

NTNU

Institutt for fysikk



Faglig kontakt under eksamen:
Professor Johan S. Høye
Telefon: 91839082

Eksamen i TFY4165/FY1005 Termisk Fysikk

Tirsdag 7. august 2012

09:00 – 13:00

Tillatte hjelpemidler: Alternativ C

Typegodkjent kalkulator.

Rottman: *Matematisk formelsamling*

Sensurfrist: 28. august

(Hver av oppgavene 1, 2 og 3 teller like mye.)

Dette oppgavesettet er på 4 sider.

Oppgave 1

a) Et mol gass følger Van der Waals tilstandslikning

$$p = \frac{RT}{V-b} - \frac{a}{V^2}$$

der a og b er konstanter, p er trykket, T er temperaturen og R er gasskonstanten. Gassen har varmekapasitet ved konstant volum C_V . Den indre energi er da gitt ved

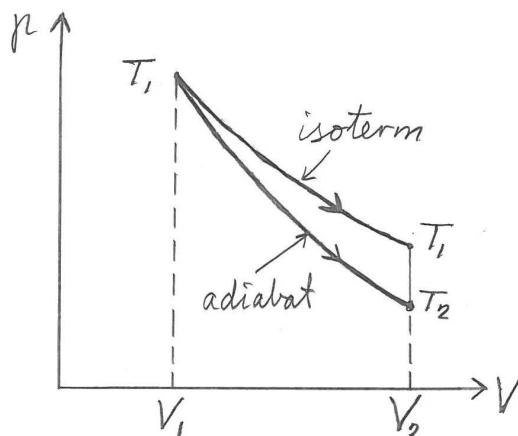
$$U = C_V T - \frac{a}{V}.$$

Uttrykket for entropien til denne gassen kan skrives på formen

$$S = A \ln T + B \ln(V - V_0) + \text{konst.}$$

Vis dette og bestem med det størrelsene A , B og V_0 .

b)



Van der Waals gassen skal ekspandere fra volumet V_1 til volumet V_2 . Dette kan gjøres på 2 måter, som vist på figuren. Den ene måten er å følge isoterme $T = T_1$. Beregn arbeidet W_1 langs denne isoterme.

Den andre måten er å følge adiabaten mellom temperaturene T_1 og T_2 . Hva blir T_2 når T_1 , V_1 og V_2 er gitt?

Hva blir så arbeidet W_2 langs adiabaten når også T_2 er kjent? [Hint: Benytt at tilført varme $Q = \Delta U + W = 0$.]

c) Ei kjølemaskin tar opp en varmemengde $Q_1 = 8,5 \text{ MJ}$ fra et kaldt rom med temperatur $T_1 = -20^\circ\text{C}$. For å ta opp denne varmemengden kreves et arbeid $W = 5,4 \text{ MJ}$. Produsert varme blir levert til omgivelsene som har temperatur $T_2 = 25^\circ\text{C}$. Hva er virkningsgraden ε til kjølemaskina?

Hvor stor er endringen ΔS i total entropi etter at den oppgitte varmemengden er tatt opp?

Hva er teoretisk sett det minste arbeidet W_m som må tilføres for å ta opp den oppgitte varmemengden under de gitt forholdene?

Oppgitt: $T dS = dU + p dV, \quad W = \int p dV.$

Oppgave 2

a) Et kvantisert magnetisk moment (f. eks. elektronspinn) har 2 kvantetilstander som kan betegnes med verdiene $s = \pm 1$ avhengig om det magnetiske momentet (eller spinnet) peker med eller mot påsatt magnetfelt. Betrakt et stort antall N slike magnetiske moment der antallet N_+ har verdien $s = +1$ og antallet N_- har verdien $s = -1$. Anta at det ikke er noen koplinger (krefter) mellom spinnene slik at de er uavhengige. Bruk Boltzmanns prinsipp med å telle antall konfigurasjoner (tilstander) til å bestemme entropien S til dette systemet. Vis at med $Nm = N_+ - N_-$ kan den skrives på formen

$$S = Nk[A - B(1+m)\ln(1+m) - C(1-m)\ln(1-m)],$$

og bestem med det koeffisientene A , B og C .

b) For uavhengige spinn er indre energi $U = 0$. Dermed er $TdS = dU - Nh dm = -Nh dm$ slik at tilstandslikningen er gitt ved

$$h = h(T, m) = -\frac{T}{N} \frac{dS}{dm}$$

der h er proporsjonal med det ytre magnetfeltet. Bestem $h = h(T, m)$ for spinnsystemet gitt under punkt a).

Et spinnsystem som gitt under punkt a), kan benyttes til å oppnå svært lave temperaturer ved å bruke adiabatisk demagnetisering. Et kraftig magnetfelt h_1 settes på isotermt ved lav temperatur T_1 . Deretter fjernes termisk kopling og magnetfeltet slås av adiabatisk. På grunn av litt kopling mellom spinnene ender en opp med et effektivt magnetfelt $h_2 > 0$. Hva blir resulterende temperatur T_2 når andre bidrag til entropien negliseres? [For lave T er spesifikk varme fra kvantiserte gittervibrasjoner $C \propto T^3$ slik at bidraget til entropien herfra kan negliseres for tilstrekkelig lave T .]

c) Kraftverk som kan utnytte det osmotiske trykket mellom ferskvann og saltvann ved utløpet av elver blir vurdert. Anta at pr. tidsenhet strømmer en vannmengde Q (volum/tid) gjennom membranen som skiller ferskvann og saltvann. Denne strømmen fører til et trykktap (friksjon) $\Delta p_t = \lambda Q$ der λ er en konstant. Når strømmen $Q = Q_0$ er trykktapet Δp_t lik det osmotiske trykket Δp_0 . Men når $Q < Q_0$ vil trykkdifferansen $\Delta p = \Delta p_0 - \Delta p_t$ kunne utføre et netto arbeid (f.eks. drive en turbin). Hvor stor blir effekten P når en ser bort fra tap forøvrig?

Hva blir maksimal effekt P_m dersom $\Delta p_0 = 23 \text{ atm}$ og $Q_0 = 125 \text{ l/s}$?

Oppgitt: $N! = \sqrt{2\pi N} N^N e^{-N}$ ($N \rightarrow \infty$, Stirlings formel),
 $S = k \ln W$ (Boltzmanns prinsipp), $1 \text{ atm} = 1,013 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

Oppgave 3

a) I termisk likevekt er hastigheten $\mathbf{v}$ til molekyler gitt ved Maxwells hastighetsfordeling

$$F(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT} \right)^{\frac{3}{2}} \exp \left(-\frac{mv^2}{2kT} \right).$$

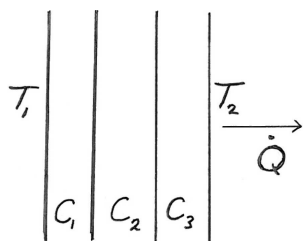
Denne fordelingen er normert slik at $\int F(v) d\mathbf{v} = 1$ ($v = |\mathbf{v}|$, $v^2 = v_x^2 + v_y^2 + v_z^2$). Vis at midlere kvadratiske hastighet $\langle v^2 \rangle$ kan skrives på formen

$$\langle v^2 \rangle = C \frac{kT}{m},$$

og bestem med det størrelsen C . [Hint: $\langle v^2 \rangle$ kan regnes ut direkte. Alternativt kan $\langle v_x^2 \rangle$ regnes ut først.]

b) En stein med masse m_1 legges i isvann (0°C) for å avkjøles fra romtemperatur (20°C). Ved starten av avkjølingen er temperaturen den samme (20°C) gjennom hele steinen. Etter en tid $t_1 = 110$ min er temperaturen midt i steinen 4°C . Deretter avkjøles på samme vis en stein av samme slag og samme form, men med en masse $m_2 = 2,5 m_1$. Etter hvor lang tid t_2 vil temperaturen i denne steinen med masse m_2 passere 4°C ? [Hint: Betrakt sammenhengen mellom størrelse og tid ved varmeledning som er en følge av likningen $\partial T / \partial t = D \nabla^2 T$.]

c)



En vegg består av 3 plane lag som er lagt mot hverandre som vist på figuren. Når en betrakter hvert enkelt lag alene eller separat, vil det gå en stasjonær varmestrøm

$$\dot{Q}_i = C_i \Delta T_i, \quad i = 1, 2, 3$$

der ΔT_i er temperaturforskjellen mellom de to sidene av lag i , og C_i er en koeffisient. [C_i vil avhenge av varmeledningsevnen, tykkelsen og arealet til lag i .] Når lagene, som alle har samme areal, legges mot hverandre kan den resulterende

stasjonære varmestrømmen uttrykkes som

$$\dot{Q} = C(T_1 - T_2)$$

der T_1 og T_2 er temperaturene på de 2 ytterflatene, som vist på figuren. Bestem koeffisienten C . [Hint: Betrakt temperaturforskjellen mellom lagene.]

Oppgitt:
$$\int_{-\infty}^{\infty} x^{2n} e^{-ax^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{a}} \frac{1}{2} \frac{3}{2} \cdots \frac{2n-1}{2} \frac{1}{a^n}.$$