

Løsningsforslag Oppgave 1 – 25 Mekanikk

1) A: Ingen horisontale krefter på kula, så $a_x = 0$, v_x er konstant, og x øker lineært med tiden t .

2) A: Energibevarelse gir:

$$\begin{aligned}\frac{1}{2}mv_1^2 + mga &= \frac{1}{2}mv_2^2 + mgb \\ \Rightarrow v_2 &= \left[v_1^2 + 2g(a-b) \right]^{1/2}\end{aligned}$$

3) D: Pianoet står i ro, så total kraft på det er null. Horisontalt påvirkes pianoet av deg, dvs skyvkraften på 700 N, og en motsatt rettet og like stor friksjonskraft fra teppet.

4) E: Impulsbevarelse: $|p_2| = |p_3| = p$. Det gir $K_3/K_2 = (p^2/6m)/(p^2/4m) = 2/3$, slik at $K_2/(K_2 + K_3) = K_2/(5K_2/3) = 3/5 = 60\%$.

5) B: Beltedelen som har kontakt med underlaget står i ro. Øvre horisontale beltedel har dobbelt så stor hastighet som gravemaskinen.

6) E:

$$A = 4\pi r^2 = 15.205 \text{ cm}^2$$

For å anslå usikkerheten i A , kan vi regne ut A med radius hhv 11.1 og 10.9 mm. Dette gir hhv 15.483 og 14.930 cm^2 , så vi ser at usikkerheten i A er ca $\pm 0.3 \text{ cm}^2$. Alternativt, og litt raskere, kan vi si at

$$\Delta A/A = 2\Delta r/r \Rightarrow \Delta A = 2A\Delta r/r \simeq 0.3 \text{ cm}^2$$

7) B:

$$m = \rho V = 7.86 \text{ g/cm}^3 \cdot (4\pi/3) \cdot 1.1 \text{ cm}^3 = 43.8 \text{ g}$$

8) E:

$$I_0/m = 2r^2/5 = 48.4 \text{ mm}^2$$

9) A:

$$K = mv^2/2 + I_0\omega^2/2 = 7mv^2/10$$

Starthøyde: $y_0 \cdot (1.2^4 - 1.2^2) = 0.6336y_0$. Dermed:

$$|\Delta U| = K \Rightarrow v = \sqrt{10g \cdot 0.6336y_0/7} = 149 \text{ cm/s}$$

10) C: Helningsvinkel gitt ved $\tan \theta = dy/dx$, med

$$dy/dx = y_0(4x^3/L^4 - 2x/L^2).$$

I hver ende er $x = \pm 6L/5$ som gir

$$|dy/dx|_{\max} \simeq 4.5y_0/L = 0.45.$$

Det gir en (maksimal) helningsvinkel $\theta_{\max} = \arctan 0.45 = 24^\circ$.

11) A: I banens to bunnpunkter (og det lokale topp-punktet ved $x = 0$) er $dy/dx = 0$: $dy/dx \sim 4x^3/L^4 - 2x/L^2 \sim 4x^2/L^2 - 2 = 0$ for $x = \pm L/\sqrt{2}$. Her er $d^2y/dx^2 = y_0(12x^2/L^4 - 2/L^2) = y_0(6 - 2)/L^2 = 4y_0/L^2 = 1/\rho$, slik at krumningsradien er $\rho = L^2/4y_0 = 625$ cm.

12) B: Kinetisk energi øker lineært med tiden: $K(t) = A(t - t_0)$. Da er tilført effekt konstant: $P = dK/dt = A$. Dvs, $P = Fv = mav = A$ er konstant. Siden $K = mv^2/2$, vil $v \sim \sqrt{t}$ og $a \sim 1/\sqrt{t}$, og dermed vil $F \sim 1/\sqrt{t}$.

13) C: Energibevarelse gir $kx^2/2 = mv^2/2$, dvs $k = mv^2/x^2 = 0.042 \cdot 0.42^2/0.042^2 = 4.2$ N/m.

14) D: Fra figuren ser vi at $\rho(R) = \rho_0/4$, som betyr at $\alpha = 3/4$.

15) B: Et tynt kuleskall med radius r og tykkelse dr har volum $dV = 4\pi r^2 dr$ (oppgitt), og følgelig masse $dm = \rho(r)dV = \rho_0(1 - \alpha r/R) \cdot 4\pi r^2 dr$. Hele jordas masse bestemmes ved å legge sammen massene til slike tynne kuleskall, fra innerst ($r = 0$) til ytterst ($r = R$):

$$\begin{aligned} M &= \int dm = \int_0^R \rho_0(1 - \alpha r/R) \cdot 4\pi r^2 dr \\ &= 4\pi\rho_0 \left| \left(\frac{r^3}{3} - \frac{\alpha r^4}{4R} \right) \right|_0^R \\ &= 4\pi\rho_0 \left(\frac{4R^3}{12} - \frac{3\alpha R^3}{12} \right) \\ &= \frac{\pi(4 - 3\alpha)}{3} \rho_0 R^3. \end{aligned}$$

Altså er $\beta = \pi(4 - 3\alpha)/3$.

16) D: $a = v^2/r = (100/3.6)^2/(250/2\pi) = 19.4$ m/s².

17) B: $x(t) = x_0 \sin \omega t$, $v(t) = \omega x_0 \cos \omega t$, $a(t) = -\omega^2 x_0 \sin \omega t$. Her er $x_0 = 3.3$ cm og $\omega^2 x_0 = 9.6$ cm/s², slik at $\omega = \sqrt{9.6/3.3} = 1.7$ s⁻¹. Dermed

er maksimal hastighet $\omega x_0 = 5.6 \text{ cm/s}$.

18) A: N2 for "restraketten" er $u \cdot dm/dt = m \cdot dv/dt$, dvs $dm/m = dv/u$, som integrert gir $\ln(m/m_0) = (v - v_0)/u$, dvs $m = m_0 \exp((v - v_0)/u) = m_0 \exp(-(v - v_0)/|u|)$, ettersom $u < 0$. Med $v - v_0 = 1.4 \text{ km/s}$, $|u| = 2.6 \text{ km/s}$ og $m_0 = 7.5 \cdot 10^5 \text{ kg}$, er raketts masse redusert fra m_0 til $m = 0.584m_0 = 4.38 \cdot 10^5 \text{ kg}$ ved fartsdoblingen. Dette tilsvarer en massereduksjon på $3.12 \cdot 10^5 \text{ kg}$. Det forbrukes $0.13 \cdot 10^5 \text{ kg}$ bensin pr sekund. Følgelig har det tatt $3.12/0.13 = 24$ sekunder å doble farten.

19) C: $L = L_b + L_s = mrv + (2/5)mr^2 \cdot v/r = 7mrv/5 = 7 \cdot 0.130 \cdot 0.02625 \cdot 1.0/5 = 4.78 \cdot 10^{-3} \text{ kg m}^2/\text{s}$ (Js).

20) A: Dette er rotasjon med konstant vinkelakselerasjon α bestemt av N2 for rotasjon, $\alpha = \tau/I_0 = Fr/I_0$. Her har vi et tynt kuleskall, og $I_0 = (2/3)mr^2$. Rotert vinkel er dermed $\phi = (1/2)\alpha t^2 = (3F/4mr)t^2 = (3 \cdot 20/4 \cdot 0.0027 \cdot 0.020) \cdot 10^{-6} = 0.278 \text{ radianer} = 16 \text{ grader}$.

21) D: Med utsving x fra likevekt virker kreftene fra de to fjærene i samme retning, slik at N2 blir $m\ddot{x} + (k_1 + k_2)x = 0$. Da er perioden $T = 2\pi\sqrt{m/(k_1 + k_2)} = 2\pi\sqrt{0.050/145} = 0.12 \text{ s}$.

22) A: Eksakt forflytning er $s(t_1) = v_0 t_1 + at_1^2/2 = 0.01217 \text{ m}$. Numerisk: $s_1 = s_0 + v_0 \Delta t = 0.4 \cdot 0.025 = 0.010 \text{ m}$
Feil i s_1 : $0.01217 - 0.010 = 0.00217 \text{ m} \simeq 2.2 \text{ mm}$.

23) C: Energibevarelse: $mgh = mv^2/2$, slik at $v = \sqrt{2gh} = 27.66 \text{ m/s} = 100 \text{ km/t}$.

24) A: Vi finner v_y som funksjon av rotert vinkel ϕ med energibevarelse og figurbetraktning: Vertikal forflytning er $\Delta y = h \sin \phi$, og $v_y = v \cos \phi$. Dermed: $v_y = \sqrt{2gh \sin \phi} \cos \phi$. Maksverdi når $dv_y/d\phi = 0$, eller kanskje litt enklere, når $dv_y^2/d\phi = 0$:

$$dv_y^2/d\phi = 2gh \frac{d}{d\phi} (\sin \phi - \sin^3 \phi) \sim \cos \phi (1 - 3 \sin^2 \phi) = 0$$

dersom $\phi = \arcsin(1/\sqrt{3}) = 35 \text{ grader}$.

25) D: Amplitudereduksjon 0.03 prosent pr periode betyr at $e^{-\gamma T} = 0.9997$. Videre er $Q = \omega_0/\Delta\omega = 2\pi/2\gamma T = \pi/\gamma T$. Dermed: $Q = -\pi/\ln 0.9997 = 10^4$.

Løsningsforslag Oppgave 26 – 50 Termisk fysikk

26) C: Minimalt trykk under de tre sugekoppene er $p = 0$. Maksimal løftekraft blir $F = 3p\pi r^2 = 3 \cdot 1.013 \cdot 10^5 \cdot \pi \cdot (0.1115/2)^2 \text{ N} = 3157 \text{ N}$, som tilsvarer en masse $m = F/g = 322 \text{ kg}$.

27) B: Alle fire påstander er riktige.

28) A: Indre energi endres ikke i den isoterme utvidelsen, men øker i den adiabatisk kompresjonen. (Trykket er lavest i tilstand 2. Tilført varme er positiv fra 1 til 2 og null fra 2 til 3. Temperaturen er lavest og lik i tilstand 1 og 2. Arbeid på gassen i den adiabatisk kompresjonen er større enn arbeid utført av gassen i den isoterme utvidelsen.)

29) A: For toatomige molekyler er $U/N = 5k_B T/2$, for enatomige er $U/N = 3k_B T/2$. Forholdet blir $5/3 = 1.67$.

30) D: 1. lov gir påkrevd arbeid $W = 1.5 \text{ kJ}$ pr syklus. Dette er her kostnaden, mens nytten er 6.0 kJ varme inn i stua. Da blir effektfaktoren $6.0/1.5 = 4.0$.

31) E: Isoterm utvidelse fra a til b betyr at $T_a = T_b$. Isokor trykkøkning fra c til a betyr temperaturøkning og $T_c < T_a$.

32) A: Med reversible prosesser er $\Delta S = Q/T$. Her er $Q_{ab} > 0$, $Q_{bc} < 0$ og $Q_{ca} > 0$, slik at $S_b > S_a$, $S_b > S_c$ og $S_a > S_c$, og dermed $S_b > S_a > S_c$.

33) D: Dette er en varmekraftmaskin, med virkningsgrad $W_{\text{netto}}/Q_{\text{inn}}$. Her er $W_{\text{netto}} = W_{ab} + W_{bc}$ (hhv positivt og negativt bidrag) mens $Q_{\text{inn}} = Q_{ab} + Q_{ca}$ (begge positive, dvs varme tilført systemet). $Q_{bc} < 0$ er avgitt spillvarme".

34) C: $W = W_{ab} + W_{bc} = RT \ln 2 - p_b V$. I tilstand b gir tilstandsligningen $p_b \cdot 2V = RT$, slik at $p_b V = RT/2$. Dermed er $W = RT \ln 2 - RT/2 = 0.19RT = 0.19 \cdot 8.314 \cdot 500 = 803 \text{ J}$.

35) D: Siden entropien er en tilstandsfunksjon, kan ΔS beregnes ved å betrakte en isoterm utvidelse til et tre ganger så stort volum: $\Delta S = \int dS = \int p dV/T = nR \int_V^{3V} dV/V = nR \ln 3$. Tilstandsligningen gir $nR = pV/T = 9.0 \cdot 1.013 \cdot 10^5 \cdot 2.5 \cdot 10^{-3}/300 = 7.60 \text{ J/K}$, slik at $\Delta S = 8.3 \text{ J/K}$.

36) B: $Q = 334 \cdot 150 = 50100 \text{ J}$. For omgivelsene er dette avgitt varme, slik at $\Delta S = -Q/T = -50100/296.15 = -169 \text{ J/K}$.

37) A: Entropi er tilstandsfunksjon, så vi kan f.eks. betrakte isoterm reversibel prosess, da temperaturen her er den samme i start- og i slutt-tilstand. ($p_0 V_0 = nRT = (p_0/2)(2V_0)$) Dermed: $\Delta S = R \int_{V_0}^{2V_0} dV/V = R \ln 2 = 5.8 \text{ J/K pr mol.}$

38) C: $p = RT/V = 8.314 \cdot 293/7.88 \cdot 10^{-3} = 3.091 \cdot 10^5 \text{ Pa} = 3.05 \text{ atm.}$

39) E: $p = RT/(V - b) - a/V^2 = 313683 \text{ Pa} - 21002 \text{ Pa} = 292681 \text{ Pa} = 2.89 \text{ atm.}$

40) B: Parameteren b i van der Waals tilstandsligning tar hensyn til at molekylene tar litt plass, slik at tilgjengelig volum for et gitt molekyl er noe mindre enn det totale volumet V . Her har vi 1.00 mol væske, og med $b = 0.1142 \text{ L/mol}$ må vi forvente et væskevolum som er noe større enn dette. Men siden tilsvarende mengde i gassform opptar et volum 7.88 L, må vi samtidig forvente et væskevolum mye mindre enn 7.88 L. Dermed gjenstår bare 0.17 L som et realistisk alternativ.

41) C: $T_c = (1/R)(V_c - b)(p_c + a/V_c^2) = (1/R) \cdot 2b \cdot 4a/27b^2 = 8a/27Rb = 8 \cdot 1.3041/27 \cdot 8.314 \cdot 0.0001142 = 407 \text{ K.}$

42) A: Fordampingskurven går fra trippelpunktet 4 og ender i kritisk punkt 2.

43) E: $\langle K_{\text{trans}} \rangle = (m/2)\langle v^2 \rangle = (3/2)RT$ dersom m tilsvarer molar masse. Dermed: $V_{\text{rms}} = \sqrt{\langle v^2 \rangle} = \sqrt{3RT/m} = \sqrt{3 \cdot 8.314 \cdot 293/0.05812} = 355 \text{ m/s.}$

44) B: Hver kvadratiske frihetsgrad bidrar med $k_B/2$ til C_V pr partikkel, dvs med $R/2 = 4.157 \text{ J/K pr mol.}$ Da tilsvarer 88.3 J/K ca 21 kvadratiske frihetsgrader. Her inngår 3 knyttet til translasjon og 3 knyttet til rotasjon, slik at vi står igjen med ca 15 kvadratiske vibrasjonsfrihetsgrader.

45) E: Vi setter $E_{\text{rot}}^{(l)} = k_B T$ og får $l(l+1) = k_B T I / \hbar^2 = 1.38 \cdot 10^{-23} \cdot 300 \cdot 10^{-45} / (1.05 \cdot 10^{-34})^2 \simeq 376$. Da passer $l = 19$ best, siden $19 \cdot 20 = 380$.

46) D: Vi bruker damptrykk-kurven med kokepunktet (11.7 kuldegrader, 1 atm) som referanse ($l = 21300 \text{ J/mol}$):
 $p_d(113.55) = p_d(261.45) \cdot \exp((l/R)(1/261.45 - 1/113.55)) = 1 \text{ atm} \cdot \exp(-12.76) = 0.29 \text{ Pa.}$

(Her bommer vi litt på eksperimentell verdi som er ca 0.019 Pa.)

47) D: $\Delta T = 8 \text{ K}$, $R = (0.025/0.25 \cdot 1) + (0.075/0.035 \cdot 1) = 0.10 + 2.14 = 2.24 \text{ K/W}$, $P = \Delta T/R = 8/2.24 = 3.6 \text{ W.}$

48) B: Effekttap gjennom 0.14 m^2 tre, tykkelse 0.20 m : $P_t = j_t A_t = \kappa_t \Delta T A_t / a = 0.12 \cdot 30 \cdot 0.14 / 0.20 = 2.52 \text{ W}$.

Effekttap gjennom 0.86 m^2 mineralull, tykkelse 0.20 m : $P_m = j_m A_m = \kappa_m \Delta T A_m / a = 0.035 \cdot 30 \cdot 0.86 / 0.20 = 4.52 \text{ W}$.

Totalt effekttap gjennom 1 m^2 : 7.0 W .

49) C: $P_2/P_1 = (T_2^4 \cdot A_2 / T_1^4 \cdot A_1) = 2^4 \cdot (R_2/R_1)^2 = 2^4 \cdot (V_2/V_1)^{2/3} = 2^4 \cdot 1/2^{2/3} = 2^{10/3} = 10$.

50) C: $\alpha = (1/\Delta T)(\Delta L/L)$ slik at $\Delta L = \alpha L \Delta T = 10^{-5} \cdot 260 \cdot 10^3 \cdot 50 \text{ m} = 130 \text{ m}$.