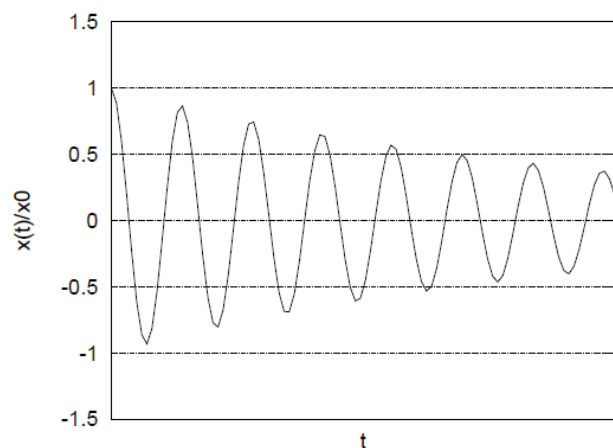
**1-8.** Den kinetiske energien til ein lekam som rører seg i ein harmonisk oscillasjon er plotta som funksjon av tida som er gitt i einingar av perioden  $T$ . Ved  $t = 0$  er utsvinget lik null. Kva for ein graf representerer desse vilkåra?

- A) 1  
B) 2  
C) 3  
D) 4  
E) 5



**1-9.** Figuren syner utsvinget  $x(t) = x_0 e^{-\gamma t} \cos \omega t$ , eller rettare sagt  $x(t)/x_0$ , for ei dempa harmonisk svinging. Omtrent kor stort er forholdet mellom dempingskonstanten  $\gamma$  og vinkelfrekvensen  $\omega$ ? (Tall på tidsaksen  $t$  trengst ikkje oppgjevast for å løyse oppgåva.)

- A)  $\gamma/\omega = 45,3$   
B)  $\gamma/\omega = 0,200$   
C)  $\gamma/\omega = 0,139$   
D)  $\gamma/\omega = 0,0221$   
E)  $\gamma/\omega = 0$

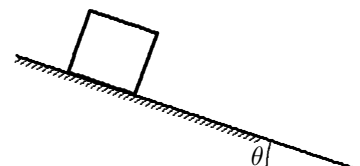


**1-10.** Eit objekt svingar harmonisk. Storleiken på objektets fart,  $|v|$ , er maksimum på det punktet i svinginga der

- A) absoluttverdien av akselerasjonen er maksimum.  
B) absoluttverdien av utslaget er maksimum.  
C) absoluttverdien av akselerasjonen er minimum.  
D) den potensielle energien er maksimum.  
E) den kinetiske energien er minimum.

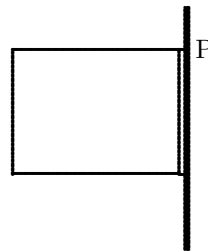
**1-11.** Ein massiv kubisk kloss (kvadratisk sidekant) ligg i ro på eit skråplan som har vinkel  $\theta$  med horisontalplanet. Friksjonskoeffisientane mellom klossen og underlaget er  $\mu_k = 0,45$  og  $\mu_s = 0,65$ . Skråplanvinkelen aukast langsamt. Vil klossen først begynne å gli eller vil den først tippe over?

- A) Den vil først tippe over.  
B) Den vil først begynne å gli.  
C) Den vil tippe over samtidig som den begynner å bli.  
D) Det er umogleg å gi eit svar utan å vite massen på klossen.  
E) Det er umogleg å gi eit svar utan å vite dimensjonen på klossen.



**1-12.** Eit metallskilt er montert på ei vertikal stong med to feste til stonga. Skiltet har jamn tykkelse, er kvadratisk med sidekant 0,40 m og masse 4,0 kg. Kva er storleiken på den horisontale komponenten av krafta ved det øvre opphengingspunktet P? Du kan bruke  $g = 10,0 \text{ m/s}^2$ .

- A) 20 N.
- B) 0 N.
- C) 7,8 N.
- D) 98 N.
- E) 10 N.



**1-13.** Ein ideell gass er i ein tilstand a med temperatur  $T_1$ . Når gasstemperaturen aukast frå  $T_1$  til  $T_2$  i ein isokor prosess, tilførast ein varme  $Q_V$  til gassen. Hvis vi for den same gassen i tilstand a aukar temperaturen frå  $T_1$  til  $T_2$  i ein isobar prosess, tilførast ein varme  $Q_p$  til gassen. Kva for ein av påstandane er rett?

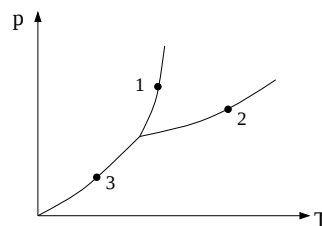
- A)  $Q_p > Q_V$
- B)  $Q_p = Q_V$
- C)  $0 < Q_p < Q_V$
- D)  $Q_p = 0$
- E)  $Q_p < 0$  (varme ut av systemet)

**1-14.** Kva for ein påstand er korrekt?

- A) 2. hovedsetning er ein direkte konsekvens av 1. hovedsetning.
- B) Det er for ein kretsprosess ikkje mogleg å overføre varme frå ein kald lekam til ein varmare lekam.
- C) Det er for ein kretsprosess ikkje mogleg å omdanne varme fullstendig til arbeid.
- D) Det er for ein kretsprosess ikkje mogleg å omdanne arbeid fullstendig til varme.
- E) 2. hovedsetning gjelder berre reversible kretsprosessar.

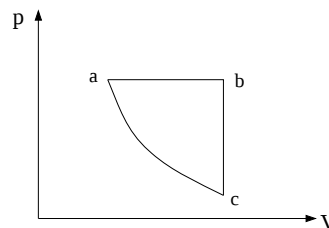
**1-15.** Figuren syner koeksistenskurver i eit  $pT$ -diagram for eit reint stoff. Kva for prosessar foregår i tilstandane 1, 2 og 3?

- A) 1 = fordamping, 2 = smelting, 3 = sublimasjon
- B) 1 = sublimasjon, 2 = fordamping, 3 = smelting
- C) 1 = smelting, 2 = sublimasjon, 3 = fordamping
- D) 1 = smelting, 2 = fordamping, 3 = sublimasjon
- E) 1 = sublimasjon, 2 = smelting, 3 = fordamping



**1-16.** Figuren syner ein kretsprosess for ein ideell gass, bestående av ein isobar, ein isokor og ein adiabat. Rangér temperaturane i a, b og c.

- A)  $T_b > T_a = T_c$ .
- B)  $T_c > T_b > T_a$ .
- C)  $T_b > T_a > T_c$ .
- D)  $T_c > T_a > T_b$ .
- E)  $T_c = T_a > T_b$ .



**1-17.** Kva skjer med molekylas midlere kinetiske energi når ein ideell gass komprimerast ved konstant temperatur nær romtemperatur?

- A) Den aukar.
- B) Den endrar seg ikkje.
- C) Den minkar.
- D) Svaret avhengig av om gassen er ein-, to- eller fleiratomig.
- E) Svaret er avhengig av kva for eit trykk gassen har.

**1-18.** Ein bilmotor løper gjennom ein syklisk prosess, og i løpet av éin syklus takast det opp 12 000 J varme og det gjevast frå 9 000 J varme. Kva er motorens virkningsgrad (effektivitet)  $\eta$ ?

- A) 133%      B) 75%      C) 66%      D) 33%      E) 25%

**1-19.** Ved romtemperatur har einatomig ideell gass molar varmekapasitet  $C_V = \frac{3}{2}R$  og toatomig ideell gass  $C_V = \frac{5}{2}R$ . Årsaken til forskjellen er:

- A) Totatomig gass har større molekylmasse enn einatomig.  
 B) Toatomig gassmolekyl har vibrasjonsmodar som einatomig gassmolekyl ikkje har.  
 C) Toatomig gassmolekyl har rotasjonsmodar som einatomig gassmolekyl ikkje har.  
 D) Pga. arbeid ved utvidelse er alltid  $C_V$  for toatomig gass  $R$  større enn for einatomig gass.  
 E) Toatomige gassmolekyl har pga. deira form flere translasjonsfrihetsgrader.

**1-20.** Gitt to sylindrar med gass som er like unntatt at den eine inneheld oksygen  $O_2$  og den andre helium He. Begge sylindrane inneheld opprinneleg same volumet gass ved  $0^\circ\text{C}$  og 1 atm og er lukka med eit rørleg stempel ved den eine enden. Så blir begge gassane komprimerte adiabatisk til  $1/3$  av deira opprinnelege volum. Kva for ein gass vil få den største temperaturauken  $\Delta T$  og kva for ein vil få den største trykkauken  $\Delta p$ ?

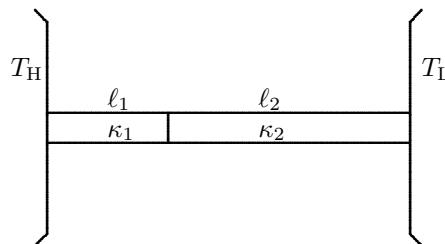
- A)  $O_2$  største  $\Delta T$  og  $O_2$  største  $\Delta p$ .  
 B) He største  $\Delta T$  og He største  $\Delta p$ .  
 C) He største  $\Delta T$  og lik  $\Delta p$  for gassane.  
 D)  $O_2$  største  $\Delta T$  og lik  $\Delta p$  for gassane.  
 E) He største  $\Delta T$  og  $O_2$  største  $\Delta p$ .

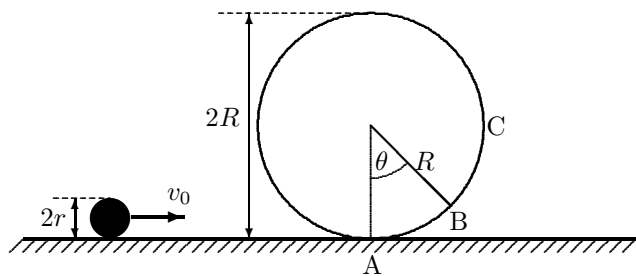
**1-21.** Kva er total netto varmeutstråling frå ein person når overflatearealet er  $1,70\text{ m}^2$ , emissiviteten 0,90, overflatetemperaturen 300 K og ho er i eit rom med temperatur  $17^\circ\text{C}$  som strålar som svart lekam? Du kan anta heile kroppsarealet strålar likt.

- A) 85,9 W.      B) 89,1 W.      C) 93,5 W.      D) 97,3 W.      E) 92,2 W.

**1-22.** Figuren syner to varmereservoar med temperaturar  $T_H$  og  $T_L$  som er bunda saman med to metall-sylindrar med det same tverrsnittet  $A$  men ulik lengd  $\ell_i$  og varmeleiingssevne  $\kappa_i$ . Varmeresistansen for kvart materiale er definert  $R_i = \frac{\ell_i}{A\kappa_i}$ . Kva er den ekvivalente varmeresistansen  $R$  mellom varmereservoara?

- A)  $R_1 + R_2$   
 B)  $\frac{R_1 + R_2}{2}$   
 C)  $\frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$   
 D)  $\frac{\ell_1 R_1 + \ell_2 R_2}{\ell_1 + \ell_2}$   
 E)  $\frac{\kappa_1 R_1 + \kappa_2 R_2}{\kappa_1 + \kappa_2}$



**Oppgåve 2. Mekanikk (tel 25%)**

Ei massiv kule med radius  $r = 4,00$  cm og masse  $m = 150$  g rullar med fart  $v_0 = 3,00$  m/s på eit horisontalt underlag inn mot ein "loop" med radius  $R = 24,0$  cm. Farta er stor nok til at kula rullar gjennom heile loopen  in gong utan å miste kontakten med underlaget, for så å halde fram på horisontalt underlag. Vi granskar berre rørsla fr  A til C i figuren.

Det er ikkje energitap p a. friksjon under rullinga ("tapsfri" rulling). Ei kule som rullar har translasjonsfart  $v$  og vinkelhart  $\omega$ . Dei tilsvarande akselerasjonane er  $a = \dot{v}$  og  $\alpha = \dot{\omega}$ .

**a.** Vis at kulas kinetiske energi kan uttrykkest  $E_k = \frac{7}{10}mv^2$  når kula har translasjonsfart  $v$ .

**b.** Benytt at kulas mekaniske energi i tyngdefeltet er konstant til å bestemme (numerisk) verdi for farta  $v_C$  i posisjon C i loopen (ved  $\theta = 90^\circ$ ).

OBS: Kulas storleik kan ikkje neglisjerast. Bruk gjerne uttrykket  $R' = R - r$ .

**c.** Under rørsla i loopen fr  A til C vil den statiske friksjonen mellom kula og loopen vere viktig. Vis i ein figur kva for ei retning friksjonskrafta  $F_f$  vil verke på kula. Sett  g opp likninga for samanhengen mellom  $F_f$  og kulas vinkelakselerasjon  $\alpha$ .

**d.** Vis at translasjonsakselerasjon for kula n r den er i posisjon B (ved vinkel  $\theta$ ) kan uttrykkest  $a = -\frac{5}{7}g \sin \theta$ .

**e.** Finn (numerisk) verdi av naudsynt friksjonskraft  $F_f$  i posisjon C for at kula skal ha rein rulling her.

**f.** Friksjonskoeffisienten mellom kula og underlaget er  $\mu_s = 0,200$ . Sjekk om dette er tilstrekkeleg verdi til at rullevilk ret vil vere oppfylt (inga sluring) i posisjon C.

**Oppgåve 3. Kretsprosess (tel 25 %)**

Ein kretsprosess på  $n$  mol oksyngengass (toatomig) er satt saman av tre prosessar:

1-2. Fr  utgangstilstanden  $(p_1, V_1, T_1)$  komprimerast gassen isotermt til volumet  $V_2$ . Trykket er d   $p_2$ .

2-3. Gassen ekspanderer isobart til volumet  $V_3$ . Temperaturen er d  blitt  $T_3$ .

3-1. Gassen ekspanderer adiabatisk attende til starttilstanden  $(p_1, V_1, T_1)$ .

Du kan anta at oksyngengass er ideell gass og at alle prosessane er reversible. Storleikane som er gitt er  $n, T_1, V_1, V_2$  og  $\gamma = C_p/C_V$  og hvis ikkje anna er gitt, skal alle svar gjevast med dei naudsynte av desse. Altså skal ikkje noko trykk  $p$  høyre med i svara, men gasskonstanten  $R$  og dei du ønsker av  $C_p$  og/eller  $C_V$  kan høyre med.

**a.** Teikn kretsprosessen inn i eit  $pV$ -diagram. Angi kor i kretsprosessen varme  $Q$  går inn og ut av systemet. Teikn  g inn isothermar gjennom temperaturane vi har i kvar tilstand 1, 2 og 3.

**b.** For prosess 1-2, finn gassens endring i indre energi,  $\Delta U$ , og endring i entropi,  $\Delta S$ .

**c.** Finn uttrykk for volumet  $V_3$  og temperaturen  $T_3$ .

**d.** Finn uttrykk for netto varme tilført gassen per omlaup. Her kan  $T_3$  inngå i svaret.

**e.** Finn arbeidet  $W_{31}$  som gassen utfører i prosessen 3-1. Her  g kan  $T_3$  inngå i svaret.

**f.** Skisser kretsprosessen i eit  $TS$ -diagram ( $T$  vertikal akse og  $S$  horisontal akse). Finn uttrykk for  $T(S)$  i den isobare prosessen 2-3. Du kan la m.a.  $T_1 (= T_2)$  og  $S_2$  (=entropien i tilstand 2) inngå i uttrykket.

**FORMELLISTE.**

Kvar formlane er gyldige og dei ulike symbolas meining takast for å vere kjent. Symbolbruk som i førelesingane.

**Fysiske konstanter:**

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad u = \frac{1}{12} m(^{12}\text{C}) = \frac{10^{-3} \text{ kg/mol}}{N_A} = 1,66 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$$

$$k_B = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \quad R = N_A k_B = 8,31 \text{ J mol}^{-1} \text{K}^{-1} \quad \sigma = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2} \text{K}^{-4}$$

$$c = 2,9979 \cdot 10^8 \text{ m/s} \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \quad 0^\circ \text{C} = 273 \text{ K} \quad g = 9,81 \text{ m/s}^2$$

**SI-einingar:**

**Fundamentale SI-einingar:** meter (m) sekund (s) kilogram (kg) ampere (A) kelvin (K) mol

**Nokre avleaa SI-einingar:** newton (N) pascal (Pa) joule (J) watt (W) hertz (Hz)

**Varianter:** kWh = 3,6 MJ m/s = 3,6 km/h atm = 1,013 · 10<sup>5</sup> Pa 1 cal = 4,19 J

**Klassisk mekanikk:**

$$\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{F}(\vec{r}, t) \quad \text{der} \quad \vec{p}(\vec{r}, t) = m\vec{v} = m\dot{\vec{r}} \quad \vec{F} = m\vec{a}$$

$$\text{Konstant } \vec{a}: \quad \vec{v} = \vec{v}_0 + \vec{a}t \quad \vec{r} = \vec{r}_0 + \vec{v}_0t + \frac{1}{2}\vec{a}t^2 \quad v^2 - v_0^2 = 2\vec{a} \cdot (\vec{r} - \vec{r}_0)$$

$$\text{Konstant } \vec{\alpha}: \quad \omega = \omega_0 + \alpha t \quad \theta = \theta_0 + \omega_0t + \frac{1}{2}\alpha t^2 \quad \omega^2 - \omega_0^2 = 2\alpha(\theta - \theta_0)$$

$$\text{Arbeid:} \quad dW = \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad W_{12} = \int_1^2 \vec{F} \cdot d\vec{s} \quad \text{Kinetisk energi: } E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

$$E_p(\vec{r}) = \text{potensiell energi (tyngde: } mgh, \text{ fjær: } \frac{1}{2}kx^2) \quad E = \frac{1}{2}m\vec{v}^2 + E_p(\vec{r}) + \text{friksjonsarbeide} = \text{konstant}$$

$$\text{Konservativ kraft: } \vec{F} = -\vec{\nabla}E_p(\vec{r}) \quad \text{f.eks. } F_x = -\frac{\partial}{\partial x}E_p(x, y, z) \quad \text{Hookes lov (fjær): } F_x = -kx$$

$$\text{Tørr friksjon: } |F_f| \leq \mu_s F_\perp \text{ eller } |F_f| = \mu_k F_\perp \quad \text{Våt friksjon: } \vec{F}_f = -k_f \vec{v} \text{ eller } \vec{F}_f = -bv^2 \hat{v}$$

$$\text{Kraftmoment (dreiemoment) om origo: } \vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F}, \quad \text{Arbeid: } dW = \tau d\theta$$

$$\text{Vilkår for statisk likevekt: } \Sigma \vec{F}_i = \vec{0} \quad \Sigma \vec{\tau}_i = \vec{0}, \quad \text{uansett valg av referansepunkt for } \vec{\tau}_i$$

$$\text{Massemiddelpunkt (tyngdepunkt): } \vec{R} = \frac{1}{M} \sum m_i \vec{r}_i \rightarrow \frac{1}{M} \int \vec{r} dm \quad M = \sum m_i$$

$$\text{Kraftimpuls: } \int_{\Delta t} \vec{F}(t) dt = m\Delta \vec{v} \quad \text{Alle støt: } \sum \vec{p}_i = \text{konstant} \quad \text{Elastisk støt: } \sum E_i = \text{konstant}$$

$$\text{Vinkelfart: } \vec{\omega} = \omega \hat{z} \quad |\vec{\omega}| = \omega = \dot{\phi} \quad \text{Vinkelakselerasjon: } \vec{\alpha} = d\vec{\omega}/dt \quad \alpha = d\omega/dt = \ddot{\phi}$$

$$\text{Sirkelbev.: } v = r\omega \quad \text{Sentripetalaks.: } \vec{a} = -v\omega \hat{r} = -\frac{v^2}{r} \hat{r} = -r\omega^2 \hat{r} \quad \text{Baneaks.: } a_\theta = \frac{dv}{dt} = r \frac{d\omega}{dt} = r\alpha$$

$$\text{Spinn (dreieimpuls) og spinnsatsen: } \vec{L} = \vec{r} \times \vec{p} \quad \vec{\tau} = \frac{d\vec{L}}{dt}, \quad \text{stive lekamar: } \vec{L} = I\vec{\omega} \quad \vec{\tau} = I \frac{d\vec{\omega}}{dt}$$

$$\text{Spinn for rullande lekam: } \vec{L} = \vec{R}_{cm} \times M\vec{V} + I_0\vec{\omega}, \quad \text{Rotasjonsenergi: } E_{k,rot} = \frac{1}{2}I\omega^2,$$

$$\text{der tregleiksmoment } I \stackrel{\text{def}}{=} \sum m_i r_i^2 \rightarrow \int r^2 dm \quad \text{med } r = \text{avstanden frå } m_i \text{ (dm) til rotasjonsaksen.}$$

Med aksen gjennom masseiddelpunktet:  $I \rightarrow I_0$ , og då gjeld:

$$\text{kule: } I_0 = \frac{2}{5}MR^2 \quad \text{kuleskal: } I_0 = \frac{2}{3}MR^2 \quad \text{sylder/skive: } I_0 = \frac{1}{2}MR^2 \quad \text{åpen syllder/ring: } I_0 = MR^2$$

$$\text{lang, tynn stav: } I_0 = \frac{1}{12}M\ell^2 \quad \text{Parallellakseteoremet (Steiners sats): } I = I_0 + Mb^2$$

Udempa svinging:  $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$        $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$        $f_0 = \frac{1}{T} = \frac{\omega_0}{2\pi}$       Masse/fjær:  $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$

Tyngdependel:  $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$ , der  $\sin \theta \approx \theta$       Fysisk:  $\omega_0 = \sqrt{\frac{mgd}{I}}$       Matematisk:  $\omega_0 = \sqrt{\frac{g}{\ell}}$

Dempa svinging:  $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = 0$       Masse/fjær:  $\omega_0 = \sqrt{k/m}$        $\gamma = b/(2m)$

$\gamma < \omega_0$  Underkritisk dempa:  $x(t) = A e^{-\gamma t} \cos(\omega_d t + \phi)$  med  $\omega_d = \sqrt{\omega_0^2 - \gamma^2}$

$\gamma > \omega_0$  Overkritisk dempa:  $x(t) = A^+ e^{-\alpha^{(+)} t} + A^- e^{-\alpha^{(-)} t}$  med  $\alpha^{(\pm)} = \gamma \pm \sqrt{\gamma^2 - \omega_0^2}$

Tvunga svingingar:  $\ddot{x} + 2\gamma\dot{x} + \omega_0^2 x = f_0 \cos \omega t$ , med (partikulær)løsning når  $t \gg \gamma^{-1}$  :

$x(t) = x_0 \cos(\omega t - \delta)$ , der  $x_0(\omega) = \frac{f_0}{\sqrt{(\omega_0^2 - \omega^2)^2 + 4\gamma^2 \omega^2}}$        $\tan \delta = \frac{2\gamma\omega}{\omega_0^2 - \omega^2}$

“Rakettilikninga”:  $m(t) \frac{d\vec{v}}{dt} = \vec{F}_Y + \beta \vec{u}_{\text{ex}}$  der  $\beta = \frac{dm}{dt}$  og  $\vec{u}_{\text{ex}}$  = utskutt masses fart relativ hovedmasse

---

### Termisk fysikk:

---

$n$  = antal mol       $N = nN_A$  = antal molekyler       $n_f$  = antal frihetsgrader

$\alpha = \ell^{-1} d\ell/dT$        $\beta = V^{-1} dV/dT$

$\Delta U = Q - W$        $C = \frac{1}{n} \frac{dQ}{dT}$        $C' = \frac{1}{m} \frac{dQ}{dT}$

$pV = nRT = Nk_B T$        $pV = N \frac{2}{3} \langle E_k \rangle$        $\langle E_k \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} k_B T$        $W = p\Delta V$        $W = \int_1^2 p dV$

Ideell gass:  $C_V = \frac{1}{2} n_f R$        $C_p = \frac{1}{2} (n_f + 2) R = C_V + R$        $\gamma = \frac{C_p}{C_V} = \frac{n_f + 2}{n_f}$        $dU = C_V n dT$

Adiabat:  $Q = 0$       Ideell gass:  $pV^\gamma = \text{konst.}$        $TV^{\gamma-1} = \text{konst.}$        $T^\gamma p^{1-\gamma} = \text{konst.}$

Virkningsgrader for varmekraftmaskiner:  $\eta = \frac{W}{Q_{\text{inn}}}$       Carnot:  $\eta_C = 1 - \frac{T_L}{T_H}$       Otto:  $\eta_O = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$

Effektfaktorer: Kjøleskap:  $\eta_K = \left| \frac{Q_{\text{inn}}}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_L}{T_H - T_L}$       Varmepumpe:  $\eta_V = \left| \frac{Q_{\text{ut}}}{W} \right| \xrightarrow{\text{Carnot}} \frac{T_H}{T_H - T_L}$

Clausius:  $\sum \frac{Q}{T} \leq 0$        $\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$       Entropi:  $dS = \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$        $\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{dQ_{\text{rev}}}{T}$

1. og 2. hovedsetning:  $dU = dQ - dW = T dS - p dV$

Entropiendring  $1 \rightarrow 2$  i ein ideell gass:  $\Delta S_{12} = nC_V \ln \frac{T_2}{T_1} + nR \ln \frac{V_2}{V_1}$

Varmeleiing:  $\dot{Q} = \frac{\kappa A}{\ell} \Delta T = \frac{1}{R} \Delta T$        $j_x = -\kappa \frac{\partial T}{\partial x}$        $\vec{j} = -\kappa \vec{\nabla} T$       Varmeovergang:  $j = \alpha \Delta T$

Stråling:  $j_s = e\sigma T^4 = a\sigma T^4 = (1-r)\sigma T^4$        $j_s = \frac{c}{4} u(T)$

Planck:  $j_s(T) = \int_0^\infty \eta(j_s, T) dj_s$  der  $j_s$ 's frekvensspekter  $= \eta(j_s, T) = \frac{dj_s}{d\lambda} = 2\pi h c^2 \cdot \frac{\lambda^{-5}}{\exp\left(\frac{hc}{k_B T \lambda}\right) - 1}$

Wiens forskyvningslov:  $\lambda_{\text{max}} T = 2898 \mu\text{m K}$

Studieprogram: MT.....

Kandidat nr. \_\_\_\_\_

Dato: \_\_\_\_\_ Side<sup>\*)</sup>: \_\_\_\_\_

Antal ark: \_\_\_\_\_

**Svartabell for fleirvalsspørsmåla i oppgåve 1.**

*Denne sida fyllast ut, rivast av og leverast inn, \*) helst som side 1.  
Husk informasjonen øvst til høgre.*

| Oppgåve | Mitt svar |
|---------|-----------|
| 1-1     |           |
| 1-2     |           |
| 1-3     |           |
| 1-4     |           |
| 1-5     |           |
| 1-6     |           |
| 1-7     |           |
| 1-8     |           |
| 1-9     |           |
| 1-10    |           |
| 1-11    |           |
| 1-12    |           |
| 1-13    |           |
| 1-14    |           |
| 1-15    |           |
| 1-16    |           |
| 1-17    |           |
| 1-18    |           |
| 1-19    |           |
| 1-20    |           |
| 1-21    |           |
| 1-22    |           |