

NORGES TEKNISK-
NATURVITENSKAPELIGE UNIVERSITET,
INSTITUTT FOR FYSIKK

Faglig kontakt under eksamen:
Professor J.S. Høye (for faglærer A. Mikkelsen)
Tlf.: 93654

EKSAMEN I FAG 74306 TERMISK FYSIKK

Lørdag 24. mai 1997 kl. 0900 - 1400

Hjelpemidler:

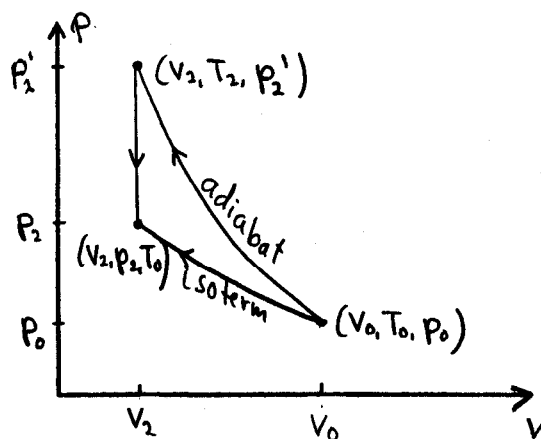
- B2 - Typegodkjent kalkulator, med tomt minne, i henhold til liste utarbeidet av NTH.
Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave),
Øgrim & Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk.
NB: I tillegg til formelsamlingene fins formler på siste side.

Ved bedømmelsen teller hver deloppgave a,b, etc. like mye (totalt 10 vekttall).

Oppgave 1.

En luftkompressor skal komprimere luft fra trykk $p_0 = 1,0$ atm og temperatur $T_0 = 293$ K til trykk $p_2 = 20$ atm og samme samme temperatur, T_0 . Startvolumet er $V_0 = 5,00$ m³. Lufta komprimeres først adiabatisk fra volum V_0 til V_2 . Temperaturen vil da øke til T_2 . Deretter senkes temperaturen til T_0 i en isokor prosess til endelig slutttrykk p_2 .

Alle prosesser kan regnes reversible og du kan regne lufta som en ideell toatomig gass med adiabatkonstant $\gamma = C_P/C_V = 7/5$.



- Hva blir sluttvolumet V_2 og hva er temperaturen T_2 ? Størrelsene skal beregnes i angitte rekkefølge.
- Hvor mye arbeid W_a utfører systemet (lufta) og hvor mye varme Q_a tilføres systemet fra start- til slutttilstand? Presiser fortegnet på størrelsene.

Vi betrakter nå en alternativ kompresjonsprosess langs en isoterm (se figuren).

- Hvor mye arbeid, W_t , må tilføres lufta i denne isoterme kompresjonen? Beregn også entropiendringen for systemet (lufta) fra start- til slutttilstanden i dette tilfellet.

I oppgave a) - c) betraktet vi lufta som tørr (uten vanndamp). I neste punkt antar vi lufta som komprimeres i utgangspunktet har en relativ luftfuktighet på 60%.

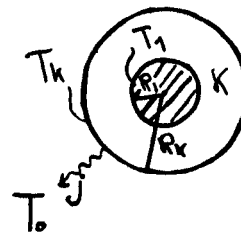
- Hva er massen av vanndamp som kondenseres under den isoterme kompresjonen beskrevet over? Beregn også entropiendringen pga. kondenseringen av vanndampen.

Oppgitt for vann/vanndamp:

Damptrykk ved 20°C: 17,5 mmHg, (60% fuktighet gir 10,5 mmHg). Molekylvekt: 18 g/mol. Massetetthet: $1,0 \cdot 10^3$ kg/m³. Molar fordampningsvarme: $l_f = 40,6$ kJ/mol. Vanndamp kan betraktes som ideell gass.

Oppgave 2.

Langs en rett sylinder med radius R_1 og lengde l genereres en konstant effekt $P' = P/l$ pr. lengdeenhet. Sylindere er omgitt av en sylindrisk kappe med indre radius R_1 , ytre radius R_K og varmeledningsevne κ . Varme ledes radielt utover fra sylindere og til overflata av kappen. Ved stasjonær tilstand har den varmeprodukerende sylindere temperatur T_1 og kappens ytterflate temperatur T_K .



- a) Finn et uttrykk for sylindereens genererte effekt P' når $T_1 - T_K$ antas gitt.

Kappen utveksler varme med omgivelsene, som har temperatur T_0 . Vi antar at all varmeutveksling mellom kappens ytterflate og omgivelsene skjer i form av svartlegemestråling.

- b) Når $T_K - T_0 \ll T_0$ kan nettofluksen fra kappen til omgivelsene skrives

$$j \approx \alpha(T_K - T_0).$$

Finn α uttrykt ved T_0 og Stefan-Boltzmannskonstanten σ .

Ta hensyn til denne strålingstransporten j og finn et uttrykk for P' når $T_1 - T_0$ antas gitt (T_K ikke skal inngå i uttrykket).

Oppgave 3.

- a) Finn, ved hjelp av den termodynamiske identitet, differensialet dF for Helmholtz fri energi F for et en-komponent system som er materielt åpent. La V, T og N være de frie variable. Vis deretter relasjonene

$$p = - \left(\frac{\partial F}{\partial V} \right)_{T,N}, \quad S = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_{V,N}, \quad \mu = \left(\frac{\partial F}{\partial N} \right)_{S,V}.$$

- b) Helmholtz fri energi F for en enatomig, ideell gass kan uttrykkes

$$F(T, V, N) = NkT \cdot \ln \left(\frac{N}{V} \lambda^3 \right) - NkT.$$

Ved å sette inn uttrykk for energien E for enatomig, ideell gass i partisjonsfunksjonen i det klassiske tilfellet:

$$Z = \frac{1}{N! h^{3N}} \cdot \int \dots \int e^{-\beta E} \cdot d^{3N} r \cdot d^{3N} p, \quad \text{der } \beta = 1/kT,$$

og ved å bruke sammenhengen

$$F = -kT \ln Z$$

skal du bestemme uttrykk for λ som inngår i $F(T, V, N)$.

Oppgitt: $\ln N! \approx N \cdot \ln N - N$ (Stirlings approksimasjon)

Oppgave 4.

En beholder inneholder n gasspartikler pr. volumenhet. Gassen er i termisk likevekt ved temperatur T og har gjennomsnittlig partikkelfart lik $\langle v \rangle$. Gjennom et hull i veggen slipper det ut partikler, hullet er så lite at det ikke forstyrrer den termiske likevektsfordelingen inni beholderen. La $\langle v \rangle_{\text{ut}}$ være middelfarten for partikler som slipper ut gjennom dette hullet.

Bruk oppgitte formler for Maxwellfordeling og støttall til å finne numerisk verdi for forholdet

$$\frac{\langle v \rangle_{\text{ut}}}{\langle v \rangle}.$$

Oppgave 5.

I et tenkt kvantemekanisk system har en partikkel tre mulige energinivåer:

$$E_1, \quad E_2 = 3 \cdot E_1 \quad \text{og} \quad E_3 = 5 \cdot E_1.$$

Energinivå E_2 er degenerert med $g_2 = 2$ mulige tilstander, E_1 og E_3 er ikke degenerert.

Hva blir systemets indre energi U og entropi S for svært lave og for svært høye temperaturer?

(formler på neste side)

Noen av disse formler kan du få bruk for. Du må selv tolke symbolene, men bevis trengs ikke.

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y}\right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z}\right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x}\right)_y = -1$$

$$H = U + pV, \quad F = U - TS, \quad G = H - TS, \quad G = \sum_i \mu_i N_i$$

$$TdS = dU + pdV - \sum_i \mu_i dN_i$$

$$pV^\gamma = \text{konst.}, \quad TV^{\gamma-1} = \text{konst.}, \quad p^{1-\gamma}T^\gamma = \text{konst.}$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V}\right)_T + p = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V, \quad C_P - C_V = T \left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T}\right)_p$$

$$\Delta S_{\text{mix}} = -k \sum_i N_i \ln x_i$$

Maxwellfordeling inklusiv støttall:

$$f(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} \exp\left\{\frac{-mv^2}{2kT}\right\} 4\pi v^2, \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{8kT}{\pi m}}, \quad \langle v^2 \rangle = \frac{3kT}{m}$$

$$d^3j(v, \theta, \phi) = \frac{n}{4\pi} v f(v) dv \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi, \quad dj(v) = \frac{n}{4} v f(v) dv,$$

Fri veglengde:

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2n\sigma}}, \quad N(x) = N(0)e^{-x/\lambda}$$

Varmeledning:

$$\vec{j}_q = -\kappa \vec{\nabla} T, \quad \frac{dQ}{dt} = -\kappa \frac{dT}{dz} A, \quad \frac{\partial T}{\partial t} = D_T \nabla^2 T.$$

$$Z = \sum_n e^{-\beta \cdot E_n}, \quad F = -kT \ln Z, \quad U = -\frac{\partial \ln Z}{\partial \beta}, \quad \beta = \frac{1}{kT}$$

$$S = k \ln W$$

$$u(T) = aT^4, \quad j = \sigma T^4, \quad \sigma = \frac{\pi^2}{60} \frac{k^4}{\hbar^3 c^2} = 5,670 \cdot 10^{-8} \frac{\text{W}}{\text{m}^2 \text{K}^4}$$

$$u(\nu, T) d\nu = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{\nu^3 d\nu}{\exp\left\{\frac{h\nu}{kT}\right\} - 1}, \quad \int_0^\infty \frac{x^3}{e^x - 1} dx = \frac{\pi^4}{15}$$

Kvantemekanisk harmonisk oscillator:

$$E_n = (n + \frac{1}{2})h\nu, \quad n = 0, 1, 2, \dots \quad \langle E \rangle = \frac{1}{2}h\nu + \frac{h\nu}{\exp\left\{\frac{h\nu}{kT}\right\} - 1}$$

Verdier av integralet

$$f(k) = \int_0^\infty x^k e^{-bx^2} dx :$$

k	f(k)	k	f(k)
0	$\frac{1}{2} \sqrt{\frac{\pi}{b}}$	1	$\frac{1}{2b}$
2	$\frac{1}{4b} \sqrt{\frac{\pi}{b}}$	3	$\frac{1}{2b^2}$
4	$\frac{3}{8b^2} \sqrt{\frac{\pi}{b}}$	5	$\frac{1}{b^3}$