

Oppgave 1.

- (a) Posisjonsvektor for punktet = $\mathbf{r}_p$

$$\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{r}_p + \phi = \text{konstant}$$

$$\omega dt - \mathbf{k} \cdot d\mathbf{r}_p = 0$$

$$\mathbf{k} \cdot \frac{d\mathbf{r}_p}{dt} = \mathbf{k} \cdot \frac{d\mathbf{r}_p}{dt} = \omega$$

$$\frac{d\mathbf{r}_p}{dt} = \frac{\omega}{\mathbf{k}} \quad \text{qed.}$$

- (b) Kompleks representasjon (fysikalsk størrelse er her imaginærdelen):

$$E_R = E_0 e^{j\omega t} (e^{j\phi} + e^{j2\phi} + e^{j3\phi} + \dots + e^{jN\phi})$$

Parantesen er summen av en geometrisk rekke.

$$E_R = E_0 e^{j\omega t} e^{j\phi} \frac{1 - e^{jN\phi}}{1 - e^{j\phi}}$$

Minste verdi for ϕ som gir $E_R = 0$ blir: $\phi = 2\pi/N$

(For $\phi=0$ blir $E_R = N E_0 \sin \omega t$)

- (c) Akustisk intensitet:

$$[I_a] = \left[\frac{p^2}{\rho c} \right] = \frac{\frac{N^2}{m^4}}{\frac{kg}{m^3} \frac{m}{s}} = \frac{N^2}{kg \frac{m^2}{s}} = \frac{kg \frac{m}{s^2} N}{kg \frac{m^2}{s}} = \frac{W}{m^2}$$

Elektromagnetisk intensitet:

$$[I_{em}] = [S] = [E H] = \frac{V}{m} \cdot \frac{A}{m} = \frac{V}{m} \cdot \frac{C/s}{m} = \frac{W}{m^2}$$

$$\underline{[I_a] = [I_{em}] = \frac{W}{m^2}} \quad \text{qed.}$$

Oppgave 2.

Flateimpedans i refleksjonsflaten i $x=0$:

$$Z_n = \left(\frac{p}{u} \right)_{x=0} = \left(\frac{\frac{p_i + p_r}{p_i} + \frac{p_r}{p_i}}{\rho_1 c_1 + \rho_1 c_1} \right)_{x=0} = \rho_1 c_1 \left(\frac{1 + \frac{p_r}{p_i}}{1 - \frac{p_r}{p_i}} \right)_{x=0}$$

$$Z_n = \rho_1 c_1 \frac{1 + R_a}{1 - R_a} \Rightarrow$$

$$R_a = \left(\frac{p_r}{p_i} \right)_{x=0} = \frac{\frac{Z_n}{\rho_1 c_1} - 1}{\frac{Z_n}{\rho_1 c_1} + 1} \quad \text{For } Z_n = \rho_2 c_2 :$$

$$R_a = \left(\frac{p_r}{p_i} \right)_{x=0} = \frac{\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} - 1}{\frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} + 1} = \frac{a - 1}{a + 1} \quad \text{hvor } a = \frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1}$$

$$r = \left| \frac{p_r}{p_i} \right|^2 = |R_a|^2 = \left(\frac{a - 1}{a + 1} \right)^2 \Rightarrow$$

$$r(a^2 + 2a + 1) = a^2 - 2a + 1 \Rightarrow$$

$$(r - 1)a^2 + 2(r + 1)a + (r - 1) = 0$$

For samme refleksjonsfaktor r og derfor samme intensitet for reflektert bølge vil to verdier av $\rho_2 c_2$ oppfylle denne annengradsligningen:

$$a = \frac{\rho_2 c_2}{\rho_1 c_1} = \frac{-2(r+1) \pm \sqrt{[2(r+1)]^2 - 4(r-1)^2}}{2(r-1)}$$

Oppgave 3.

Betingelsen $ka \ll 1$ medfører at kildene er enkle. Lydutstrålingen blir da lik i alle retninger. Lydtrykket i stor avstand er proporsjonal med kildestyrken, dvs. med vibrerende flate, siden i dette tilfelle overflatehastighetsamplitudene er forutsatt like store. Intensiteten er proporsjonal med lydtrykkamplituden i kvadrat. Ut fra dette blir forholdet mellom utstrålt effekt fra de to lydkildene lik kildearealforholdet i kvadrat:

$$\frac{W_{\text{halvkule}}}{W_{\text{stempel}}} = \left(\frac{2\pi a^2}{\pi a^2} \right)^2 = \underline{\underline{4}}$$

Oppgave 4.

Hendelsene beskrives mest hensiktsmessig i et inertialsystem hvor veggen er i ro og lydbølgens fasehastighet er v_f .

Sende- og mottakstidspunkt for begynnelsen av en periode: t_{S1} og t_{M1} , og for slutten av perioden: t_{S2} og t_{M2} . Avstand fly - vegg: $r(t)$. Da gjelder:

$$t_{M1} = t_{S1} + \frac{r(t_{S1}) + r(t_{M1})}{v_f} \quad t_{M2} = t_{S2} + \frac{r(t_{S2}) + r(t_{M2})}{v_f}$$
$$T_M = t_{M2} - t_{M1} = t_{S2} - t_{S1} + \frac{(r(t_{S2}) - r(t_{S1})) + (r(t_{M2}) - r(t_{M1}))}{v_f}$$

$$T_M = T_S + \frac{dr}{dt} \frac{T_S + T_M}{v_f} = T_S - u \frac{T_S + T_M}{v_f}$$

$$\frac{T_M}{T_S} = \frac{1 - u/v_f}{1 + u/v_f} \Rightarrow \frac{f_M}{f} = \frac{1 + u/v_f}{1 - u/v_f} \Rightarrow \frac{u}{v_f} = \frac{f_M/f - 1}{f_M/f + 1}$$

Med tallverdier: $v_f = 340$ m/s, $f = 5000$ Hz, $f_m = 5280$ Hz :

$$u = 340 \frac{5280/5000 - 1}{5280/5000 + 1} \text{ m/s} = \underline{\underline{9.26 \text{ m/s} = 33.3 \text{ km/time}}}$$

På grunn av denne lave hastigheten har vi kunnet se bort fra forskjellen i tiden målt i et inertialsystem hvor veggen er i ro og egentiden målt i flyets inertialsystem.

Oppgave 5.

(a) Bølgelengden $\lambda = \frac{c}{f} = \frac{320}{500} = \underline{\underline{0.64 \text{ m}}}$

$$\text{Avstanden mellom nabomaksima} = \frac{\lambda}{2} = OP$$

$$PQ = 3 \cdot OP = 3 \frac{\lambda}{2} = 3 \frac{0.64}{2} = \underline{\underline{0.96 \text{ m}}}$$

- (b) Avstanden OP mellom nabomaksima er en halv bølgelengde, som tilsvarende faseforskjell π . Avstanden OQ er to bølgelengder som tilsvarende faseforskjell 4π . I pkt. O og P er derfor mikrofonspenningene og stråleavbøyningene på skjermen i motfase, i O og Q i fase:

$$I_O : x = a \cos \omega t$$

$$I_P : y = -b \cos \omega t$$

$$I_Q : y = b \cos \omega t$$

Med mikrofonene i O og P blir på skjermen opptegnet en rett linje med helning $b/a = -1$ dersom $b=a$.

Med mikrofonene i O og Q blir på skjermen opptegnet en rett linje med helning $b/a = 1$ dersom $b=a$.

Oppgave 6.

- (a) Velger $x=0$ i åpningen. Radius i n. Fresnelsone:

$$a_n = \sqrt{n\lambda f} \quad \text{Her: } f = 1/(1/q + 1/x_1) = 1/(1/\infty + 1/2) = 2 \text{ m}$$

$$a_1 = \sqrt{632.8 \cdot 10^{-9} \cdot 2} = 1.125 \text{ mm} < a, \text{ dvs. Fresneldiffraksjon}$$

$$a_2 = \sqrt{2} a_1 = 1.591 \text{ mm}$$

= a, dvs åpningen dekker 2 Fresnelsoner.

Feltamplitudebidragene fra Fresnelsone nr. 1 og 2 hever hverandre:

$$\underline{\underline{I_{x_1} \text{ blir derfor: } (I/I_0) = 0}}$$

- (b) Intensitetsforholdet blir maksimalt:

$$\underline{\underline{i \ x_2 : (I/I_0) = 4}}$$

når åpningen utgjør en Fresnelsone:

$$\sqrt{\lambda x_2} = a \quad \Rightarrow \quad x_2 = \frac{a^2}{\lambda} = \frac{(1.591 \cdot 10^{-3})^2}{632.8 \cdot 10^{-9}} = \underline{\underline{4 \text{ m}}}$$

- (c) Når skjermen skiftes ut med den komplementære, blir feltamplitudene iflg. Babinets prinsipp:

$$U(x_1) = U_0 - 0 = U_0$$

$$U(x_2) = U_0 - 2U_0 = -U_0$$

og intensitetsforholdene:

$$i \ x_1 : (I/I_0) = \underline{\underline{1}}$$

$$i \ x_2 : (I/I_0) = \underline{\underline{1}}$$

Intensitetene i x_1 og x_2 blir altså som uten skjerm.