

Eksamen FY1005/TFY4165 Termisk fysikk kl 09.00 - 13.00 onsdag 20. mai 2015
Bokmål

Oppgave 1. Åtte flervalgsoppgaver. (Poeng: $2.5 \times 8 = 20$)

a. Aluminium i fast stoff varmes opp fra 300K til 450K. Neglisjer volumutvidelsen av aluminiumet i dette temperatur-intervallet. Den tilførte varmen i aluminium-biten måles til 13.36kJ. Massen til aluminium-biten er da

- A 100 g
- B 45 g
- C 32,5 g
- D 70 g

Oppgitt: Molar varmekapasitet for aluminium: $C = 24.03 \text{ J/K mol}$. Molar vekt for aluminium: 26.98 g/mol.

b. For van der Waals tilstandsligning, $(p + aN^2/V^2)(V - Nb) = NkT$, hvilket utsagn er feil?

- A Denne tilstandsligningen kan ikke beskrive koeksistens mellom faststoff- og væskefasen av et stoff.
- B Leddet aN^2/V^2 tar hensyn til at nøytrale molekyler tiltrekker hverandre når de er et stykke fra hverandre.
- C Leddet Nb tar hensyn til at molekylerne har et visst volum, og at de ikke er punktpartikler.
- D Denne tilstandsligningen kan brukes til å fastlegge trippelpunktet til et stoff.

c. For en klassisk gass av punktpartikler med masse m som kan bevege seg i en dimensjon, er $\langle |v_x| \rangle$ gitt ved:

- A $\sqrt{\frac{k_B T}{2\pi m}}$
- B $\sqrt{\frac{k_B T}{m}}$
- C $\sqrt{\frac{2k_B T}{\pi m}}$
- D $\sqrt{\frac{3k_B T}{m}}$

d. Hvilken påstand er feil?

- A Ved en faselikevekt kan det maksimalt være tre koeksisterende faser.
- B Ved tilsetning av et ikke-flyktig stoff til væske-fasen i en gass-væske faselikevekt, går kokepunktet opp.
- C Den latente varmen ved koking av vann, avhenger av trykk.
- D Gibbs energi er minimal ved en faselikevekt.

e. Hvilken påstand er feil?

- A Det er ikke mulig med prosesser der eneste resultat er at varme spontant overføres fra et kaldt legeme til et varmere legeme.
- B Det er ikke mulig med prosesser der eneste resultat er at varme avgis fra et varmereservoar og omsettes fullstendig i arbeid.
- C Entropien i et isolert system kan ikke reduseres.
- D For å kunne regne ut entropi-endringen i en prosess, må prosessen være reversibel.

f. Et system kan bringes reversibelt fra en starttilstand til en slutttilstand ved samme temperatur på to ulike måter: Enten ved hjelp av en kombinasjon av en isobar og en isokor prosess (1) eller ved hjelp av en isoterm prosess (2). Systemets entropiendring er ΔS_1 for prosess 1 og ΔS_2 for prosess 2. Da er

- A det ikke mulig å uttale seg om ΔS_1 i forhold til ΔS_2 .
- B $\Delta S_1 > \Delta S_2$
- C $\Delta S_1 < \Delta S_2$
- D $\Delta S_1 = \Delta S_2$

g. Ett mol ideell gass er innestengt i en varmeisolert beholder med volum 5 L. En vegg fjernes hurtig, slik at gassen utvider seg isotermt (og irreversibelt), til et volum 35 L. Hva blir endringen ΔS i gassens entropi? (Oppgitt: Isoterm entropiendring er $dS = (\partial p / \partial T)_V dV$)

- A $\Delta S = 6.1 \text{ J/K}$
- B $\Delta S = 13.4 \text{ J/K}$
- C $\Delta S = 16.2 \text{ J/K}$
- D $\Delta S = 21.8 \text{ J/K}$

h. En isolert husvegg har typisk et indre og et ytre lag med tre, adskilt av et lag med glava isolasjonsmateriale. God isolasjon oppnås ved at varmeledningsevnen i materialene i veggen er minst mulig. Glava har en varmeledningsevne $\kappa = 0.047 \text{ W/Km}$. Luft har en varmeledningsevne $\kappa = 0.024 \text{ W/Km}$. Hvilket utsagn er korrekt?

- A Bruk av Fourier's lov gir en høyere total varmeledningsevne for hele veggen dersom en bruker luft istedet for glava.
- B Selv om glava har høyere varmeledningsevne enn luft, vil det være mer kompliserte Brownske bevegelser av partikler som transporterer varme i glava enn i luft. Dette gir lavere total varme-gjennomstrømning med glava enn med luft.
- C Strålingstapet igjennom veggen er mye større med luft enn med glava.
- D Ingen av påstandene over er korrekte.

Oppgave 2. Partikler med tre diskrete energi-nivå. (Poeng: 6+6+8=20)

Et system består av N uavhengige partikler. Hver partikkel kan være i tre ulike tilstander. Disse tilstandene har energi $\varepsilon_1, \varepsilon_2, \varepsilon_3$.

a. Skriv ned tilstandsfunksjonen (partisjonsfunksjonen) $Z = Z_1^N$ for dette systemet. Her er Z_1 tilstandssummen for en enkelt partikkel. Regn ut Z spesielt for det tilfellet at $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon_2 = \varepsilon$, $\varepsilon_3 = -\varepsilon$.

b. Regn ut middelverdien av energien $\langle \varepsilon \rangle$ til hver partikkel

$$\langle \varepsilon \rangle = -\frac{\partial}{\partial \beta} \ln(Z_1).$$

med $\varepsilon_1 = 0$, $\varepsilon_2 = \varepsilon$, $\varepsilon_3 = -\varepsilon$. Hva blir resultatet i høytemperaturgrensen $\beta \rightarrow 0$ og lavtemperatur-grensen $\beta \rightarrow \infty$?

c. Vis at varmekapasiteten C_V per partikkel er gitt ved

$$C_V = 2 \left(\frac{\varepsilon}{k_B T} \right)^2 \frac{2 + \cosh(\beta \varepsilon)}{(1 + 2 \cosh(\beta \varepsilon))^2}.$$

Gi en kort fysisk forklaring på lavtemperatur-forløpet til varmekapasiteten. Er resultatet i høytemperatur-grensen i samsvar med ekvipartisjonsprinsippet? Gi kort grunn for svaret.

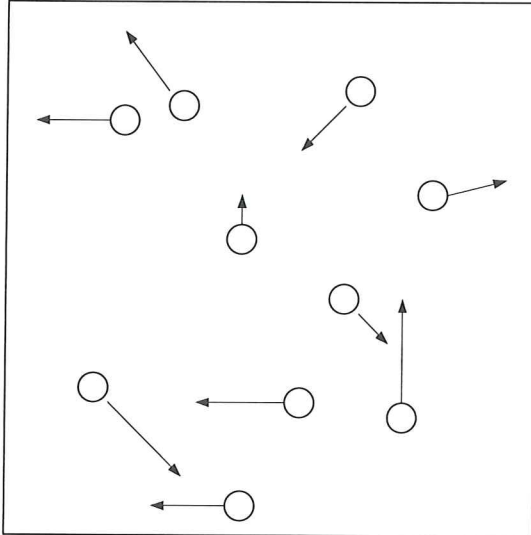
Oppgave 3. Carnot-prosess. (Poeng: 5+5+10=20)

En Carnot-prosess er en reversibel kretsprosess som består av to isoterme prosesser (ekspansjon og kompresjon) og to adiabatisk prosesser (ekspansjon og kompresjon). Carnot-prosessen starter i punktet 1 (V_1, T_1) og ekspanderer så isotermt til punktet 2 (V_2, T_1), ekspanderer deretter adiabatisk til punktet 3 (V_3, T_2), komprimeres deretter isotermt til punktet 4 (V_4, T_2), og komprimeres til slutt adiabatisk tilbake til punktet 1.

a. Tegn opp denne prosessen i et (p, V) -diagram, når det antas at arbeidssubstansen er en gass langt unna kondensasjonspunktet for gassen. Tegn også opp Carnot-prosessen i et (T, S) -diagram.

b. Vis at virkningsgraden til en Carnot-maskin er helt uavhengig av arbeidssubstansen som brukes. (Hint: Bruk Carnot-prosessen formulert i et (T, S) -diagram.)

c. Anta nå at arbeidssubstansen er en ideell gass. Regn ut endringen i indre energi U , entropi S , og Helmholtz fri energi F i ekspansjonen $1 \rightarrow 2$. Hvilken av tilstandene 1 og 2 har lavest fri energi F ? (Hint: Bruk termodynamisk identitet, samt egenskapene til ideell gass).

Oppgave 4. Maxwells hastighetsfordeling. (Poeng: 6+8+6=20)

I denne oppgaven skal vi se på en to-dimensjonal Maxwell-fordeling, dvs hastighetsfordelingen til partikler som kan bevege seg langs en x - og en y -akse. Partiklene regnes som punktpartikler med masse m . Vi antar til å begynne med at hastighetsfordelingen er isotrop. Boksen er firkantet med sidekanter L_x og L_y . Vi antar til å begynne med at $L_x = L_y$. Videre antar vi til å begynne med at boksen er så stor at vi kan se bort fra effekter fra kantene.

a. Regn ut midlere hastighet $\langle v \rangle$, og midlere kvadratisk hastighet $\langle v^2 \rangle$. Forklar hvordan fortegnet til størrelsen $\langle v^2 \rangle - \langle v \rangle^2$ kan bestemmes uten eksplisitt beregning av middelveidene.

b. Finn et uttrykk for den mest sannsynlige farten til partiklene. Regn ut denne farten eksplisitt for en nitrogen-gass ved $T = 300K$.

c. Vi lar nå sidekantene i boksen være ulike, $L_x \gg L_y$. Boksen kan nå betraktes som en-dimensjonal. Regn ut midlere impuls og kinetisk energi til partiklene ved direkte bruk at Maxwells hastighetsfordeling.

Oppgitt: Massen til N_2 -molekylet: $m_{N_2} = 2.325 \cdot 10^{-26} \text{ kg}$.

FORMLER OG UTTRYKK.

Formlenes gyldighetsområde og symbolenes betydning antas å være kjent. Symbolbruk og betegnelser som i forelesningene. Vektorer med fete typer.

Utviddelseskoefisienter, trykk-koefisient, isoterm kompressibilitet:

$$\alpha_L = \frac{1}{L} \left(\frac{\partial L}{\partial T} \right)_p \quad \alpha_V = \frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p \quad \alpha_p = \frac{1}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \quad \kappa_T = -\frac{1}{V} \left(\frac{\partial V}{\partial p} \right)_T$$

Syklisk regel:

$$\left(\frac{\partial x}{\partial y} \right)_z \left(\frac{\partial y}{\partial z} \right)_x \left(\frac{\partial z}{\partial x} \right)_y = -1$$

Første hovedsetning:

$$dQ = dU + dW$$

Varmekapasitet:

$$C = \frac{dQ}{dT}$$

$$C_p - C_V = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V \left(\frac{\partial V}{\partial T} \right)_p.$$

Termodynamiske potensialer:

$$H = U + pV \quad F = U - TS \quad G = H - TS \quad G = \sum_j \mu_j N_j$$

Den termodynamiske identitet:

$$TdS = dU + pdV - \sum_j \mu_j dN_j$$

Ideell gass tilstandsligning:

$$pV = NkT = nRT$$

van der Waals tilstandsligning:

$$p = \frac{NkT}{V - Nb} - \frac{aN^2}{V^2}$$

Adiabatisk prosess:

$$dQ = 0$$

Joule-Thomson-koefisienten:

$$\mu_{JT} = \left(\frac{\partial T}{\partial p} \right)_H$$

PCH 4.18:

$$\left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_T = T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_V - p$$

Virkningsgrad for varmekraftmaskin:

$$\eta = \frac{W}{Q_{\text{inn}}}$$

Virkningsgrad for Carnot-maskin:

$$\eta_C = 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

Maxwells hastighetsfordeling:

$$g(v_x) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{1/2} e^{-mv_x^2/2kT} \quad F(v) = \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} e^{-mv^2/2kT} \quad f(v) = 4\pi \left(\frac{m}{2\pi kT}\right)^{3/2} v^2 e^{-mv^2/2kT}$$

Gauss-integraler:

$$\begin{aligned} I_0(\alpha) &= \int_{-\infty}^{\infty} e^{-\alpha x^2} dx = \sqrt{\frac{\pi}{\alpha}} \\ I_2(\alpha) &= \int_{-\infty}^{\infty} x^2 e^{-\alpha x^2} dx = -\frac{d}{d\alpha} I_0(\alpha) \quad \text{etc} \\ I_3 &= \int_{-\infty}^{\infty} dx \, x e^{-\alpha x^2} = \frac{1}{2\alpha} \end{aligned}$$

Det klassiske ekvipartisjonsprinsippet:

Hver frihetsgrad som inngår kvadratisk i energifunksjonen E bidrar med $kT/2$ til midlere energi.

Partisjonsfunksjon:

$$Z = \sum_j e^{-E_j/kT} = e^{-\beta F} \quad (\beta = 1/kT)$$

Kjøleskap, virkningsgrad (effektfaktor):

$$\varepsilon_K = \left| \frac{Q_{\text{ut}}}{W} \right|$$

Varmepumpe, virkningsgrad (effektfaktor):

$$\varepsilon_V = \left| \frac{Q_{\text{inn}}}{W} \right|$$

Entropi og Clausius' ulikhet:

$$dS = \frac{\delta Q_{\text{rev}}}{T} \quad \oint dS = 0 \quad \oint \frac{\delta Q}{T} \leq 0$$

Boltzmanns prinsipp:

$$S = k \ln W$$

Stirlings formel:

$$N! = \sqrt{2\pi N} N^N e^{-N} \quad (N \rightarrow \infty)$$

Eksergi:

$$W_{\text{max}} = -\Delta G \quad \text{med} \quad G = U - T_0 S + p_0 V$$

Kjemisk potensial:

$$\mu_j = \left(\frac{\partial G}{\partial N_j} \right)_{p, T, N_{i \neq j}}$$

Ideell blanding:

$$\Delta S_{\text{mix}} = -k \sum_j N_j \ln x_j \quad \mu_j = \mu_j^0 + kT \ln x_j$$

(Clausius-)Clapeyrons ligning:

$$\frac{dp}{dT} = \frac{\Delta S}{\Delta V}$$

Strålingshulrom, frekvensfordeling:

$$\frac{du}{df} = \frac{8\pi h}{c^3} \frac{f^3}{\exp(hf/kT) - 1} \quad ; \quad u(T) = \int_0^\infty \frac{du}{df} df$$

Stefan-Boltzmanns lov:

$$j_s(T) = \frac{c}{4} u(T) = \sigma T^4 \quad (\sigma = 2\pi^5 k^4 / 15 h^3 c^2)$$

Fouriers lov:

$$\mathbf{j} = -\kappa \nabla T \quad ; \quad j = \dot{Q}/A$$

Varmeledningsslikningen:

$$\frac{\partial T}{\partial t} = D_T \nabla^2 T$$

Ficks lov:

$$\mathbf{j} = -D \nabla n$$

Diffusjonslikningen:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D \nabla^2 n$$

U -verdi:

$$j = U \Delta T$$

Midlere fri veilengde, fortynnet gass ($n = N/V$; σ = spredningstverrsnitt):

$$\lambda = \frac{1}{\sqrt{2}n\sigma}$$

Varmeledningsevne, fortynnet gass (c_V = varmekapasitet pr molekyl; m = molekylmasse):

$$\kappa = \frac{2c_V}{3\sigma} \sqrt{\frac{kT}{\pi m}}$$

Diffusjonskonstant, fortynnet gass:

$$D = \frac{2}{3n\sigma} \sqrt{\frac{kT}{\pi m}} = \frac{\kappa}{nc_V}$$

Fysiske konstanter:

$$\begin{aligned} k &= 1.38 \cdot 10^{-23} \text{ J/K} \\ R &= 8.314 \text{ J/molK} \\ N_A &= 6.02 \cdot 10^{23} \text{ mol}^{-1} \\ \hbar &= h/2\pi = 1.05 \cdot 10^{-34} \text{ Js} \\ e &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ C} \\ m_e &= 9.11 \cdot 10^{-31} \text{ kg} \\ u &= 1.66 \cdot 10^{-27} \text{ kg} \\ c &= 3.00 \cdot 10^8 \text{ m/s} \\ \sigma &= 5.67 \cdot 10^{-8} \text{ W/m}^2\text{K}^4 \end{aligned}$$

Omregningsfaktorer:

$$\begin{aligned} 1 \text{ eV} &= 1.60 \cdot 10^{-19} \text{ J} \\ 1 \text{ \AA} &= 10^{-10} \text{ m} \\ 1 \text{ cal} &= 4.184 \text{ J} \\ 1 \text{ bar} &= 10^5 \text{ Pa} \\ 1 \text{ atm} &= 1.013 \cdot 10^5 \text{ Pa} \end{aligned}$$