

Eksamen i Termisk fysikk

①

12.08.2016

Løsningsforslag

1a: u: Middelværdi av kinetisk + potensiell energi

H: $u +$ energien som skal til for å skaffe rom til volumet V ved spesifisert trykk

F: Energi tilgjengelig for nyttig arbeid ved spesifisert (T, V)

Q: Det samme som F , men ved spesifisert (T, p)

b)

1. lov:

$$\Delta Q = \Delta u + W$$

$$\Delta Q = 0$$

$$\Delta S \geq 0$$

$$\Delta u = \Delta u_1 + \Delta u_2$$

$$\Delta S = \Delta S_1 + \Delta S_2$$

c)

Varme flyter irreversibelt fra 1 $\rightarrow$ 2
 $W = 0$

$$\Delta u = 0 = \Delta u_1 + \Delta u_2$$

$$= 2C (T_s - T_1) + C (T_s - T_2)$$

$$= C (3T_s - T_2 - 2T_1) = 0$$

$$T_S^i = \frac{1}{3}(2T_1 + T_2)$$

(2)

ii) Reversibel process, slik at
maksimalt arbejde udføres:

$$\begin{aligned}\Delta S &= \Delta S_1 + \Delta S_2 \\ &= 2C \int_{T_1}^{T_S} \frac{dT}{T} + C \int_{T_2}^{T_S} \frac{dT}{T} \\ &= 2C \ln\left(\frac{T_S}{T_1}\right) + C \ln\left(\frac{T_S}{T_2}\right) \\ &= C \ln\left(\frac{T_S^3}{T_1^2 T_2}\right) = 0\end{aligned}$$

$$T_S^r = (T_1^2 T_2)^{1/3}$$

Skal nu vise at $T_S^r < T_S^i$
At dette er rimeligt, følger fra det
faktum at i reversibel process, har
noe energi gået med til at udføre
et arbejde, og derfor tappet systemet
for energi; større grad end om
arbejde ikke havde blitt udført.

Indfør $x = T_1^{1/3}$

$y = T_2^{1/3}$

Se på: $2x^3 + y^3 - 3x^2y =$

(3)

$$= 2x^2(x-y) + y(x^2-y^2)$$

$$= (x-y)[2x^2 - y(x+y)]$$

$$= (x-y)[x^2 - y^2 + x^2 - yx]$$

$$= (x-y)[(x-y)(x+y) + (x-y) \cdot x]$$

$$= \underline{(x-y)^2(2x+y) > 0}$$

$$2T_1 + T_2 - 3(T_1^2 T_2)^{1/3} > 0$$

$$\underline{T_S^c - T_S^r > 0}$$

$$\frac{1}{C} W_{\max} = -\Delta U$$

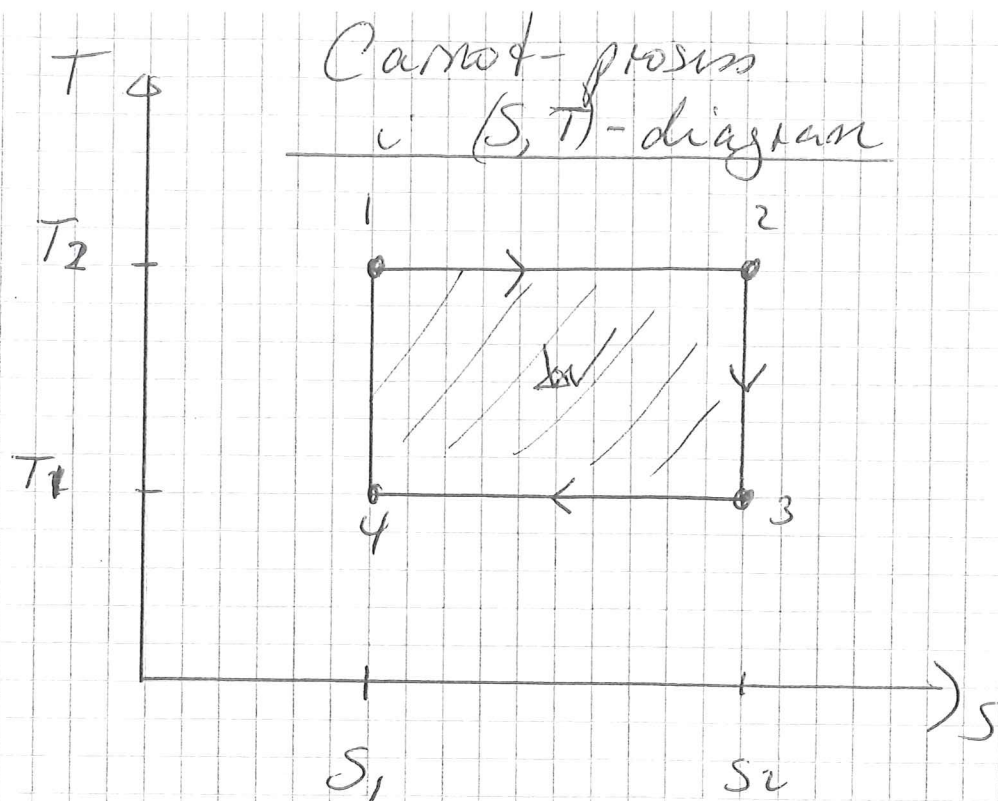
$$= 2C(T_1 - T_S) + C(T_2 - T_S)$$

$$= C(2T_1 + T_2 - 3T_S)$$

$$= \underline{C(2T_1 + T_2 - 3(T_1^2 T_2)^{1/3}) \geq 0}$$

$$= \underline{C \left(\frac{1}{T_1^{1/3}} - \frac{1}{T_2^{1/3}} \right)^2 \left[2T_1^{1/3} + T_2^{1/3} \right]}$$

2a



b)

Virkningsgrad

$$\eta = \frac{Q_{12} + Q_{34}}{Q_{12}} = \frac{W}{Q_{12}}$$

$$\eta = \frac{W}{Q_1} = \frac{T_2 \Delta S - T_1 \Delta S}{T_2 \Delta S}$$

$$= 1 - \frac{T_1}{T_2}$$

ΔS inneholder all info om arbeids-substans. Denne kan uttrykkes ut av η , som derfor er helt uavhengig av arbeids-substans.

c)

Fra det som er oppgitt
på formelen, finner vi

$$-\frac{1}{\epsilon_0} \left(\frac{\partial H}{\partial E} \right)_T = -T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_E + P$$

$$T dS = dH + \epsilon_0 P dE$$

$$= C_E dT$$

$$+ \left(\left(\frac{\partial H}{\partial E} \right)_T + \epsilon_0 P \right) dE$$

$$= C_E dT + \epsilon_0 T \left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_E dE$$

$$P = C \frac{E}{T}$$

Oppgitt tilstandslige.

$$\left(\frac{\partial P}{\partial T} \right)_E = -C \frac{E}{T^2}$$

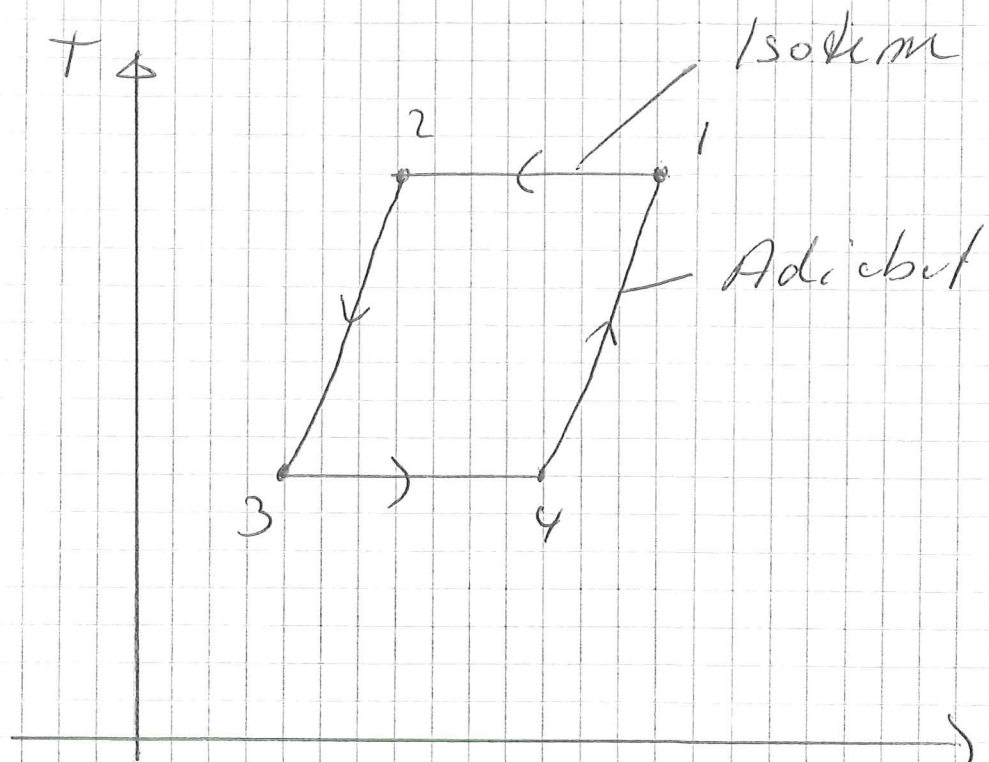
$$T dS = C_E dT - \epsilon_0 C \frac{E}{T} dE$$

$T dS = 0$ i adiabatisk prosess

$$0 = C_E T dT - \epsilon_0 C E dE$$

$$\underline{C_E T^2 - \epsilon_0 C E^2 = \text{konstant}}$$

d)



Carnot-prozess: (ϵ, T) -diagramm.

e)

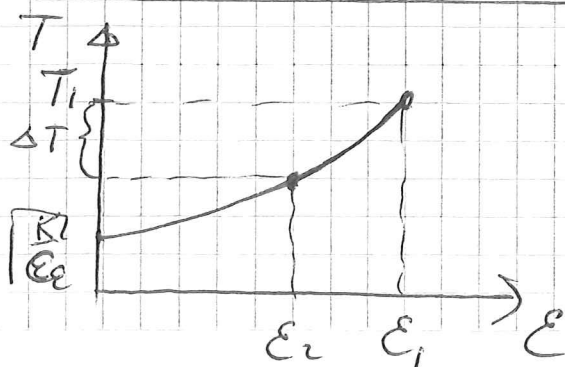
$$C_\epsilon T^2 - \epsilon_0 C \epsilon^2 = \text{konstant}$$

$$C_\epsilon T_1^2 - \epsilon_0 C \epsilon_1^2 = C_\epsilon T_2^2 - \epsilon_0 C \epsilon_2^2$$

$$C_\epsilon (T_1^2 - T_2^2) = \epsilon_0 C (\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2)$$

$$(T_1 - T_2)(T_1 + T_2) = \Delta T (2T_1 - \Delta T) \approx \Delta T (2T_1)$$

$$\Delta T = \frac{\epsilon_0 C}{2T_1 C_\epsilon} (\epsilon_1^2 - \epsilon_2^2)$$



3a

Klassisk elw. p. prinsip:

Hver uafh. kvadratiske frihedsgrad
bidrar $\frac{1}{2} kT$ til indre
energi ($\frac{1}{2} k$ til C_v)

Id - bevægelse

Translations - bevægelse $\frac{p_x^2}{2m} : \frac{1}{2} k$

Rotation - bevægelse

$$\frac{1}{2} k x^2 + \frac{p_{\text{rot}}^2}{2I} =$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} k + \frac{1}{2} k = k$$

Totalt:

$$C_v = \frac{3}{2} k$$

b)

$$F = N kT \ln \left(2 \sinh \left(\frac{\beta \hbar \omega}{2} \right) \right)$$

$$F = U - TS$$

$$U = F + TS = F - T \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_V$$

$$= F + \beta \left(\frac{\partial F}{\partial \beta} \right)_V = \left(\frac{\partial (\beta F)}{\partial \beta} \right)_V$$

$$U = N \frac{\hbar \omega}{2} \coth \left(\frac{\beta \hbar \omega}{2} \right)$$

9

$$C_v = \left(\frac{\partial U}{\partial T} \right)_v = - \frac{1}{kT^2} \frac{\partial U}{\partial \beta}$$

$$= - k_B \beta^2 \left(\frac{\partial U}{\partial \beta} \right)_v$$

$$\frac{\partial U}{\partial \beta} = - N \left(\frac{\hbar \omega}{2} \right)^2 \frac{1}{\sinh^2 \left(\frac{\beta \hbar \omega}{2} \right)}$$

$$C_v = k_B \cdot N \left(\frac{\beta \hbar \omega}{2} \right)^2 \frac{1}{\left(\sinh \left(\frac{\beta \hbar \omega}{2} \right) \right)^2}$$

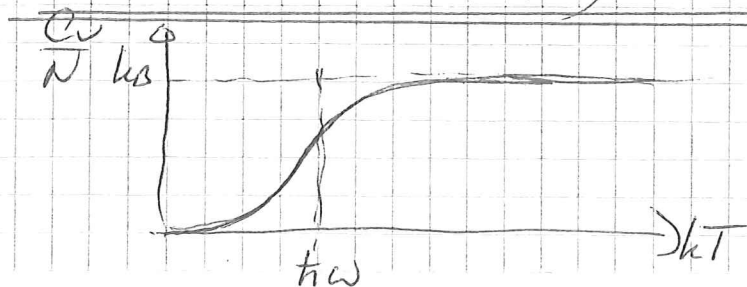
$$\frac{\beta \hbar \omega}{2} \ll 1 \Rightarrow \text{high } T$$

$$C_v = N \cdot k_B$$

$$\underbrace{\frac{1}{2} k_B x^2}_{k_B} + \underbrace{\frac{1}{2} m v_x^2}_{k_B}$$

$$\frac{\beta \hbar \omega}{2} \gg 1 \Rightarrow \text{low } T$$

$$C_v = N k_B \left(\frac{\beta \hbar \omega}{2} \right)^2 e^{-\frac{\beta \hbar \omega}{2}}$$



c)

8

100 K: Da er

$$\rho \hbar \omega \gg 1$$

Er

1) girer beskrivet i oppgave 1
er det masserett-bewegelse
+ er harmonisk-oscillator
det fjerde relativ-bewegelse.

Når $\rho \hbar \omega \gg 1$ gir oscillator
deres iagrer bidrag til C ,
vi står kun igjen med
bidraget fjerde masserett-
bewegelse

$$\underline{C = \frac{1}{2} k} \quad \text{pr. partikkel}$$