

**Oppgave 1 - Definisjoner og konsepter (24 poeng)**

I de følgende oppgavene forventes det minimalt med regning. Bruk egne ord og forklar definisjonene/konseptene så godt du kan. Bruk gjerne eksempler.

**a)** Definer/forklar begrepene tilstandsligning og reversibel prosess.  
(3 poeng)

**b)** *i)* Definer/forklar den mikrofysiske tolkningen av entropi.  
*ii)* Forklar sammenhengen mellom termodynamikkens 2. lov og entropi.  
(2 poeng)

**c)** *i)* Tegn Carnotmaskinen i et  $(p, V)$  diagram, og forklar tydelig hvilke prosesser som er involvert.  
*ii)* Forklar Carnots teorem, gjerne med et eksempel om du føler det er nødvendig.  
(3 poeng)

**d)** *i)* Tegn varmekapasiteten til Hydrogen som funksjon av temperatur. For hvilke temperaturer er det klassiske resultatet korrekt?  
*ii)* Forklar hvordan kvantemekanikk sammen med ekvipartisjonsprinsippet gir den korrekte oppførselen av varmekapasiteten som funksjon av temperatur for Hydrogen.  
(5 poeng)

**e)** *i)* Hva er en faseovergang? For å belyse svaret ditt tegn (og forklar) fasediagrammet for vann.  
*ii)* Skisser Gibbs' fri energi som funksjon av trykk for  $T < T_c$  og  $T > T_c$  for en Van der Waals gass. Her er  $T_c$  systemets kritiske temperatur. I lys av diagrammet ditt forklar hvordan du ser at systemet har en faseovergang for  $T < T_c$ , og ingen faseovergang for  $T > T_c$ .  
(6 poeng)

**f)** Gi en fysisk tolkning av den tidsavhengige varmeligningen. For å belyse svaret ditt tegn gjerne en temperaturprofil (initialbetingelse) og forklar hvordan profilen vil utvikle seg i tid.  
(2 poeng)

**g)** *i)* Definer/forklar begrepet diffusjon.  
*ii)* Skisser tidsforløpet av løsningen  $n(t, x)$  til den endimensjonale diffusjonsligningen med initialbetingelse  $n(t = 0, x) = N/V\delta(x)$ . Tegn for eksempel løsningen på fire forskjellige tidspunkt. Kommenter den fysiske betydningen av hvorfor  $\int_{-\infty}^{\infty} n(t, x) dx$  må være konstant for alle tidspunkt  $t$ .  
(3 poeng)

## Oppgave 2 - Varmekraftmaskin (19 poeng)

Figur 1 viser en ideell kretsprosess som typisk blir benyttet i 2-takts og 4-takts motorer. Kretsprosessen består av 2 adiabater og 2 isokorer, som vist på figuren. Trykk, temperatur, og volum i punktene (1), (2), (3) og (4) betegnes henholdsvis med  $(p_1, V_1, T_1)$ ,  $(p_2, V_2, T_2)$ ,  $(p_3, V_3, T_3)$ , og  $(p_4, V_4, T_4)$ . Anta  $n$  mol monoatomisk ideell gass, med  $\gamma = C_p/C_V = 5/3$ .

a) i) Tegn diagrammet på papir og marker/angi tydelig navnet på de involverte prosessene. I tillegg angi i hvilke prosesser varme blir tatt opp og avgitt av systemet.

ii) Vis at arbeidet utført fra punkt (3) til punkt (4) er  $W_{3 \rightarrow 4} = \frac{nR}{1-\gamma} (T_4 - T_3)$ . Hva er gassens entropiendring per syklus?

(5 poeng)

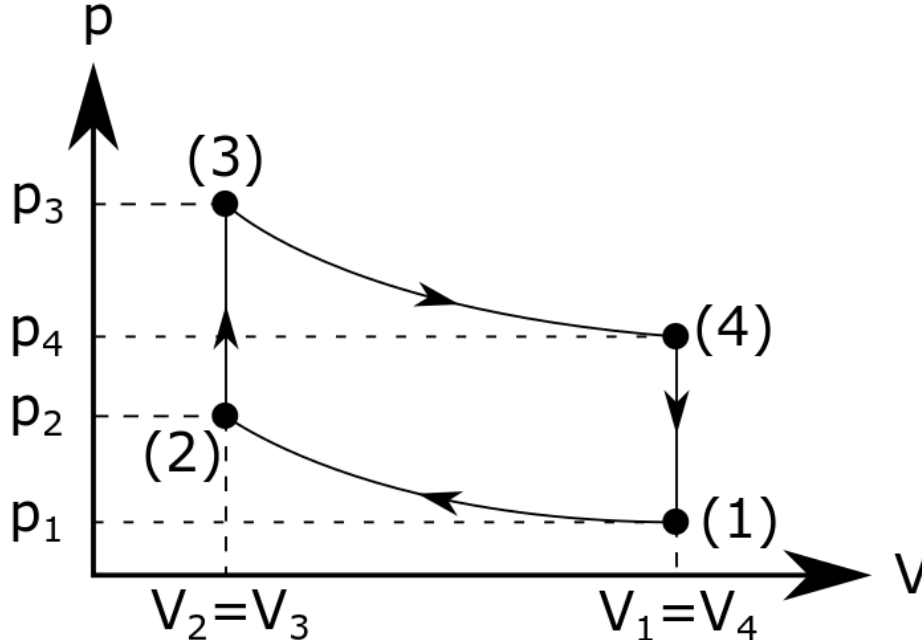
b) Vis at maskinens virkningsgrad er  $\eta = 1 - \frac{1}{r^{\gamma-1}}$ . Her har vi definert kompresjonsratioen  $r = V_1/V_2 > 1$ . (6 poeng)

c) Bruk Carnots teorem til å vise at maskinens virkningsgrad er begrenset av  $\eta_c = 1 - \left(\frac{p_1}{p_3}\right) r$ . (4 poeng)

d) Skisser virkningsgradene i oppgave b) og c) som funksjon av  $r > 1$  i samme diagram. Gitt en bestemt ratio  $0 < p_1/p_3 < 1$  bestem det fysiske intervallet for størrelsen  $r$  analytisk.

Tips: hvis  $r$  er utenfor det fysiske intervallet brytes termodynamikkens 2. lov.

(4 poeng)



Figur 1: Varmekraftmaskin med to isokorer og to adiabater.

### Oppgave 3 - Termodynamiske potensialer, entropi, og ekspansjon (25 poeng)

En gass med indre energi  $U$  og volum  $V$ , består av  $N$  partikler med masse  $m$ . Det er oppgitt at denne gassen har følgende uttrykk for entropi

$$S = Nk_B \left\{ \ln \left[ \frac{V}{N} \left( \frac{4\pi m U}{3N h^2} \right)^{3/2} \right] + 5/2 \right\}, \quad (1)$$

hvor  $h$  er Plancks konstant.

a) *i)* Vis at

$$T = \frac{2U}{3Nk_B}. \quad (2)$$

Tips: Løs først ligning (1) med hensyn på  $U$ .

*ii)* Bestem tilstandsligningen  $p(N, T, V)$ , og kjemisk potensial  $\mu(N, U, S)$ .

(6 poeng)

b) Regn ut  $F(N, T, V)$  og deretter  $S(N, T, V)$ .

Tips:  $dF = -pdV - SdT + \mu dN$ .

(4 poeng)

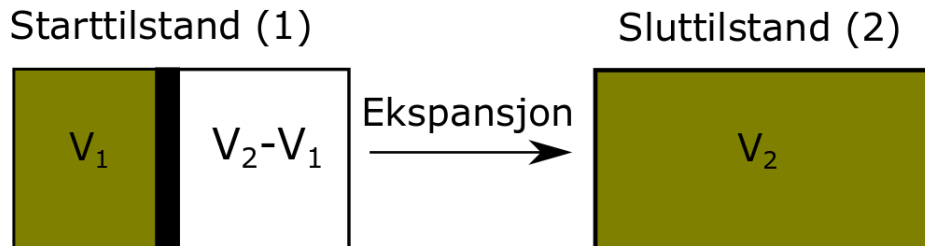
Figur 2 viser en boks, med en vegg som skiller venstre og høyre hulrom. I venstre hulrom antar vi det er en ideell gass, mens i høyre hulrom er det vakuum. Anta at boksen er termisk isolert fra sine omgivelser, og at veggen er ugjennomtrengelig. I de to neste oppgavene skal vi regne ut hva som skjer når gassen ekspanderer fra en starttilstand (1) til en slutttilstand (2). I starttilstanden (1) har gassen volum  $V_1$ , indre energi  $U_1$ , entropi  $S_1$ , temperatur  $T_1$ , og trykk  $p_1$ . I slutttilstanden (2) har gassen volum  $V_2$ , indre energi  $U_2$ , entropi  $S_2$ , temperatur  $T_2$ , og trykk  $p_2$ . I de to følgende oppgavene kan du anta at  $V_1$ ,  $V_2$ ,  $T_1$ , og  $p_1$  er kjente størrelser.

c) Anta at vi fjerner veggen i midten av boksen, slik at gassen kan ekspandere fritt fra starttilstanden (1) til slutttilstanden (2). Beregn entropiendringen  $\Delta S = S_2 - S_1$ , temperaturen  $T_2$ , og trykket  $p_2$ .

(7 poeng)

d) La oss anta at gassen kan skyve veggen (friksjonsfritt) mot høyre uendelig langsomt slik at prosessen kan betraktes som reversibel. Beregn entropiendringen  $\Delta S = S_2 - S_1$ , temperaturen  $T_2$ , trykket  $p_2$ , og arbeidet  $W$  som utføres av gassen fra starttilstanden (1) til slutttilstanden (2).

(8 poeng)



Figur 2: Ekspansjon av ideell gass (farget) fra en starttilstand (1) til en slutttilstand (2). Figuren brukes i deloppgavene c) og d)

#### Oppgave 4 - Varmestrøm gjennom kjege (22 poeng)

I figur 3 er det tegnet en avkappet kjege, som har høyde  $h$ . Inne i kjege er det et materiale med varmeledningsevne  $\kappa = \text{konstant}$ . Bunnen av kjege har radius  $r_1$  og holdes ved konstant temperatur  $T_1 > 0$ . Toppen av kjege har radius  $r_2 > r_1$  og holdes ved konstant temperatur  $T_2 > 0$ . Kjege's side-overflate er termisk isolert fra omgivelsene. I alle oppgavene under kan du anta at  $r_1, r_2 > 0$  og  $T_1, T_2 > 0$ .

a) Dersom  $T_1 > T_2$  vil det oppstå en stasjonær varmemstrøm  $\dot{Q}$  som flyter fra bunn til topp. Vis at

$$\dot{Q} = \frac{r_1 r_2}{h} \kappa \pi (T_1 - T_2). \quad (3)$$

(7 poeng)

b) Anta nå at  $r_1 = r_2 = \rho$ . La  $z$  være avstanden fra kjege's bunn til et vilkårlig punkt inne i kjege. Bestem temperaturprofilen  $T(z)$  inne i kjege. I hvilken geometri har du sett dette uttrykket før? Begrunn svaret kort.

(5 poeng)

c) Anta nå at  $r_1 \neq r_2$ , og at  $T_1 = T_1(t)$  er en tidsavhengig funksjon som minker med tida  $t$ , mens  $T_2$  fortsatt er konstant. Anta at  $T_1(0)$  er en kjent størrelse.

i) Utled Differensialligningen

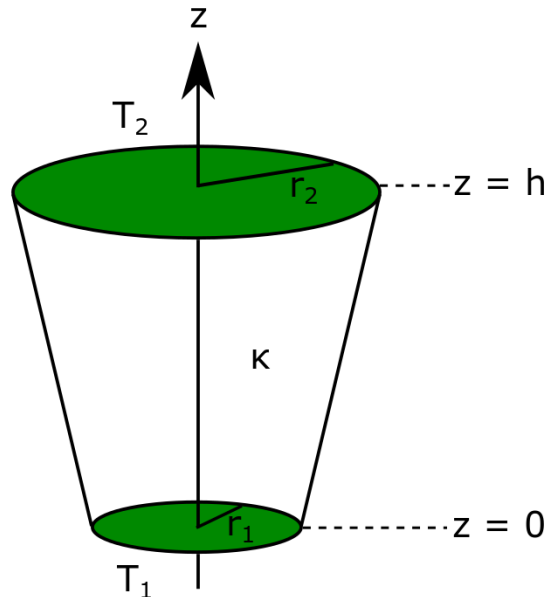
$$\frac{r_1 r_2}{h} \kappa \pi (T_1(t) - T_2) = -C \frac{dT_1}{dt} \quad (4)$$

som beskriver tidsforløpet til  $T_1(t)$ . Her er  $C$  kjege'bunnens varmekapasitet.

ii) Vis at løsningen av ligning (4) er på formen  $T_1(t) = A + B e^{-t/t_0}$ , og bestem dermed  $A, B$ , og  $t_0$ .

iii) Hva er den fysiske tolkningen av  $t_0$ ? Gi en fysisk grunn til at svaret ditt er logisk i grensene  $\kappa \rightarrow 0$  og  $\kappa \rightarrow \infty$ .

(10 poeng)



Figur 3: Varmestrøm gjennom kjege