

BOKMÅL

Kandidatnr.....

Studieretning.....

Side.....

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk, NTNU

Faglig kontakt under eksamen:

Navn: Dag W. Breiby

Tlf.: 984 54 213

KONTINUASJONSEKSAMEN I EMNE TFY4125 - FYSIKK

10. august 2012

Tid: 0900-1300

Tillatte hjelpemidler: Kode C:

Typegodkjent kalkulator, med tomt minne

K. Rottmann: Matematisk Formelsamling

S. Barnett & T.M. Cronin: Mathematical Formulae

Eksamenssettet er utarbeidet av førsteamanuensis Dag W. Breiby og består av:

Oppgavetekst til oppgaver 1-4

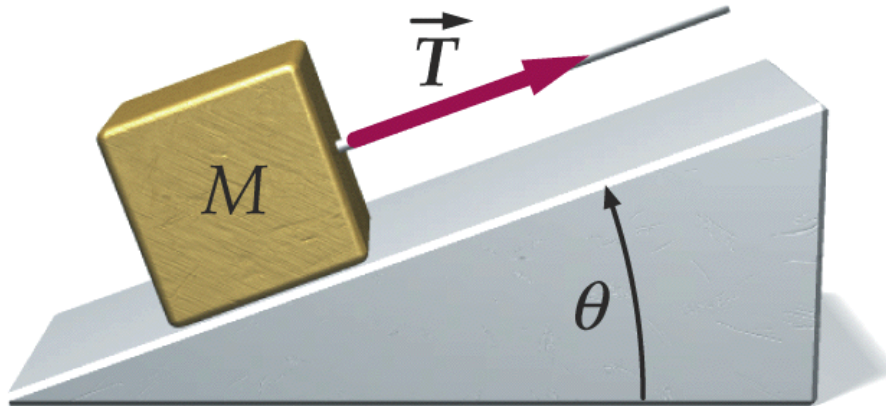
side 2-5

Vedlegg: Formelark

side 6-8

Hvert delspørsmål a) b) etc. i oppgavene 1-4 teller likt, med til sammen 100 % for alle 10 delspørsmål.

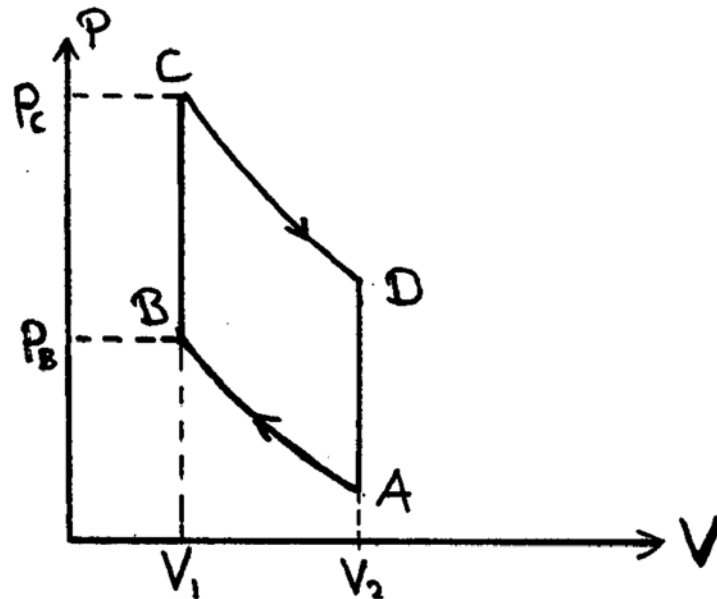
Oppgave 1



En kloss med masse M er i ro i posisjonen $x = 0$ på et friksjonsløst skråplan med helningsvinkel θ , slik figuren angir. Boksen er festet til en snor som drar med konstant kraft $T = |\vec{T}|$ oppover parallelt med skråplanet.

- Etter en strekning $x = s$ oppover langs skråplanet er klossens hastighet v . Finn et uttrykk for snordraget $T = T(M, v, s, g, \theta)$.
- Under samme forhold som i (a), finn et uttrykk for arbeidet $W(x)$ gjort av snorkraften etter at klossen har tilbakelagt en strekning x . Kommenter svaret for $x = s$.

Oppgave 2

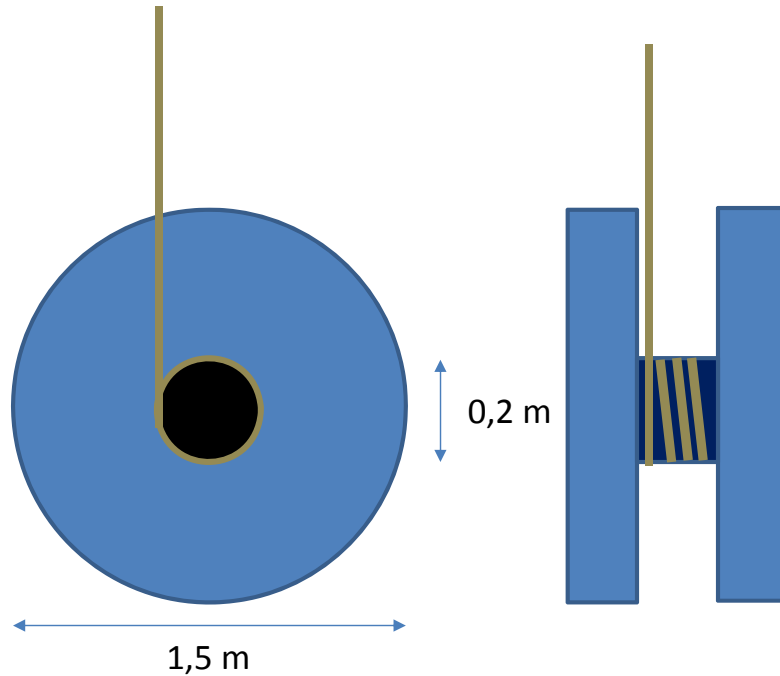


En reversibel kretsprosess ABCDA er sammensatt av to adiabatiske og to isokore prosesser som vist i figuren. Volumene V_1 og V_2 er gitt.

Arbeidssubstansen er en ideell gass med varmekapasiteter C_v og C_p , der $C_v = 5/2 R$.

Det oppgis at trykkforholdet $P_C/P_B = 3,00$.

- Finn uttrykk for temperaturene T_B , T_C og T_D . Temperaturene skal uttrykkes ved T_A og kompresjonsforholdet $r = V_2/V_1$.
- Vis at arbeidet langs en adiabat er gitt ved $W_{ad} = \frac{1}{1-\gamma}(P_i V_i - P_f V_f)$, der i og f betegner start- og slutt-tilstandene.
- I hvilke delprosesser utføres arbeid, og i hvilke delprosesser overføres varme? Betrakt en syklus og sett opp uttrykk for Q_1 (avgitt varme) og Q_2 (mottatt varme), W_1 (utført arbeid) og W_2 (påført arbeid). Finn et uttrykk for virkningsgraden ε . Beregn tallverdi for ε når $r = V_2/V_1 = 10$.
- Finn uttrykk og tallverdi for den maksimale virkningsgraden en kretsprosess som arbeider mellom to reservoar med temperatur lik henholdsvis den største og minste temperatur som opptrer i kretsprosessen.

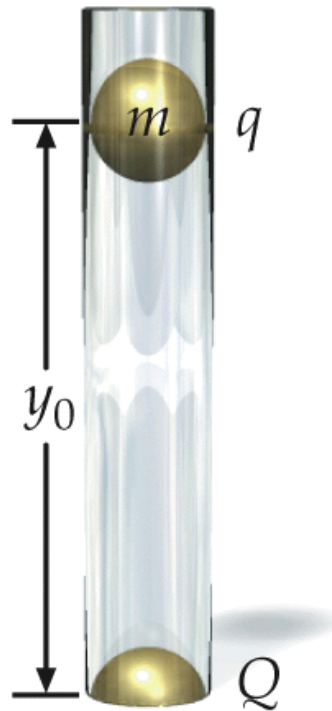
Oppgave 3

En kjempestor yo-yo med masse $M = 40$ kg og diameter 1,5 m slippes fra et høyt tårn. Den ene enden av den 50 m lange snora er festet til toppen av tårnet, den andre er viklet rundt en aksling med diameter 0,2 m. Anta at massen til yo-yo'en er jevnt fordelt i de to store skivene, og at snora og akslingen er masseløse.

Gi både symboluttrykk og tallsvar.

- Finne treghetsmomentet til yo-yo'en. Hvilke krefter virker på yo-yo'en når den faller? Finn akselerasjonen til yo-yo'en under fallet.
- Hvor stor vertikal hastighet har yo-yo'en i øyeblikket like før snora er helt utløpt? Hva er snordraget mens yo-yo'en faller?

Oppgave 4



En liten kule med masse m og ladning $+q$ kan kun bevege seg vertikalt i en smal friksjonsløs sylinder, slik figuren viser. I bunnen av sylindren er et annet legeme med ladning $+Q$. Gravitasjonens akselerasjon er g .

- Forklar kort hva en *stabil likevekt* er. Vis at massen m vil være i likevekt ved en viss høyde y_0 , og finn et uttrykk for denne høyden.
- Vis at hvis den lille kulen gis en *liten* dytt Δy fra likevektsposisjonen vil den komme i harmonisk svingning med vinkelhastighet $\omega = \sqrt{\frac{\kappa g}{y_0}}$, der κ er en konstant som skal bestemmes.

Hint: Finn først et uttrykk for den gjenopprettende kraften F som virker på den lille kulen når den er dyttet en distanse Δy fra likevektsposisjonen y_0 . Utnytt deretter at $\Delta y \ll y_0$.

Vedlegg: Formelliste for emnet TFY4125 Fysikk

Vektorstørrelser er i **uthevet** skrift.

Fysiske konstanter:

Ett mol: $M(^{12}\text{C}) = 12 \text{ g}$	$1 \text{ u} = 1,6605 \cdot 10^{-27} \text{ kg}$	$N_A = 6,0221 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1}$
$k_B = 1,3807 \cdot 10^{-23} \text{ J/K}$	$R = N_A k_B = 8,3145 \text{ J mol}^{-1} \text{ K}^{-1}$	$0^\circ\text{C} = 273,15 \text{ K}$
$\epsilon_0 = 8,8542 \cdot 10^{-12} \text{ C}^2/\text{Nm}^2$	$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ N/A}^2$	
$e = 1,6022 \cdot 10^{-19} \text{ C}$	$m_e = 9,1094 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$	
$c = 2,9997 \cdot 10^8 \text{ m/s}$	$h = 6,6261 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$	$g = 9,81 \text{ m/s}^2$

Mekanikk:

$$\frac{d\mathbf{p}}{dt} = \mathbf{F}(\mathbf{r}, t), \text{ der } \mathbf{p}(\mathbf{r}, t) = m\mathbf{v} = m d\mathbf{r} / dt; \mathbf{F} = m\mathbf{a}$$

Konstant a : $v = v_0 + at$; $s = s_0 + v_0 t + \frac{1}{2} at^2$; $2as = v^2 - v_0^2$

$dW = \mathbf{F} \cdot d\mathbf{s}$; $K = \frac{1}{2} mv^2$; $U(\mathbf{r})$ = potensiell energi. (tyngde: mgh ; fjær: $\frac{1}{2} kx^2$)

$\mathbf{F} = -\nabla U$; $F_x = -\frac{\partial}{\partial x} U(x, y, z)$; $E = \frac{1}{2} mv^2 + U(\mathbf{r}) + \text{friksjonsarbeid} = \text{konst.}$

Tørr friksjon: $|F_f| \leq \mu_s \cdot F_\perp$ eller $|F_f| = \mu_k \cdot F_\perp$; Viskøs friksjon: $\mathbf{F}_f = -k_f \mathbf{v}$

Dreiemoment: $\boldsymbol{\tau} = (\mathbf{r} - \mathbf{r}_0) \times \mathbf{F} = I\boldsymbol{\alpha}$, der $\mathbf{r}_0$ er valgt ref. punkt og I treghetsmomentet. $dW = \boldsymbol{\tau} \cdot d\boldsymbol{\theta}$

Statisk likevekt: $\mathbf{F} = \sum_i \mathbf{F}_i = \mathbf{0}$, $\boldsymbol{\tau} = \sum_i \boldsymbol{\tau}_i = \mathbf{0}$.

Massemiddelpunkt (tyngdepunkt): $\mathbf{R} = \frac{1}{M} \sum_i m_i \mathbf{r}_i$, $M = \sum_i m_i$

Elastisk støt: $\Sigma_i \mathbf{p}_i = \text{konstant}$; $\Sigma_i E_i = \text{konstant}$. Uelastisk støt: $\Sigma_i \mathbf{p}_i = \text{konstant}$.

Impuls: $\mathbf{I} = \Delta \mathbf{p}$, $\mathbf{I} = \int \mathbf{F}(t) dt$.

Vinkelhast.: $\boldsymbol{\omega} = \omega \hat{\mathbf{z}}$; $|\boldsymbol{\omega}| = \omega = d\theta / dt$; Vinkelakselerasjon: $\boldsymbol{\alpha} = d\boldsymbol{\omega} / dt$; $\alpha = d\omega / dt = d^2\theta / dt^2$

Sirkelbevegelse: $\mathbf{v} = \omega \mathbf{r}$; Sentripetalakselerasjon $a_r = -v\omega = -v^2 / r = -r\omega^2$

Baneaks.: $a_\theta = dv / dt = r d\omega / dt = r\alpha$; Rotasjonsenergi: $K_{rot} = \frac{1}{2} I\omega^2$, der I er treghetsmomentet.

$I \equiv \sum_i m_i r_{\perp i}^2 \rightarrow \int_V dV \rho r_\perp^2$. Akse gjennom masseiddelpunktet: $I \rightarrow I_0$.

Massiv kule: $I_0 = \frac{2}{5} MR^2$; Kuleskall: $I_0 = \frac{2}{3} MR^2$; Kompakt sylinder / skive: $I_0 = \frac{1}{2} MR^2$;

Lang, tynn stav: $I_0 = \frac{1}{12} ML^2$; Parallellakse teoremet (Steiners sats): $I = I_0 + Mb^2$

Betingelser for ren rulling: $v = \omega R$; $a = \alpha R$.

Svingninger:

Udempet svingning: $\ddot{x} + \omega_0^2 x = 0$; $\omega_0 = \sqrt{k/m}$; $T = 2\pi / \omega_0$; $f_0 = 1/T = \omega_0 / 2\pi$

Pendel: $\ddot{\theta} + \omega_0^2 \sin \theta = 0$; Fysisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{gmd/I}$; Matematisk pendel: $\omega_0 = \sqrt{g/l}$

Termisk fysikk:

n = antall mol; $N = nN_A$ = antall molekyler; $\alpha = l^{-1} dl / dT$

$Q_{in} = \Delta U + W$; $C = \frac{\Delta Q}{\Delta T}$; (Varmekapasiteten kan være gitt per masseenhet eller per mol)

$PV = nRT = Nk_B T$; $PV = N \frac{2}{3} \langle K \rangle$; $\langle K \rangle = \frac{1}{2} m \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2} m \langle v_x^2 \rangle$; $\Delta W = P \Delta V$; $W = \int_1^2 P dV$

Molar varmekapasitet: $C_V = \frac{3}{2} R$ (en-atomig); $C_V = \frac{5}{2} R$ (to-atomig); $C_P = C_V + R$. $dU = C_V \cdot dT$.

For ideell gass: $\gamma \equiv C_P / C_V$. Adibat: $PV^\gamma = konst.$; $TV^{\gamma-1} = konst.$

Virkningsgrader for varmekraftmaskiner: $\varepsilon = W / Q_v$; Carnot: $\varepsilon = 1 - T_k / T_v$; Otto: $\varepsilon = 1 - 1/r^{\gamma-1}$

Kjøleskap: $\eta_K = \left| \frac{Q_k}{W} \right| \frac{Carnot}{T_v - T_k}$; Varmepumpe: $\eta_{VP} = \left| \frac{Q_v}{W} \right| \frac{Carnot}{T_v - T_k}$

Clausius: $\sum \frac{\Delta Q}{T} \leq 0$; $\oint \frac{dQ}{T} \leq 0$; Entropi: $dS = \frac{dQ_{rev}}{T}$; $\Delta S_{12} = \int_1^2 \frac{dQ_{rev}}{T}$; $S = k_B \ln W$

Entropiendring i en ideell gass (per mol): $\Delta S_{12} = C_V \ln(T_2 / T_1) + R \ln(V_2 / V_1)$

Elektrisitet og magnetisme:

Coulomb: $\mathbf{F}(\mathbf{r}) = \frac{Q_1 Q_2}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{\mathbf{r}}; \mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r^2} \hat{\mathbf{r}}; V(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 r}.$

Elektrisk felt: $\mathbf{E} = -\nabla V = -\left\langle \frac{\partial V}{\partial x}, \frac{\partial V}{\partial y}, \frac{\partial V}{\partial z} \right\rangle; E_x = -\frac{dV}{dx} \hat{\mathbf{x}}.$

Elektrisk potensial: $\Delta V = V_b - V_a = -\int_a^b \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s}. \Delta U = Q\Delta V$

1. Gauss lov $\oint_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \oint_S E_n dA = \frac{Q_{\text{inni}}}{\epsilon_0}$

2. Gauss lov for magnetisme $\oint_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = \oint_S B_n dA = 0$

3. Faradays lov $\oint_C \mathbf{E} \cdot d\mathbf{s} = \epsilon = -\frac{d\Phi_m}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_S B_n dA = -\int_S \frac{\partial B_n}{\partial t} dA$

4. Amperes lov $\oint_C \mathbf{B} \cdot d\mathbf{s} = \mu_0 (I_{\text{inni}} + I_D), I_D = \epsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} = \epsilon_0 \int_S \frac{\partial E_n}{\partial t} dA$

Fluks: $\Phi_E = \int_S \mathbf{E} \cdot d\mathbf{A} = \int_S E_n \cdot dA; \Phi_M = \int_S \mathbf{B} \cdot d\mathbf{A} = \int_S B_n \cdot dA.$

Kapasitans: $C \equiv \frac{Q}{V}. U = \frac{1}{2} CV^2 = \frac{1}{2} Q^2 / C. \text{ For platekondensator: } C = \frac{\epsilon_0 A}{d}.$

Energitetthet: $u_E = \frac{U_E}{\text{'volum'}} = \frac{1}{2} \epsilon_0 E^2; u_B = \frac{U_B}{\text{'volum'}} = \frac{1}{2\mu_0} B^2$

Biot-Savarts lov: $d\mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} I \frac{d\mathbf{l} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}. \quad \mathbf{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{Q\mathbf{v} \times \hat{\mathbf{r}}}{r^2}$

Lorentzkraften: $\mathbf{F} = Q(\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}); d\mathbf{F} = I(d\mathbf{l} \times \mathbf{B}).$