

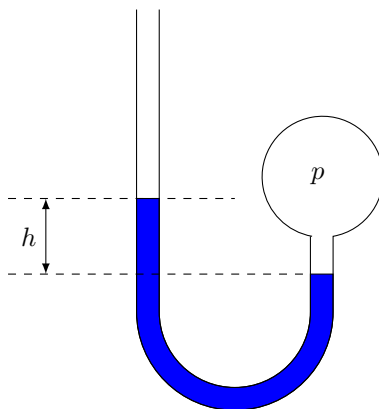


Figure 1: Oppgave 3. Manometer for å måle blodtrykk. Trykket  $p$  er blodtrykket. Den venstre søylen er åpen til atmosfæretrykket.

## 1 Regneoppgaver

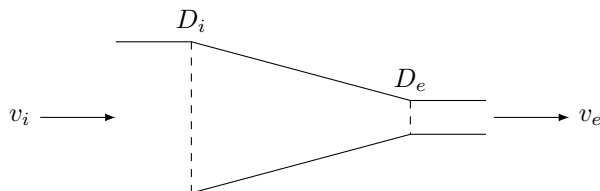
1. En maur med ambisjoner om å bli astronaut står på et stramt tau som er spent opp med en kraft  $T$ . Tauet har massetetthet (masse per lengde)  $\mu$ . En trener fra NASA starter en harmonisk bølge med bølgelengde  $\lambda$  som forplanter seg langs tauet. Vi antar at maurens masse er så liten at den ikke påvirker svingningen. Vi ser også bort fra tyngdekraftens virkning på tauets bevegelse. Tyngdens akselerasjon er  $g$ .

Finn et uttrykk for den minste amplituden  $A$  bølgen kan ha for at mauren skal føle seg vektløs en gang i løpet av svingningen, uttrykt ved de oppgitte variablene.

2. Du ønsker å måle temperaturen i et rør med lengde  $L$  fylt med gass men kommer ikke til med et termometer. Røret er lukket i den ene enden og åpent i den andre. I et øyeblikk av gudommelig inspirasjon kommer du på at du bare kan plassere en liten høytaler ved den åpne enden (enden er fortsatt åpen). Høytaleren sender ut en harmonisk bølge. Når du øker frekvensen til den utsendt bølgen fra null blir lyden veldig høy ved en frekvens  $f_0$ . Gassen har molar masse (masse per stoffmengde)  $M$  og adiabatkonstant  $\gamma$ . La den universelle gasskonstanten være uttrykt ved  $R$ . Finn et uttrykk for temperaturen  $T$  i gassen i røret, uttrykt ved de oppgitte størrelsene.
3. Blodtrykk er angitt som *systolisk* blodtrykk (det høyeste trykket i blodårene når hjertet trekker seg sammen) og *diastolisk* blodtrykk (trykket i blodårene mellom hjerteslagene). Ved normalt blodtrykk ligger diastolisk blodtrykk på omtrent 11 kPa og systolisk blodtrykk på omtrent 16 kPa. Ved høyt blodtrykk kan dette trykket øke til 35 kPa. Dette trykket er et overtrykk, relativt til atmosfæretrykket. Massetettheten til kvikksølv er  $13,5 \times 10^3 \text{ kg/m}^3$

Anta at vi måler trykket  $p$  i blodåren med et kvikksølvmanometer som vist i figuren (trykket  $p$  i kolben er altså antatt likt blodtrykket). Hvor høy bør den lange søylen på et slikt manometer minimum være (slik at kvikksølvet ikke renner ut)?

Hvor høyt vil kvikksølvet stige ved normalt blodtrykk (angi både for diastolisk og systolisk trykk).



- 4.

Luft strømmer gjennom et konisk rør med sirkulært tverrsnitt (se figur). Inngangshastigheten  $v_i = 10 \text{ m s}^{-1}$  Vi antar at innsnevringen er tilstrekkelig slak til at vi kan anta 1-dimensjonal strømning. La

forholdet mellom diametrene ved inn- og utgang være gitt av  $r = \frac{D_e}{D_i}$ . Hvor liten kan  $r$  være for at vi skal kunne anta inkompressibel strømming? Generelt antar vi at vi kan anta inkompressibel strømming når Mach tallet er mindre enn 0.3. Mach-tallet  $M$  er forholdet mellom strømningshastigheten  $v$  og lydhastigheten  $c$ .

$$M = \frac{v}{c} \quad (9)$$

La lydhastigheten for luft være  $340 \text{ m s}^{-1}$ .

5. Anta to-dimensjonal, inkompressibel, stasjonær strømming mellom to uendelig store plater i  $xz$ -planet. Vi antar strømming i  $x$ -retning og lar den nederste platen være ved  $y = 0$  og den øverste platen ved  $y = h$ . Det er ingen variasjon i  $z$ -retning (to-dimensjonalt). Vi ser bort fra gravitasjon.

Dersom den øverste platen beveger seg med hastighet  $u_0$  og den nederste platen er i ro og vi ikke har noen trykkgradient (såkalt Couette-strømming) er hastighetsprofilen  $u(y)$  gitt av

$$u(y) = u_0 \frac{y}{h} \quad (14)$$

Dersom derimot også den øverste platen er i ro men vi har en konstant trykkgradient  $\partial_x p$  (såkalt Poiseuille-strømming) er hastighetsprofilen gitt av

$$u(y) = \frac{\Pi}{2}(y^2 - hy) \quad (15)$$

hvor vi har satt  $\Pi = \partial_x p / \mu$

Men hva blir hastighetsprofilen dersom den øverste platen beveger seg med hastighet  $u_0$  og vi har enn konstant trykkgradient  $\partial_x p$ ?

Du kan enten løse Navier-Stokes likning direkte for å besvare spørsmålet eller gjøre en velbegrunnet kombinasjon av løsningene over.

6. Navier-Stokes likning kan utledes fra å skrive opp Newtons andre lov,  $\sum \mathbf{F} = m\mathbf{a}$  for en tenkt fluid-partikkel. Vi uttrykker Navier-Stokes likning via hastighetsfeltet  $\mathbf{v}(\mathbf{r}, t)$ .

Forklar hvorfor akselerasjon i Newtons andre lov må skrives som

$$\mathbf{a} = \partial_t \mathbf{v} + (\mathbf{v} \cdot \nabla) \mathbf{v} \quad (27)$$

mens i mange tilfeller er

$$\mathbf{a} \neq \partial_t \mathbf{v} \quad (28)$$

7. Anta at vi har en demning som vist i figur 2. Dybden  $d$  på vannet som holdes på plass av demningen er 60 m.

Om vi lar origo  $O$  være i punktet hvor vannets overflate treffer demningen og koordinatsystemet som vist i figuren, kan demningens form under vannet beskrives av

$$x = ay^2 \quad (32)$$

hvor  $a = 0,010 \text{ m}^{-1}$ .

Hva blir den horisontale og vertikale kraft per dybde inn i planet fra vannet på demningen?

La atmosfæretrykket være  $p_a = 101 \text{ kPa}$  og vannets massetetthet  $\rho = 997 \text{ kg/m}^3$ .

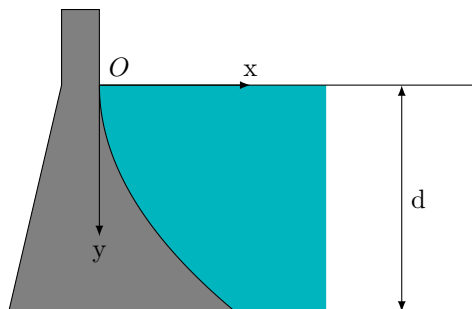


Figure 2: Oppgave 7.

## 2 Numeriske oppgaver

8. Anta at vi har en pendel med antatt masseløs snor med lengde  $l = 10$  m og en punktmasse  $m = 1,0$  kg i enden. Finn numerisk bevegelsen til pendelen ved hjelp av `solve_ivp` funksjonen fra `scipy.integrate` modulen (Bruk standard løsningsmetode, dvs RK45). Du skal ikke gjøre noen tilnærming for små vinkler. Simuler bevegelsen fra  $t = 0$  s til  $t = 10$  s. La initialbetingelsene være  $\theta(0) = 0,5$  rad og  $\omega(0) = 1,0$  rad s<sup>-1</sup>. Lag et plot som viser pendelens vinkelutslag som funksjon av tid.

Dersom du er usikker på hvordan du løser systemet med `solve_ivp` så kan du isteden bruke Eulers metode (eksplisitt) som du implementerer selv (maksimal uttelling er da 8/10 poeng).

## 3 Flervalgsoppgaver

9. Gitt 2D, inkompressibel strømning hvor hastighetspotensialet  $\phi$  er gitt av

$$\phi = xy + x^2 - y^2 \quad (49)$$

Hva er strømningsfunksjonen  $\psi$  for dette strømningsfeltet?

- A.  $\psi = 2xy + \frac{1}{2}(y^2 - x^2) + c$
  - B.  $\psi = xy - 2(x^2 + y^2) + c$
  - C.  $\psi = x^2y^2 - \frac{1}{2}(y^2 + x^2) + c$
  - D.  $\psi = 2xy + 4(y^2 + x^2) + c$
  - E.  $\psi = 4xy - \frac{1}{2}(y^2 + x^2) + c$
10. Anta at en ambulanse som er i ro sender ut en lydbølge med frekvens  $f_0$  og at denne bølgen forplanter seg i luft med en bølgelengde  $\lambda_0$ . Når denne ambulansen kommer kjørende mot deg, hvilket av følgende utsagn er sanne om frekvensen  $f$  og bølgelengden  $\lambda$  til *lydbølgen* som kommer mot deg?
- A.  $f > f_0, \lambda < \lambda_0$
  - B.  $f > f_0, \lambda > \lambda_0$
  - C.  $f < f_0, \lambda < \lambda_0$
  - D.  $f > f_0, \lambda = \lambda_0$
  - E.  $f < f_0, \lambda = \lambda_0$
11. Anta at vi har to planbølger (uttrykt på kompleks form),  $y_1 = Ae^{-i\omega t}e^{ik(x+a)}$  og  $y_2 = Ae^{-i\omega t}e^{ik(x+b)}$  som propagerer langs  $x$ -aksen. Hva blir amplituden  $A'$  til den totale bølgen?
- A.  $A' = A\sqrt{2[1 + \cos(k(a-b))]}$

- B.  $A' = 2A\sqrt{[1 + \cos(k(a+b))]}$
- C.  $A' = A\sqrt{2[1 + \cos(2k(a-b))]}$
- D.  $A' = A\sqrt{2[1 + \cos(\frac{k}{2}(a+b))]}$
- E.  $A' = A\sqrt{[1 + \cos(4k(a+b))]}$

12. Hvilket av følgende utsagn er sant?

- A. En longitudinal bølge kan være sirkulærpolarisert.
- B. En transversal bølge er alltid lineært polarisert.
- C. En sirkulær polarisert bølge kan dekomponeres i ortogonalt polariserte bølger med samme fasevinkel.
- D. I en longitudinal planbølge i luft varierer polarisasjonen langs forplantningsretningen.
- E. En elliptisk polarisert bølge kan dekomponeres i to ortogonal bølger med ulik fasevinkel.

13. En longitudinal bølge transmitteres fra et fast stoff til en gass. Hvilket av utsagnene er typisk sant for hva som skjer når bølgen transmitteres?

- A. Frekvensen øker og fasehastigheten er lik.
- B. Amplituden øker og frekvensen minker.
- C. Fasehastigheten øker og frekvensen er lik.
- D. Frekvensen er lik og amplituden minker.
- E. Fasehastigheten minker og amplituden øker.