LØSNINGSFORSLAG SIF4014 FYSIKK3 13/12-00

Oppgave 1

a)

Vinkelfrekvens:

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{25}\ \mathrm{rad/s} \approx \underline{\underline{0{,}25\ \mathrm{rad/s}}}$$

Bølgelengde:

$$\lambda = \frac{2\pi}{k} = \frac{2\pi}{\omega^2/g} = \frac{gT^2}{2\pi} \approx \underline{\underline{980\ m}}$$

b) For bølgelengdekomponent med $T = T_1 = 25\,s$

Fasehastighet:

$$V_f = \frac{\omega}{k} = g/\omega = \frac{gT_1}{2\pi} \approx 39{,}1\ \mathrm{m/s} \approx \underline{\underline{39\ \mathrm{m/s}}}$$

($\omega^2 = gk$, dvs $\frac{\omega}{k} = \frac{g}{\omega}$)

Gruppehastighet:

$$V_g = \frac{d\omega}{dk} = \frac{d}{dk}(gk)^{1/2} = \frac{1}{2}\left(g/k\right)^{1/2} \qquad (1)$$

$$= \frac{1}{2}\frac{g}{\omega} = \frac{1}{2}V_f \approx 19{,}5\ \mathrm{m/s} \approx \underline{\underline{20\ \mathrm{m/s}}}$$

c) For bølgelengdekomponenten med $T = T_2 = 19\,s$:

$$v_g = \frac{1}{2}\frac{g}{\omega} = \frac{1}{2}\frac{g T_2}{2\pi} \approx 14{,}8\ m/s \approx \underline{15\ m/s}$$

Vi kaller tiden fra stormen begynner til vi ser bølger med $T = T_1$ for τ og har da:

$$l = v_{g,T_1} \cdot \tau = v_{g,T_2} \cdot (\tau + 48\ \text{timer}) = v_{g,T_2}(\tau + 1{,}728 \cdot 10^5\,s)$$

som gir:

$$\tau = \frac{v_{g,T_2}}{v_{g,T_1} - v_{g,T_2}} \cdot 1{,}728 \cdot 10^5\,s \approx \underline{5{,}44 \cdot 10^5\,s}$$

Dermed for avstanden l:

$$l = v_{g,T_1} \cdot \tau \approx 1{,}06 \cdot 10^7\,m \approx \underline{\underline{11000\ km}}$$

d) Her har vi

$$v_f = \frac{\omega}{k} = \sqrt{gD} = \frac{d\omega}{dk} = v_g$$

uavhengig ω. Altså forplanter alle bølgelengdekomponentene (som ~~denne~~ relasjonen gjelder for) med samme hastighet og vi får ikke oppspaltning av disse komponentene i lineære cosinusbølger.

Oppgave 2

a) Totalt felt E_θ i et punkt P er gitt ved:

$$E_\theta = E_1 + E_2$$
$$= E_0\{\cos[kr - \omega t - \varphi] + \cos[k(r+\Delta r) - \omega t - \varphi]\} \qquad (1)$$

Oppgitt: $\cos a + \cos b = 2\cos\frac{a+b}{2}\cdot\cos\frac{a-b}{2}$ (2)

(2) i (1) med $a = k(r+\Delta r) - \omega t - \varphi$ og $b = kr - \omega t - \varphi$ gir:

$$E_\theta = 2E_0\cos\left[k\left(r + \frac{\Delta r}{2}\right) - \omega t - \varphi\right]\cos\left(\frac{k\Delta r}{2}\right) \qquad (3)$$

Ved figurbetraktning:

$$\Delta r = d\sin\theta \qquad (4)$$

(4) inn i (3) gir

$$E_\theta = 2E_0\cos\left(\frac{kd\sin\theta}{2}\right)\cos\left[k\left(r + \frac{d\sin\theta}{2}\right) - \omega t - \varphi\right] \qquad (5)$$

Q.E.D.

Vi ser at totalfeltet er symmetrisk omkring normalen til midtstopperen i spalteskjermen.

b) For et gitt punkt P på observasjonsskjermen kan totalfeltet E_θ i (5) skrives

$$E_\theta = E_{\theta_0}\cos(\omega t + \varphi_1) \qquad (6)$$

med amplituden

$$E_{\theta_0} = 2E_0\cos\left(\frac{kd\sin\theta}{2}\right) \qquad (7)$$

og

$$\varphi_1 = k\left(r + \frac{\Delta r}{2}\right) - \varphi = \text{konstant for gitt } P \qquad (8)$$

Intensiteten til en harmonisk elektromagnetisk bølge i vakuum med amplitude E_{θ_0} er da (jfr. formelsamling i Fyschk 3):

$$I_\theta = \epsilon_0 c \overline{E_\theta^2} = \frac{1}{2}\epsilon_0 c E_{\theta_0}^2$$

$$= \frac{1}{2}\epsilon_0 c \left(2E_0 \cos\frac{kd\sin\theta}{2}\right)^2 = 2\epsilon_0 c E_0^2 \cos^2\frac{kd\sin\theta}{2} \qquad (9)$$

Vi får maksimum lysintensitet når:

$$\frac{kd\sin\theta}{2} = m\pi \ , \quad m = 0, \pm 1, \pm 2 \ldots \qquad (10)$$

eller

$$\sin\theta = \frac{m\lambda}{d} \ , \quad m = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \qquad (11)$$

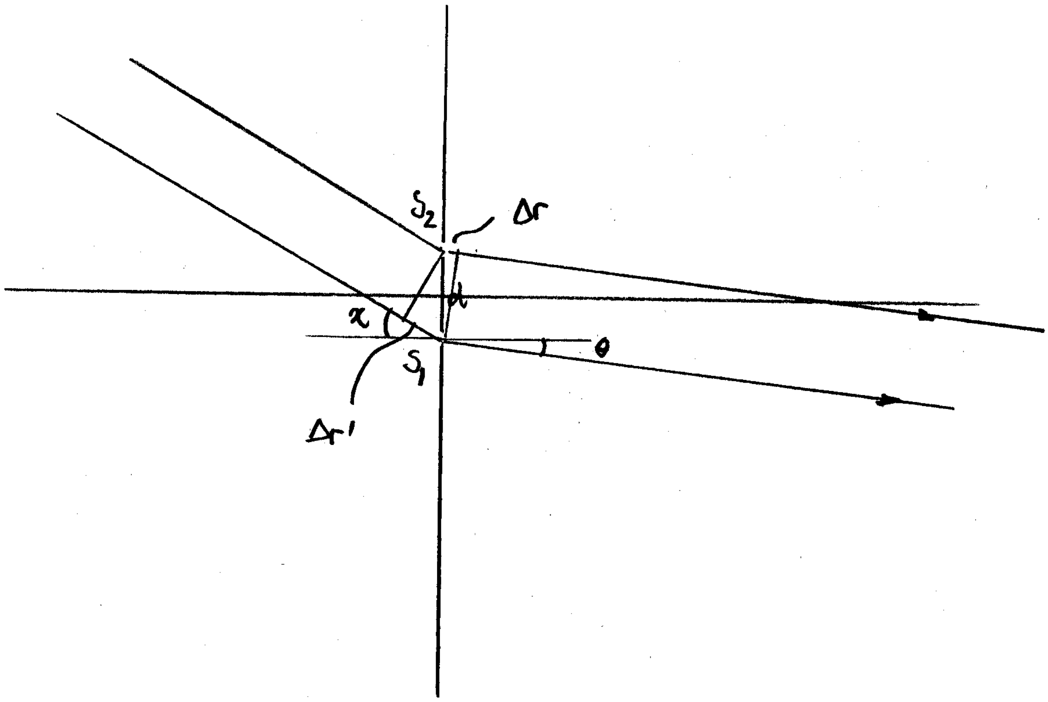
der $|m| \leq d/\lambda$

c) De elektriske feltene fra spalt S_1 og S_2 kan i et punkt P på observasjons skjermen nå uttrykkes ved:

$$E_1 = E_0 \cos\left[k(r + \Delta r) - \omega t - \varphi\right] \qquad (12)$$

$$E_2 = E_0 \cos\left[k(r + \Delta r') - \omega t - \varphi\right] \qquad (13)$$

hvor gangelengdeforskjellen Δr tar vare på at lys som når P gjennom S_1 må gå en lengre veg enn lys fra S_2, mens $\Delta r'$ tar vare på at lys som når P gjennom S_2 må gå enn lengre veg før det kommer til spalteskjermen enn lys som går gjennom S_1 (se figur)



Ved figurbetraktning:

$$\Delta r = d \sin\theta$$
$$\Delta r' = d \sin\chi$$

Lysets intensitetsfordeling på observasjonsskjermen kan da finnes ved direkte utregning som i pkt b, eller enklere, ved å innse at siden ganglengde forskjell er en relativ størrelse, kan feltene skrives:

$$E_1 = E_0 \cos\left[kr - \omega t - \varphi\right] \qquad (14)$$

$$E_2 = E_0 \cos\left[k(r + \Delta r' - \Delta r) - \omega t - \varphi\right] \qquad (15)$$

og at resultatene fra pkt b) kan brukes direkte ved å erstatte $\Delta r = d\sin\theta$ med $\Delta r' - \Delta r = d(\sin\chi - \sin\theta)$

Dvs.

$$I_\theta = 2\epsilon_0 c E_0^2 \cos^2 \frac{kd(\sin\chi - \sin\theta)}{2} \qquad (16)$$

d) I første forsøk observeres helt klare maksima på hele observasjonsskjermen. Med $d = 50\,\mu m$ og $\lambda = 500$ nm gir resultatet fra a) at det vi være 100 maksima til hver side for 0'te ordens maksimum. En kan av dette slutte at det innkommende lyset må ha en koherenslengde lengre enn den maksimale ganglengdeforskjell for lys som passerer gjennom S_1 og S_2, i dette tilfelle: $l_c > \Delta r_{m=100} = d = 50\,\mu m$

I det andre forsøket observeres kun 5 noenlunde klare maksima på hver side av 0'te ordens maksimum. En kan av dette slutte at koherenslengden til lyset er omtrent lik ganglengde forskjellen for lys fra S_1 og S_2 i det 5'te ordens interferens-maksimum.

Fra pkt a) har vi at

$$l_c \sim \Delta r_{m=5} = d \sin\theta_{m=5} = d \cdot \frac{5\lambda}{d} = 5\lambda = 5 \cdot 500\,\text{nm} = 2.5\,\mu m$$

Oppgave 3

a) Tidsdifferansen i S' er:

$$\Delta t' = \gamma \Delta t = \frac{1}{\sqrt{1-\beta^2}} \Delta t$$

$$= \frac{1}{\sqrt{1-0{,}855^2}} \cdot 5{,}35\,\mu s$$

$$\approx \underline{\underline{10{,}3\,\mu s}}$$

b) $$t_1' = \gamma\left(t_1 - \frac{u}{c^2} x_1\right) = 0$$

$$t_2' = \gamma\left(t_2 - \frac{u}{c^2} x_2\right)$$

$$= \gamma\left(t_2 - \frac{\beta}{c} x_2\right)$$

$$= -3{,}15\,\mu s$$

og dermed

$$\Delta t' \equiv t_2' - t_1' = \underline{\underline{-3{,}15\,\mu s}}$$

At $\Delta t'$ er negativ betyr at i S' glimter det røde lyset nå først. Dette er ikke noe merkelig fordi i følge Einsteins spesielle relativitetsteori er samtidighet avhengig av referansesystemet og derfor også hva som skjer først og sist.