

Institutt for fysikk, NTNU

Faglig kontakt under eksamen:

Professor Johan S. Høye

Tlf. 93654

Sensurfrist: 23. juni.

Eksamen i fag TFY4165 og FY1005 Termisk fysikk

Lørdag 2. juni 2007

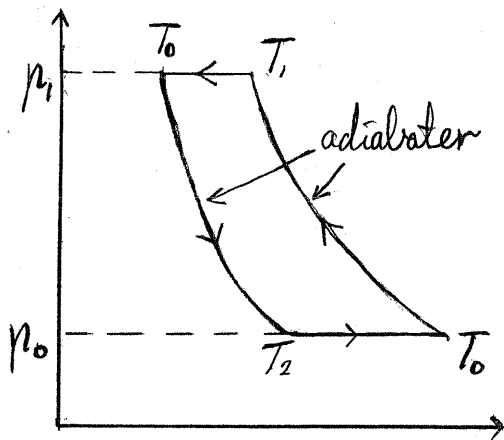
Kl. 09.00 - 13.00

Tillatte hjelpemidler: Godkjent lommekalkulator

Rottmann: Matematisk Formelsamling

Oppgave 1

a)



Et mol av en ideell gass med trykk p_0 og temperatur T_0 skal komprimeres til trykket p_1 . Dette gjøres ved at gassen først komprimeres adiabatisk (og reversibelt) til trykket p_1 . Temperaturen stiger da til temperaturen T_1 . Deretter avkjøles gassen under konstant trykk p_1 til temperaturen igjen er T_0 . Hva blir temperaturen T_1 når adiabatkonstanten er γ ? Gassen med trykk p_1 og temperatur T_0 ekspanderer så adiabatisk tilbake til trykket p_0 , og temperaturen synker da til T_2 før gassen varmes opp igjen til utgangspunktet. Hva blir temperaturen T_2 ?

b) Betrakt her og i punkt c) nedenfor temperaturen T_1 som kjent ved siden av størrelsene gitt under punkt a). Hvor mye varme Q (< 0) opptas ved avkjølingen mellom temperaturene T_1 og T_0 , og hvor stor er den tilsvarende endringen i indre energi ΔU ?

Hvor mye arbeid W_1 (< 0) utfører gassen ved denne kompresjonen i to trinn mellom punktene med samme temperatur T_0 ?

c) Ved kompresjonen vil det utvendige trykket p_0 gjøre en del W_0 (> 0) av arbeidet. Hva blir nettoarbeidet $W_{1n} = W_1 + W_0$ (< 0) ved kompresjonen når adiabatkonstanten er $\gamma = 1,4$, gasskonstanten $R = 8.314 \text{ J/K mol}$, $p_0 = 1,0 \cdot 10^5 \text{ Pa}$, $p_1 = 4p_0$, $T_0 = 20^\circ\text{C}$ og $T_1 = 435 \text{ K}$?

Ved adiabatisk ekspansjon til temperaturen T_2 og oppvarming til utgangspunktet med temperatur T_0 vil arbeid utføres, men dette gir ikke maksimalt nyttbart arbeid. Hva er isteden det maksimale arbeidet W_m den komprimerte lufta kan utføre? [Hint: Benytt oppgitt uttrykk for maksimalt nyttbart arbeid.]

Oppgitt: $pV = RT$, $pV^\gamma = \text{konst}$, $\gamma = C_p/C_V$, $C_p = C_V + R$
 $W_{\max} = T_0\Delta S - \Delta U - p_0\Delta V$ (eksergi eller maksimalt arbeid)
 $S = C_p \ln T - R \ln p + \text{konst}$ (entropi for ideell gass).

Oppgave 2

a) Bruk Boltzmanns prinsipp med å telle forskjellige konfigurasjoner til å vise at blandingsentropien er

$$\Delta S_{\text{mix}} = - \sum_{i=1}^c n_i R \ln(n_i/n) \quad (n = \sum_{i=1}^c n_i)$$

når ideelle gasser blandes ved konstant volum V og konstant temperatur T . Her er n_i antall mol av komponent i ($i = 1, 2, 3, \dots, c$) der c er antall komponenter).

b) 4 g O_2 (oksygen) gass med molekylvekt 32 er blandet med 21 g N_2 gass med molekylvekt 28. Hva blir blandingsentropien ΔS_{mix} ?

For å skille disse gassene kreves det et minste arbeid. Hva er dette minste arbeidet W når trykk og temperatur før og etter adskillelse er de samme og er henholdsvis 1 atm og 20°C ?

Oppgitt: $N! \rightarrow \sqrt{2\pi N} N^N e^{-N}$ ($N \rightarrow \infty$, Stirlings formel)
 $R = N_A k = 8,314 \text{ J/K mol}$
 $S = k \ln W$ (Boltzmanns prinsipp).

Oppgave 3

a) Vis ved innsetting at

$$T = T(x, t) = e^{i(kx - \omega t)}$$

der i er den imaginære enhet og k og ω er konstanter, er løsning av varmeledningslikningen (i én dimensjon)

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D \frac{\partial^2 T}{\partial x^2},$$

og bestem hvordan k avhenger av ω .

b) Anta at temperaturen på jordoverflaten (som middel for hvert døgn) varierer som en cosinusfunksjon gjennom året (når en ser bort fra snø på bakken om vinteren). Temperaturen nedover i jorda vil da variere som (når vann ikke fryser)

$$T(x, t) = T_0 - T_1 e^{-\alpha\sqrt{\omega}x} \cos(\alpha\sqrt{\omega}x - \omega t)$$

der T_0 er middeltemperaturen og T_1 er årlig utsving i temperaturen på overflaten i posisjonen $x = 0$. (Positiv x -akse er rettet nedover.) Benytt resultatet fra punkt a) til å bestemme sammenhengen mellom størrelsen α og diffusjonskoeffisienten D .

Hva blir den numeriske verdien til ω når året har $\tau_0 = 365$ dager? (Bruk helst 1 dag som tidsenhet istedenfor som mer vanlig 1 sekund.)

Laveste temperatur gjennom året vil variere med dybden, og det vil være frostfritt under en viss dybde x_0 . Ved dybden x_0 er da laveste temperatur $T_m = 0^\circ\text{C}$. Hva er dybden x_0 når $T_0 = 4^\circ\text{C}$, $T_1 = 8^\circ\text{C}$ og koeffisienten $\alpha = 4,8 (\text{dag})^{1/2}\text{m}^{-1}$ (med aktuell verdi på termisk diffusivitet D).

Laveste temperatur i dybden x_0 opptrer en tid $t = \tau$ etter laveste temperatur $T_0 - T_1 = -4^\circ\text{C}$ på overflaten. Hva er tiden τ ?

c) Ei kule med radius $R_1 = 5,0\text{ cm}$ og termisk diffusivitet $D_1 = 0,00050\text{ m}^2/\text{time}$ er varmet opp lenge nok til å bli gjennomvarm med temperaturforskjell ΔT til omgivelsene. Overflatetemperaturen senkes så til temperaturen for omgivelsene. Kula vil da avkjøles og ved beregning har en funnet at etter en tid $t_1 = 90\text{ min}$ vil temperaturen i midten av kula være ca $T_{1m} = \Delta T/10$. Betrakt så ei kule med radius $R_2 = 7,5\text{ cm}$, men med samme D_1 og som varmes opp og avkjøles som den første kula. Hva blir nå tilsvarende avkjølingstid t_2 ? [Hint: Benytt sammenheng mellom tid og avstand ved varmeledning.]

Den siste kula blir nå byttet ut med ei kule av stål som også har radius $R_2 = 7,5\text{ cm}$, men termisk diffusivitet endres til $D_s = 0,057\text{ m}^2/\text{time}$. Hva blir den tilsvarende avkjølingstida t_s for stålkula med samme framgangsmåte for oppvarming og avkjøling? [Hint: Betrakt varmeledningslikningen og benytt sammenheng mellom tid og termisk diffusivitet ved varmeledning.]

Oppgitt: $i^2 = -1$, $i^{1/2} = \pm \frac{1}{\sqrt{2}}(1 + i)$, (i er imaginær enhet)

$$e^{iu} = \cos u + i \sin u.$$