

Norges teknisk-naturvitenskapelige universitet
Institutt for fysikk



EKSAMENSOPPGAVE I SIF4016 - TERMISK FYSIKK
EKSAMENSOPPGAVE I SIF4016 - FYSIKK 4

Eksamensdato: Lørdag 10. august 2002

Eksamenstid: 09:00 - 13:00

Faglig kontakt under eksamen: Arnljot Elgsæter, tlf. 7359 3431

Vekttall: 2,5

Tillatte hjelpemidler (kode C):

Enkel kalkulator (HP 30S)

Rottmann: Matematisk formelsamling (norsk eller tysk utgave).

Øgrim & Lian: Størrelser og enheter i fysikk og teknikk.

Aylward & Findlay: SI Chemical Data.

Sensurdato: seinest 2. september 2002.

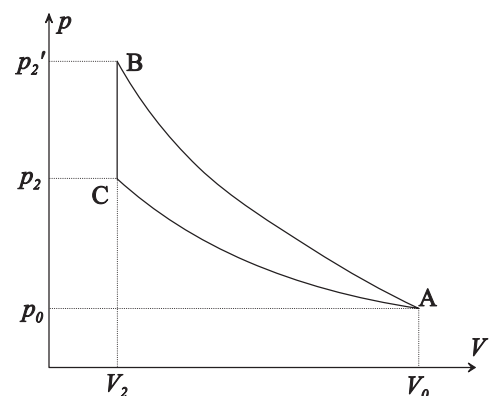
Prosenttallene i parentes etter hver oppgave angir hvor mye den vektlegges ved bedømmelsen.

Oppgave 1. Termodynamikk (40 %)

En luftkompressor skal komprimere luft fra trykk $p_0 = 1,00$ atm og temperatur $T_0 = 293$ K til trykk $p_2 = 20,0$ atm og samme samme temperatur, T_0 . Startvolumet er $V_0 = 5,00$ m³. Lufta komprimeres først adiabatisk til tilstand B med volum V_2 . Temperaturen vil da øke til T_2 og trykket til p_2' . Deretter senkes temperaturen til T_0 i en isokor prosess til endelig sluttrykk p_2 .

Alle prosesser kan regnes reversible og du kan regne lufta som en ideell toatomig gass med adiabatkonstant $\gamma = C_P/C_V = 7/5$.

- Hva blir volumet V_2 og temperaturen T_2 ?
- Hvor mye arbeid W_{ABC} utfører systemet (lufta) og hvor mye varme Q_{ABC} overføres til systemet i prosessen ABC?



Vi betrakter så en alternativ kompresjonsprosess langs en isoterm AC (se figuren).

- Hvor mye arbeid, W_{AC} , utfører systemet i denne isoterme kompresjonen?

Tilslutt betrakter vi den sykliske prosessen ABCA.

- d) Brukt som en maskin, virker prosessen som en varmekraftmaskin eller en kjølemaskin?
- e) Beregn virkningsgraden for prosessen ABCA. Virkningsgraden er som vanlig definert som forholdet mellom det nyttige vi får ut og det vi må tilføre (som koster).

Oppgave 2. Uttrykk entropi. (20%)

For en ideell gass kan entropiendringen ved en tilstandsending fra (p_1, V_1, T_1) til (p_2, V_2, T_2) uttrykkes

$$\Delta S_{12} = C_V \ln \frac{T_2}{T_1} + N R \ln \frac{V_2}{V_1}$$

- a) Utled herfra adiabatlikningen for ideell gass der T og V inngår.
- b) Bruk bl.a. den oppgitte formelen for ΔS_{12} til å forklare hvordan man kommer fram til uttrykket for blandingsentropien:

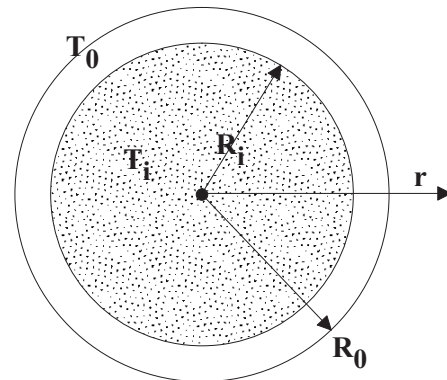
$$\Delta S_{\text{mix}} = -R \sum_{i=A,B} N_i \ln x_i$$

når man blander to ideelle gasser med henholdsvis volum og antall mol (V_A, N_A) og (V_B, N_B) ved konstant temperatur og totaltrykk.

Oppgave 3. Varmedledning. (20 %)

Jorda som vi antar å ha kuleform med radius $R_0 = 6400$ km, består av ei ytre skorpe med tykkelse omtrent 300 km. Temperaturen på jordoverflata er T_0 . Den indre kula består i hovedsak av flytende jern og har radius $R_i = 6100$ km. Temperaturen i jordas indre er lik for alle $r < R_i$ og lik T_i .

Jordskorpas varmedledningsevne setter vi lik $\kappa = 3,40 \text{ W m}^{-1} \text{ K}^{-1}$. I jordas indre er det en viss varmeproduksjon $P = 34,0 \text{ TW}$ pga. radioaktive prosesser slik at T_i holdes konstant.



- a) Ved å ta utgangspunkt i varmedningslikningen, vis at ved stasjonære forhold kan temperaturgradienten $t(r) = \frac{dT}{dr}$ i jordskorpa uttrykkes

$$t(r) = -\frac{A}{r^2} \quad .$$

Bestem konstanten A .

- b) Hva er middelerdien av $t(r)$ gjennom jordskorpa?
- c) Som en god tilnærming kan vi sette middelerdien av $t(r)$ lik verdien av $t(r)$ midt i jordskorpa, d.v.s. ved $r = R_s = 6250$ km. Anta at $t(r)$ er konstant gjennom jordskorpa og lik $t(R_s)$ og at jordas overflatetemperatur er $T_0 = 280 \text{ K}$, og bestem så T_i .

Oppgave 4. Kinetisk gasteori. (20 %)

Et kammer inneholder n gasspartikler pr. volumenhet. Gassen er i termisk likevekt ved temperatur T .

a) Bruk uttrykk for $d^3j(v, \theta, \phi)$ i formelliste til å finne et uttrykk for støttallet mot veggen (pr. tids- og flateenhet) for partikler med fart i intervallet $\langle v, v + dv \rangle$, uansett retning. Vis deretter at støttallet for partikler uansett fart og retning er gitt ved

$$j = \frac{n}{4} \langle v \rangle.$$

b) Et lite areal A på bunnen av kammeret holdes på en meget lav temperatur. Anta at alle molekyler som treffer denne kalde delen A kondenserer og ikke fordamper igjen.

Beregn den tid t' som forløper til trykket i kammeret har avtatt fra startverdi p_0 til en viss verdi p' . Det forutsettes at gassen er i termisk likevekt ved temperatur T under prosessen.

c) Beregn den numeriske verdien av t' når gassen er vanndamp med molekyllmasse 18 g/mol, $p_0 = 2,0$ kPa, $T = 300$ K, $p' = 10,0$ mPa, $V = 1,00$ liter og $A = 1,00$ cm².

FORMELLISTE.

Du må selv avgjøre hvilke betingelser formlene gjelder ved, og du må selv tolke symbola.

Generelt:

$$\alpha = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \quad \beta = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \quad \kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$$

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y = -1$$

$$H = U + pV \quad F = U - TS \quad G = H - TS \quad G = \sum_i \mu_i N_i$$

$$TdS = dU + pdV - \sum_i \mu_i dN_i \quad dG = Vdp - SdT + \sum_i \mu_i dN_i$$

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T + p = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \quad C_P - C_V = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p$$

Ideell gass / ideelle blandinger:

$$pV = NkT \quad C_P - C_V = Nk \quad pV^\gamma = \text{konst} \quad TV^{\gamma-1} = \text{konst} \quad p^{1-\gamma} T^\gamma = \text{konst}$$

$$S(T, V) = S_0 + C_V \ln \frac{T}{T_0} + Nk \ln \frac{V}{V_0} \quad S(T, p) = S_0 + C_p \ln \frac{T}{T_0} - Nk \ln \frac{p}{p_0}$$

$$\Delta S_{\text{mix}} = -k \sum_i N_i \ln x_i \quad \mu_i(p, T, x_i) = \mu_i(p, T, 0) + kT \ln x_i$$

Clausius Clapeyrons likning:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{l_f}{T(v_g - v_v)} \quad \frac{dp}{dT} = \frac{l_{\text{sm}}}{T(v_v - v_f)} \quad \frac{dp}{dT} = \frac{l_{\text{sub}}}{T(v_g - v_f)}$$

Damptrykknedsettelse, kokepunktforhøyelse, frysepunktdepresjon:

$$\Delta p = -\frac{RT_0}{v'_m - v_m} \cdot x_s \quad \Delta T = \frac{RT_0^2}{l_f} \cdot x_s \quad \Delta T = -\frac{RT_0^2}{l_{sm}} \cdot x_s$$

van't Hoffs lov:
$$\Delta p = \frac{RT}{v_m} \cdot x_s = \frac{nRT}{V}$$

Maxwellfordeling med $b = \frac{m}{2kT}$:

$$g(v_x) = \left(\frac{b}{\pi}\right)^{1/2} \exp\{-bv_x^2\}$$

$$f(v) = 4\pi v^2 \left(\frac{b}{\pi}\right)^{3/2} \exp\{-bv^2\} \quad \langle v \rangle = \sqrt{\frac{4}{\pi b}} \quad \langle v^2 \rangle = \frac{3}{2b}$$

$$d^3j(v, \theta, \phi) = \frac{n}{4\pi} v f(v) dv \cos \theta \sin \theta d\theta d\phi$$

Partikler pr. volumenhet med gitt fart og retning:

$$d^3n(v, \theta, \phi) = \frac{n}{4\pi} f(v) dv \sin \theta d\theta d\phi$$

Romvinkel: $d\Omega = \sin \theta d\theta d\phi$

Fri veglengde: $\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma} \quad N(x) = N(0)e^{-x/\lambda}$

Varmedledning: $\vec{j} = -\kappa \vec{\nabla} T \quad \frac{dQ}{dt} = -\kappa \frac{dT}{dz} A \quad \frac{\partial T}{\partial t} = D_T \cdot \vec{\nabla}^2 T$

Fotongass, Stefan-Boltzmanns lov:

$$U = Vu(T) = VaT^4 \quad p = \frac{a}{3}T^4 \quad j = \sigma T^4$$

Verdi av integralet

$$f(k) = \int_0^\infty x^k e^{-bx^2} dx :$$

k	$f(k)$	k	$f(k)$
0	$\frac{1}{2}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	1	$\frac{1}{2b}$
2	$\frac{1}{4b}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	3	$\frac{1}{2b^2}$
4	$\frac{3}{8b^2}\sqrt{\frac{\pi}{b}}$	5	$\frac{1}{b^3}$

Noen fysiske konstanter:

$$R = 8,31 \text{ J mol}^{-1}\text{K}^{-1} \quad \sigma = a \cdot \frac{c}{4} = \frac{\pi^2 k^4}{60 \hbar^3 c^2} = 5,67 \cdot 10^{-8} \text{ W m}^{-2}\text{K}^{-4}$$

$$N_A = 6,02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \quad a = \frac{\pi^2 k^4}{15 \hbar^3 c^3} = 7,57 \cdot 10^{-16} \text{ J m}^{-3}\text{K}^{-4}$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \text{ J K}^{-1} \quad h = 6,63 \cdot 10^{-34} \text{ Js}$$

$$0^\circ\text{C} = 273 \text{ K} \quad 1 \text{ atm} = 760 \text{ mmHg} = 760 \text{ torr} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ N/m}^2$$