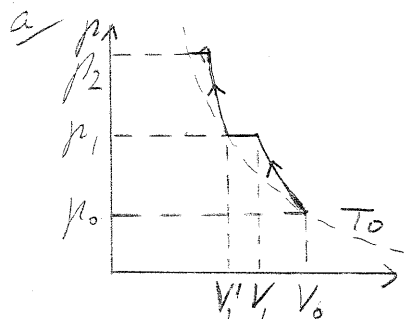


Oppgave 1.



Ved reversibel adiabatisk prosess gjelder $pV^\gamma = p_0V_0^\gamma$ (for ideell gass). La V_1 være sluttvolumet ved den adiabatiske prosessen i trinn 1 og la V_1' være sluttvolumet ved avkjølingen i trinn 2.

Arbeidet i 1. trinn blir dermed (tilført arbeid)

$$W_1 = \int_{V_1}^{V_0} p dV = p_0 \int_{V_1}^{V_0} \left(\frac{V_0}{V}\right)^\gamma dV = \frac{p_0 V_0}{\gamma-1} \left[\left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\gamma-1} - 1 \right]$$

$$\frac{p_0 V_0}{\gamma-1} \left[\left(\frac{V_0}{V_1}\right)^{\gamma-1} - 1 \right] = \frac{p_0 V_0}{\gamma-1} \left[\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^\alpha - 1 \right]$$

der $\alpha = \frac{\gamma-1}{\gamma}$. Fra adiabatlikningen ser her benyttet at $V_0/V_1 = (p_1/p_0)^{1/\gamma}$

Arbeidet i 2. trinn blir så

$$W_2 = \int_{V_1}^{V_1'} p dV = p_1 (V_1' - V_1)$$

For ideell gass ved konstant $T = T_0$ gjelder

$$p_1 V_1' = p_0 V_0$$

② Dette og bruk av adiabatlikningen for V_1' gir

$$W_2 = p_1 V_0 \left(\frac{p_0}{p_1}\right)^{1/\gamma} - p_0 V_0 = p_0 V_0 \left[\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^\alpha - 1 \right]$$

slik at samlet arbeid i de 2 trinnene blir

$$W_{12} = W_1 + W_2 = \frac{p_0 V_0}{\alpha} \left[\left(\frac{p_1}{p_0}\right)^\alpha - 1 \right]$$

For 3. og 4. trinn finner en tilsvarende ved å erstatte p_0 med p_1 og p_1 med p_2

$$W_{34} = W_3 + W_4 = \frac{p_0 V_0}{\alpha} \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^\alpha - 1 \right]$$

når en tar hensyn til at $p_0 V_0 = p_0 V_1'$ (isoterm). Samlet arbeid blir

$$W = W_{12} + W_{34} = \frac{p_0 V_0}{\alpha} \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^\alpha + \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^\alpha - 2 \right]$$

med $\alpha = \frac{\gamma}{\gamma-1}$.

Størrelsen på p_1 som gir arbeid minst mulig finnes ved å derivere m.h.p. p_1

$$\frac{dW}{dp_1} = p_0 V_0 \frac{1}{p_1} \left[\left(\frac{p_2}{p_1}\right)^\alpha - \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^\alpha \right] = 0$$

$$\text{eller } \left(\frac{p_2}{p_1}\right)^\alpha = \left(\frac{p_1}{p_0}\right)^\alpha$$

$$\frac{p_2}{p_1} = \frac{p_1}{p_0}$$

$$p_1^2 = p_0 p_2$$

$$p_1 = \sqrt{p_0 p_2}$$

Oppgave 2.

③

a) Termisk likevekt er trykk, temperatur og kjemiske potensial konstante over systemet.

Ved likevekt mellom væskefase og dampfase må kjemisk potensial eller Gibbs fri energi være den samme i begge fasene. Når temperaturen endres må en da ha

$$dG_v = dG_g$$

$$-S_v dT + V_v dp = -S_g dT + V_g dp$$

$$(S_g - S_v) dT = (V_g - V_v) dp$$

$$\frac{dp}{dT} = \frac{S_g - S_v}{V_g - V_v} = \frac{L}{T(V_g - V_v)}$$

der $L = T(S_g - S_v)$ er fordampingsvarmen.

[L er varme tilført ved konstant temperatur,

$$L = \int dp = \int T ds = T \int ds = T(S_g - S_v).]$$

b) Med $V_v \ll V_g$ og antagelse om ideell gass finner en

$$V_g - V_v = V_g = \frac{RT}{p}$$

slik at

$$\frac{dp}{dT} = \frac{L}{RT^2 p}$$

④

$$L = RT^2 \frac{1}{p} \frac{dp}{dT} = RT^2 \frac{d}{dT} (\ln p)$$

Det gitte uttrykket gir se

$$\ln p = \ln K - \alpha \ln T - \frac{L_1 + \alpha RT_1}{RT}$$

$$\frac{d}{dT} (\ln p) = -\frac{\alpha}{T} + \frac{L_1 + \alpha RT_1}{RT^2},$$

som innsett gir

$$L = -\alpha RT + L_1 + \alpha RT_1 = \underline{\underline{L_1 + \alpha R(T_1 - T)}}.$$

c) For damptrykket ved henholdsvis $T_0 = 0^\circ\text{C}$ og $T_1 = 100^\circ\text{C}$ har en

$$\ln p_0 = \ln K - \alpha \ln T_0 - \frac{L_1 + \alpha RT_1}{RT_0}$$

$$\ln p_1 = \ln K - \alpha \ln T_1 - \frac{L_1 + \alpha RT_1}{RT_1}$$

Ved å ta differensen mellom likningene finner en

$$\ln \frac{p_1}{p_0} = -\alpha \ln \frac{T_1}{T_0} - \frac{L_1}{R} \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_0} \right) - \alpha \left(\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_0} \right)$$

$$\ln \left(\frac{p_1}{p_0} \right) - \frac{L_1}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right) = \alpha \left(\frac{T_1}{T_0} - 1 - \ln \frac{T_1}{T_0} \right)$$

$$\alpha = \frac{\ln \frac{p_1}{p_0} - \frac{L_1}{R} \left(\frac{1}{T_0} - \frac{1}{T_1} \right)}{\frac{T_1}{T_0} - 1 - \ln \frac{T_1}{T_0}} = \frac{\ln \frac{760}{4,58} - \frac{40,7 \cdot 10^3}{8,314} \left(\frac{1}{273} - \frac{1}{373} \right)}{\frac{373}{273} - 1 - \ln \frac{373}{273}}$$

$$= \underline{\underline{5,6}}$$

Oppgave 3.

(5)

a) Sammenhengen mellom D , λ og $\langle v \rangle$ er

$$D = \underline{C \lambda \langle v \rangle}$$

der C er en konstant. Tilsvarende har en

$$\lambda = \underline{\frac{C}{n}} \quad \text{og} \quad \langle v \rangle = \underline{C \sqrt{T}}$$

b) Antall mol H_2O (vann), er $\frac{m}{M}$ der $M = 18 \text{ g/mol}$ er vekten av vann pr. mol. Antall partikler blir derfor

$$N_t = N_A \frac{m}{M}$$

Partikkelstrømtettheten ved diffusjon er

$$\vec{j} = -D \nabla n$$

der n er tettheten av partikler. Da tettheten av H_2O -partikler utenfor røret er like 0 vil tetthetsgradienten bli

$$|\nabla n| = \frac{n_0}{L}$$

der n_0 er tettheten av vanndamp i bunnen av røret.

Total partikkelstrøm blir så

$$J = j A = D A \frac{n_0}{L}$$

Tettheten n_0 er bestemt av likningen for ideell gass

$$pV = NkT$$

(6)

$$n_0 = \frac{N}{V} = \frac{p}{kT}$$

sett at

$$J = D \frac{A}{L} \frac{p}{kT}$$

Tiden det tar før alt er tørrt bort blir følgende

$$t = \frac{N_t}{J} = N_A \frac{m}{M} \frac{L kT}{D A p} = \frac{m R T L}{M D A p}$$

$$\frac{0,15 \cdot 10^{-3} \cdot 8,314 \cdot 293 \cdot 0,15}{18 \cdot 10^{-3} \cdot 3 \cdot 10^{-5} \cdot 1,8 \cdot 10^{-4} \cdot \frac{20}{760} \cdot 1,013 \cdot 10^5} = \underline{\underline{2,1 \cdot 10^5 \text{ s} = 2,4 \text{ døgn.}}}$$