

Kent V2C2C

LF

TFY 4165

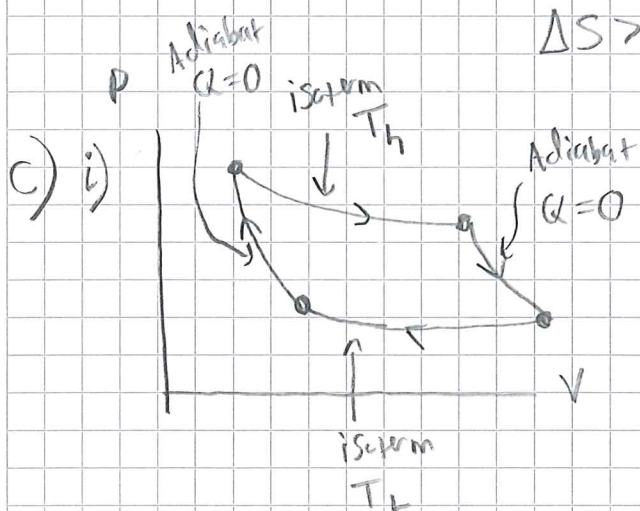
Termish Fgs/14

- 1 a) En tilst. lign. beskriver sammenhængen mellem et Systems (gass, magnet, sort hull, etc) tilstandsvariable ($P, V, T, M, H, \dots$) når systemet er i ligevægt med sine omgivelser.

En proces er reversibel dersom alle tilstandene i mellem start og slutt er ligevæktstilstande. Dvs tilstandsligningen er opfyldt på alle punkter i processen. I tillegg kræver en rev. proces at både system og omgivelser kan vende tilbage til sine starttilstande. I praksis betyr dette som oftest at man negligerer friksjon.

- b) i) Et systems entropi er et mål på antall mulige mikrotilstande. Den eksakte relasjonen er $S = k_B \ln W$.

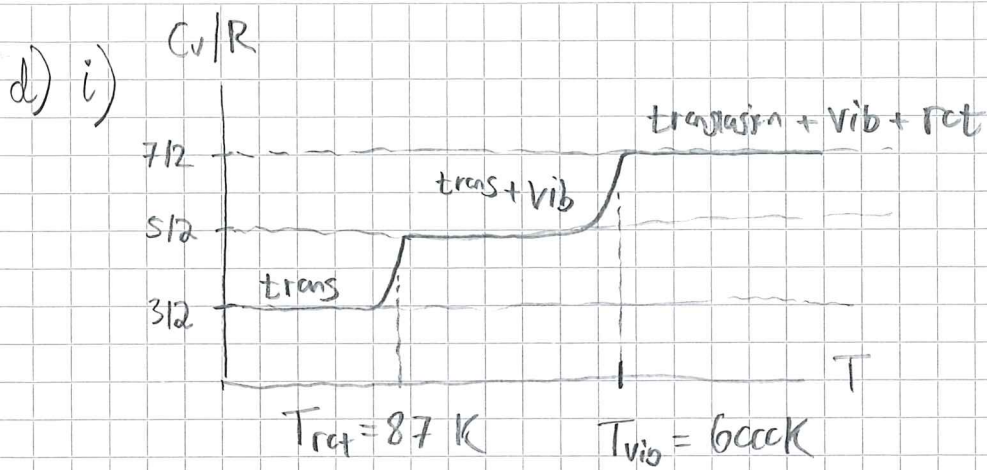
- ii) 2. lov sier at i et termisk isolert system så er $\Delta S \geq 0$. $\Delta S = 0 \Leftrightarrow$ reversibel prosess
 $\Delta S > 0 \Leftrightarrow$ irreversibel prosess



2 isotermer
2 adiabatte

$$\text{Virkningsgrad } \eta_c = 1 - \frac{T_L}{T_H}$$

- ii) Carnots teorem sier at det ikke finnes en mer effektiv varmekraftmaskin enn Carnotmaskinen. Dvs at en vilkårlig maskin med virkningsgrad η alltid vil være begrenset av $\eta_c = 1 - \frac{T_1}{T_2}$. Her er T_1 = laveste temperatur i processen
 T_2 = høyeste temperatur i processen.



Klassisk resultat er korrekt hvis $T > T_{vib}$.

ii) Kvantemekanikk leder til at spesifikke frihetsgrader blir "frosset" ut ved spesielle temperaturer

$$T > T_{vib} : \text{translasi} + \text{vibrasi} + \text{rotasi}$$

$$3 + 2 + 2$$

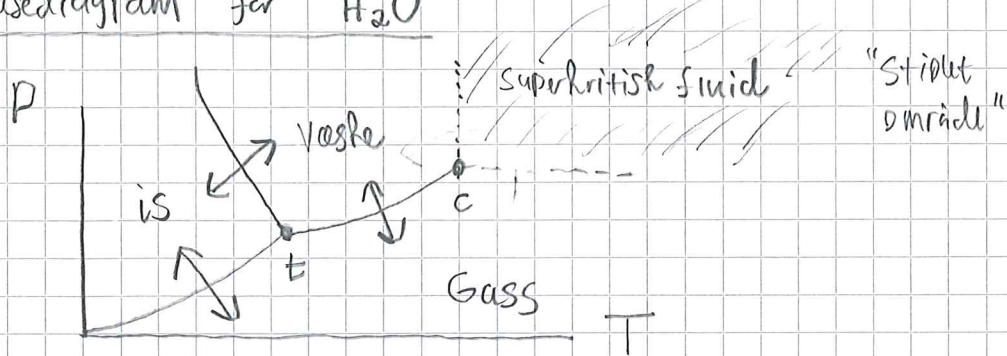
$$T_{vib} > T > T_{rot} : 3 + \cancel{2} + 2$$

$$T_{rot} > T : 3 + \cancel{2} + \cancel{2}$$

Uttfrosningen skjer fordi at energien er kvantisert. Dvs at det er et energigap mellom grunntilstanden og de eksiterte tilstandene. Hvis den termiske energien kT er (mye) mindre enn et energigap vil den aktuelle frihetsgraden ikke aktiveres.

e) i) Prosessen hvor et system i en fase (f.eks væske/metall) går over til en annen fase (f.eks gass/superleder).

Fasediagram for H_2O

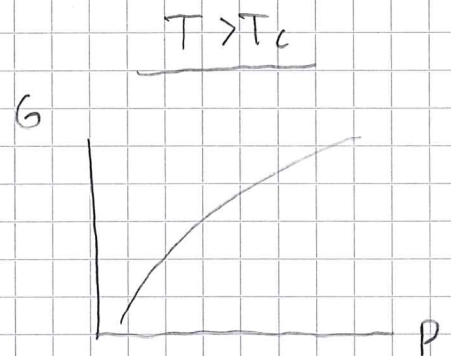
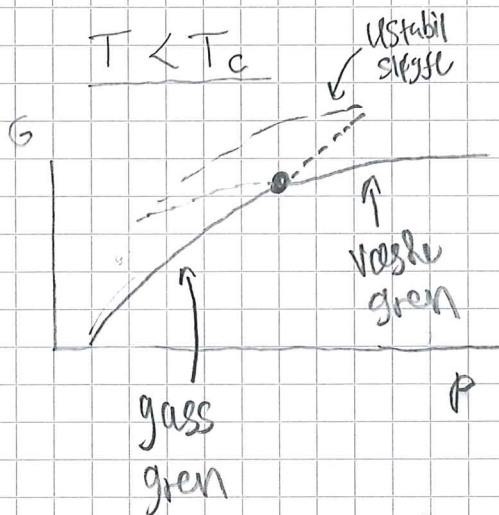


$\longleftrightarrow$: Viser faseoverganger

t : Tripelpunkt hvor is, væske, og gass kan eksistere.

c : Kritisk punkt hvor det ikke er forskjell på væske og gass. Det er ingen faseovergang i det "stipulede området",

ii)



Volum definerer via $V = \left(\frac{\partial G}{\partial P} \right)_T$
Så Volumet endres diskontinuerlig i punktet $\bullet$. Dette tolkes som en faseovergang (1. orden)

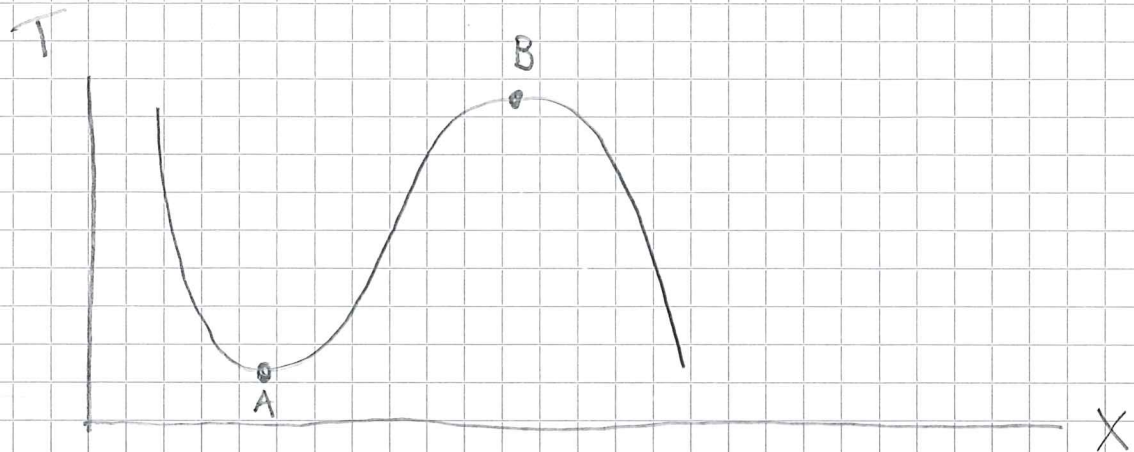
Glatt kurve uten kneppunkt. Det gir ingen diskontinuerlig endring i volum. Dvs ingen faseovergang.

f) Varmeligningen er $\partial_t T - D_T \nabla^2 T = 0$.

Det er en kombinasjon av Fouriers lov og kontinuitetslign. (energi-bevarelse)

Den beskriver at varme er bevart og at varme overføres fra områder med høy temp. til områder med lav temp.

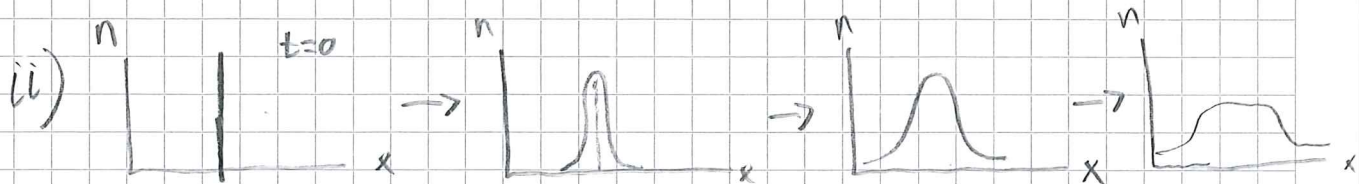
ELS:



A: Områder rundt punkt A har høyere temperatur enn A.
Dvs Varme vil strømme inn i punkt A. ($\partial_t T > 0$)

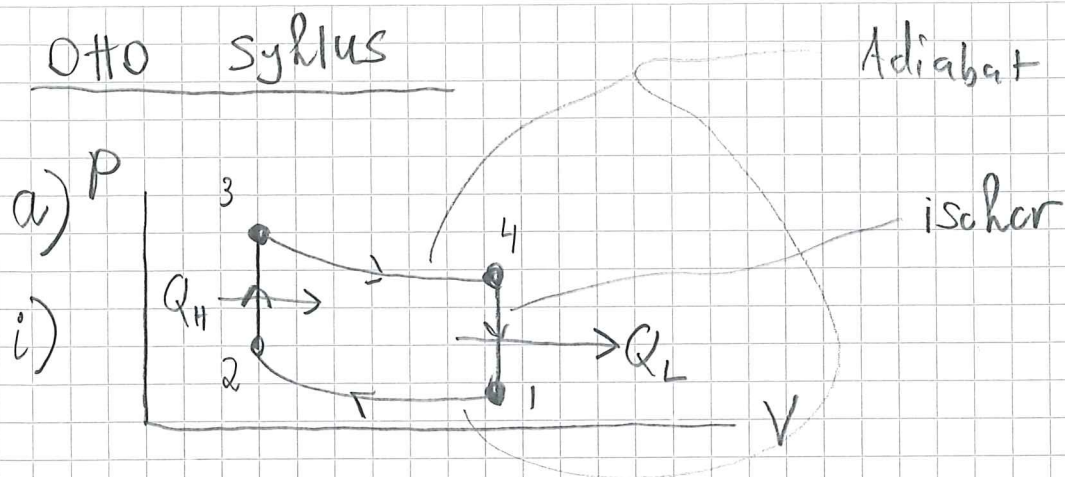
B: Områder rundt punkt B har lavere temp. enn B.
Dvs Varme vil strømme fra punkt B til område rundt punkt B ($\partial_t T < 0$)

g) i) Diffusjon er transport av masse pga konsentrasjonsgradient.



Arealen må være konstant fordi N er bevart.

2

Otto syklus

ii) Ideell gas $\Rightarrow PV = nRT$

Adiabat $\Rightarrow PV^\gamma = \text{konstant}$

$$W_{3 \rightarrow 4} = \int_{V_3}^{V_4} P dV = \int_{V_3}^{V_4} \underbrace{(P_3 V_3^\gamma)}_{V_3 = P_4 V_4^\gamma} V^{-\gamma} dV$$

$$= P_3 V_3^\gamma \left[\frac{V^{1-\gamma}}{1-\gamma} \right]_{V_3}^{V_4} = \frac{P_3 V_3^\gamma}{1-\gamma} [V_4^{1-\gamma} - V_3^{1-\gamma}]$$

$$= \frac{1}{1-\gamma} [P_4 V_4 - P_3 V_3] = \frac{1}{1-\gamma} [nRT_4 - nRT_3]$$

$$= \frac{nR}{1-\gamma} [T_4 - T_3]$$

$$\underline{\underline{\Delta S = 0}}$$

(S er tilst. funktion)

$$b) \eta = \frac{n_{yHe}}{hestnad} = \frac{\text{arbeid}}{\text{motatt varme}} = \frac{Q_H + Q_L}{Q_H} = 1 + \frac{Q_L}{Q_H}$$

?

$$Q_H = Q_{2 \rightarrow 3} = \Delta U_{2 \rightarrow 3} = C_V(T_3 - T_2)$$

$$Q_L = C_V(T_1 - T_4)$$

$$\Rightarrow \eta = 1 + \frac{T_1 - T_4}{T_3 - T_2} = 1 - \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2}$$

Kan forenkle ved å benytte oss av adiabatlikningene:

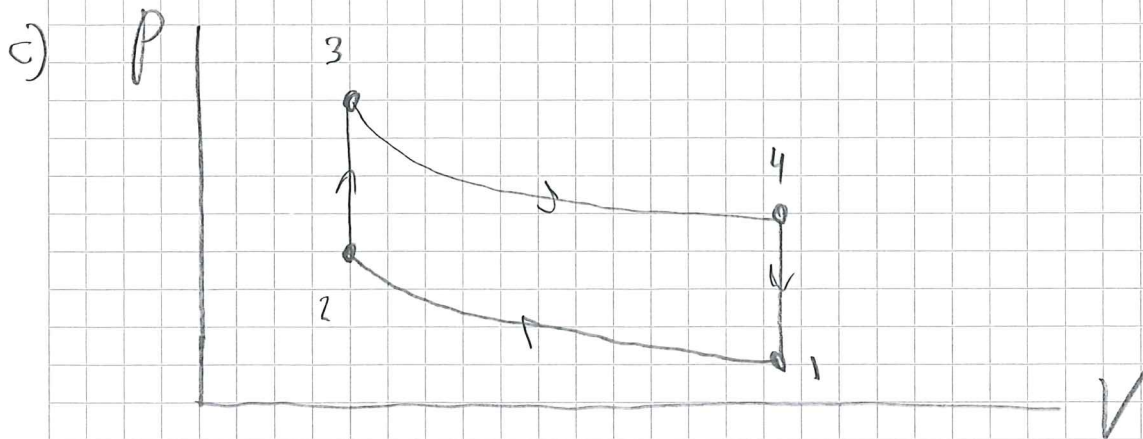
$$T_4 V_1^{\gamma-1} = T_3 V_2^{\gamma-1}; \quad T_1 V_1^{\gamma-1} = T_2 V_2^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow (T_4 - T_1) V_1^{\gamma-1} = (T_3 - T_2) V_2^{\gamma-1}$$

$$\Rightarrow \frac{T_4 - T_1}{T_3 - T_2} = \left(\frac{V_2}{V_1} \right)^{\gamma-1}$$

$$\text{La } \Gamma = V_1/V_2 > 1$$

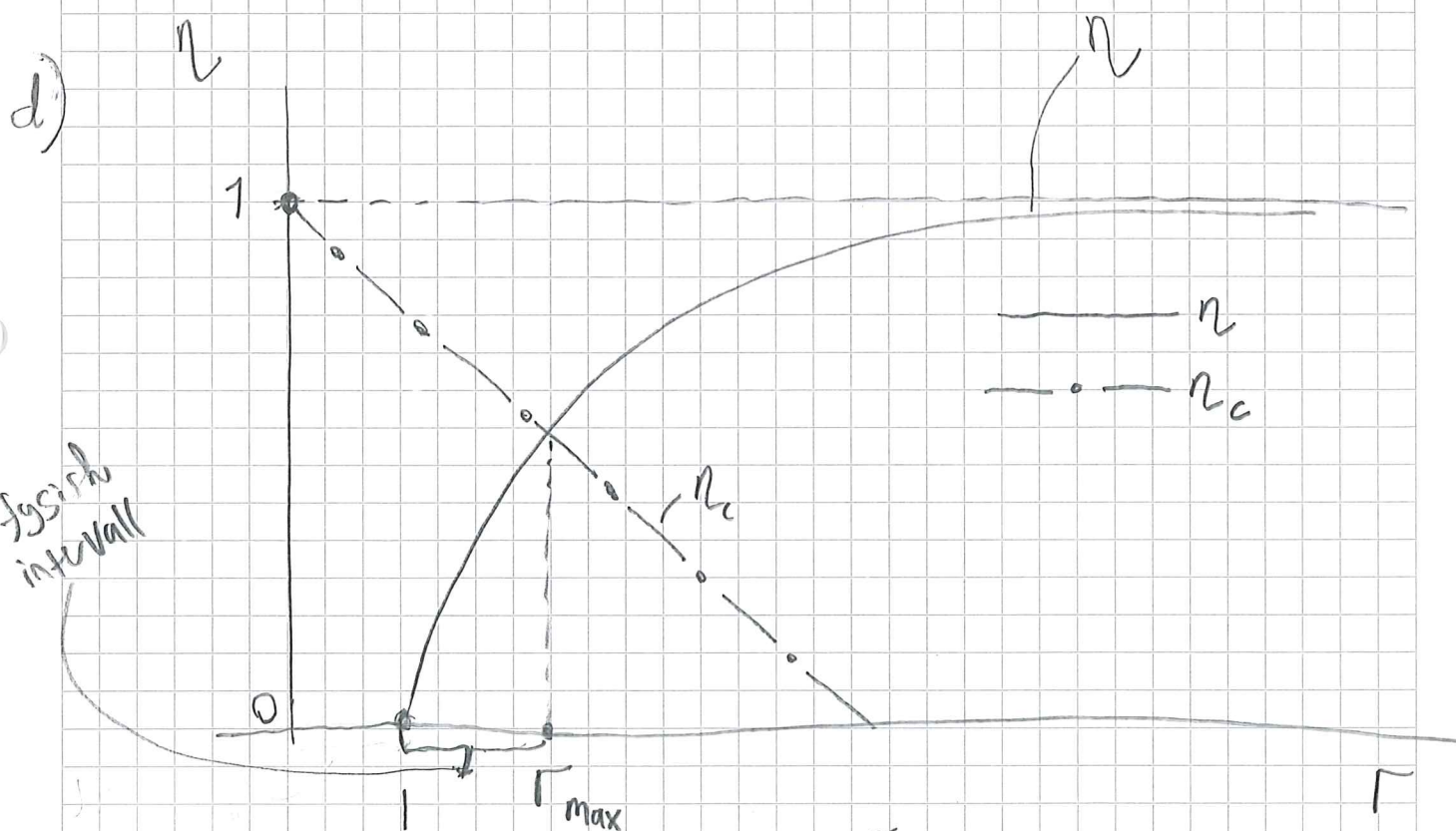
$$\Rightarrow \eta = 1 - \left(\frac{1}{\Gamma} \right)^{\gamma-1} = 1 - \frac{1}{\Gamma^{\gamma-1}}$$



Carnot: $\eta_c = 1 - \frac{T_{\text{lowest}}}{T_{\text{highest}}} = 1 - \frac{T_1}{T_3}$

$$\frac{nRT_1}{nRT_3} = \frac{P_1 V_1}{P_3 V_3} = \frac{P_1}{P_3} \frac{V_1}{V_2} = \frac{P_1}{P_3} \cdot r$$

$$\Rightarrow \eta_c = 1 - \left(\frac{P_1}{P_3}\right) \cdot r$$



r_{max} tilfældstiller: $\eta \leq \eta_c \Rightarrow 1 - r^{1-\gamma} \leq 1 - \frac{P_1}{P_3} r$

$$\Rightarrow \cancel{1} - \cancel{r^{1-\gamma}} \geq \frac{P_1}{P_3} \cancel{r} \Rightarrow r \leq \left(\frac{P_3}{P_1}\right)^{1/\gamma} \Rightarrow r_{\text{max}} = \left(\frac{P_3}{P_1}\right)^{1/\gamma}$$

3

$$S = kN \left[\ln \left\{ \frac{V}{N} \left(\frac{4\pi m U}{3N h^2} \right)^{3/2} \right\} + \frac{5}{2} \right]$$

$$a) \quad \frac{S}{kN} - \frac{5}{2} = \frac{V}{N} \left(\frac{4\pi m U}{3N h^2} \right)^{3/2}$$

i) e

$$\left(\frac{N}{V} \right)^{2/3} e^{\frac{2S}{3kN} - \frac{5}{3}} \cdot \frac{3N h^2}{4\pi m} = U$$

Naturally variable
S, V, N

$$T ds = dU + P dV - \mu dN$$

$$\Rightarrow T = \left(\frac{\partial U}{\partial S} \right)_{V, N} = U \cdot \frac{2}{3kN} \Rightarrow U = \frac{3NkT}{2}$$

$$ii) \Rightarrow P = - \left(\frac{\partial U}{\partial V} \right)_{S, N} = + \cdot \frac{3N h^2}{4\pi m} \cdot e^{\frac{2S}{3kN} - \frac{5}{3}} \cdot \frac{N^{2/3}}{V^{5/3}} \cdot \frac{2}{3}$$

$$= \frac{2}{3V} \cdot U = \frac{2}{3V} \cdot \frac{3NkT}{2} = \frac{NkT}{V} \quad \text{Ideell gas}$$

$$\Rightarrow \mu = \left(\frac{\partial U}{\partial N} \right)_{S, V} = \frac{\partial}{\partial N} \left\{ \frac{3h^2}{4\pi m} \frac{N^{5/3}}{V^{2/3}} e^{\frac{2S}{3kN} - \frac{5}{3}} \right\}$$

$$= \underbrace{\frac{3h^2}{4\pi m} \cdot \frac{5}{3} \frac{N^{2/3}}{V^{2/3}} e^{\frac{2S}{3kN} - \frac{5}{3}}}_{\frac{5}{3} \frac{U}{N}} + \underbrace{\frac{3h^2}{4\pi m} \frac{N^{5/3}}{V^{2/3}} e^{\frac{2S}{3kN} - \frac{5}{3}}}_{U} \cdot \left(- \frac{2S}{3kN^2} \right)$$

$$= \frac{U}{N} \left(\frac{5}{3} - \frac{2S}{3Nk} \right)$$

b) $F = U - TS$ Naturliche Variable T, V, N

$$U = \frac{3}{2} N k_B T$$

$$S = N k_B \left[\ln \left\{ \frac{V}{N} \left(\frac{4\pi m U}{3N h^2} \right)^{3/2} \right\} + \frac{5}{2} \right]$$

$$\Rightarrow \underline{F} = \frac{3}{2} N k_B T - N k_B T \left[\dots \right] \quad \frac{3}{2} N k_B T$$

$$= -N k_B T \left[\ln \left\{ \frac{V}{N} \left(\frac{4\pi m U}{3N h^2} \right)^{3/2} \right\} + 1 \right]$$

$$= -N k_B T \left[\ln \left\{ \frac{V}{N} \left(\frac{2\pi m k_B T}{h^2} \right)^{3/2} \right\} + 1 \right]$$

$$dF = -p dV - S dT + \mu dN$$

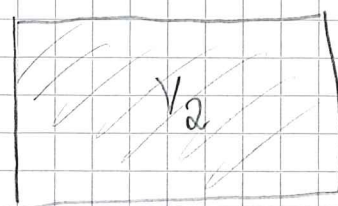
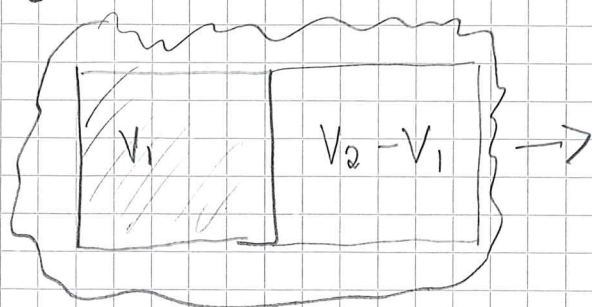
$$\Rightarrow \underline{S} = - \left(\frac{\partial F}{\partial T} \right)_{N,V} = - \frac{F}{T} + N k_B T \frac{\partial}{\partial T} \left[\frac{3}{2} \ln T + \dots \right]$$

$$= - \frac{F}{T} + \frac{3}{2} N k_B$$

$$= N k_B \left[\ln \left\{ \frac{V}{N} \left(\frac{2\pi m k_B T}{h^2} \right)^{3/2} \right\} + \frac{5}{2} \right]$$

c) Før ①

eller ②



Fri ekspansjon

Her er det ikke noe arbeid eller varmetilførsel så $dU = 0$

$$\Rightarrow U_1 = U_2 \equiv E$$

Her at

$$S = Nk \left[\ln \left\{ \frac{V}{N} \left(\frac{4\pi m U}{3Nk^2} \right)^{3/2} \right\} + \frac{5}{2} \right]$$

$$S_2 = Nk \left[\ln \left\{ \frac{V_2}{N} \left(\frac{4\pi m E}{3Nk^2} \right)^{3/2} \right\} + \frac{5}{2} \right]$$

$$S_1 = Nk \left[\ln \left\{ \frac{V_1}{N} \left(\frac{4\pi m E}{3Nk^2} \right)^{3/2} \right\} + \frac{5}{2} \right]$$

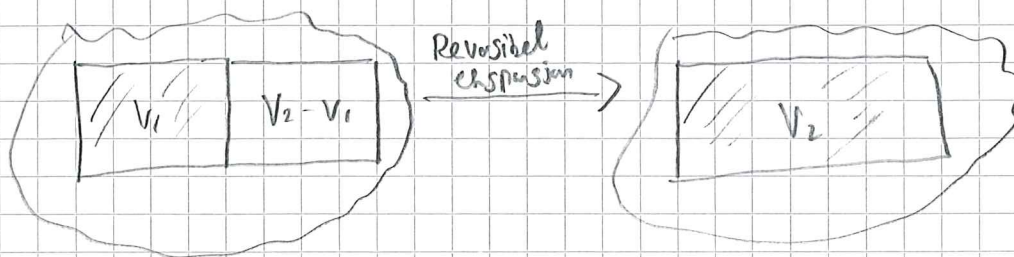
$$\underline{\underline{S_2 - S_1 = Nk \left[\ln \frac{V_2}{N} - \ln \frac{V_1}{N} \right] = Nk \ln \frac{V_2}{V_1}}}$$

Fra a)

$$T = \frac{2U}{3Nk} \Rightarrow \underline{\underline{T_1 = T_2 = \frac{2E}{3Nk}}}$$

$$pV = Nk_B T \Rightarrow p_2 = \frac{Nk_B T_2}{V_2} = \frac{Nk_B T_1}{V_2} = \frac{p_1 V_1}{V_2} = \underline{\underline{p_1 \left(\frac{V_1}{V_2} \right)}}$$

d)

Fkt (1)EHer (2)

Reversibel + adiabatisch expansion $\Rightarrow$ d. lcv $\Rightarrow$ $\Delta S = 0$.

$$\underline{S_2 = S_1} \Rightarrow V_1 U_1^{3/2} = V_2 U_2^{3/2}$$

$$\Rightarrow U_2 = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{2/3} U_1$$

Fra a) $U = \frac{3}{2} N k T \Rightarrow \frac{3}{2} N k T_2 = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{2/3} \cdot \frac{3}{2} N k T_1$

$$\Rightarrow \underline{T_2 = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{2/3} T_1}$$

$$P_2 V_2 = N k T_2 = N k \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{2/3} T_1 = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{2/3} P_1 V_1$$

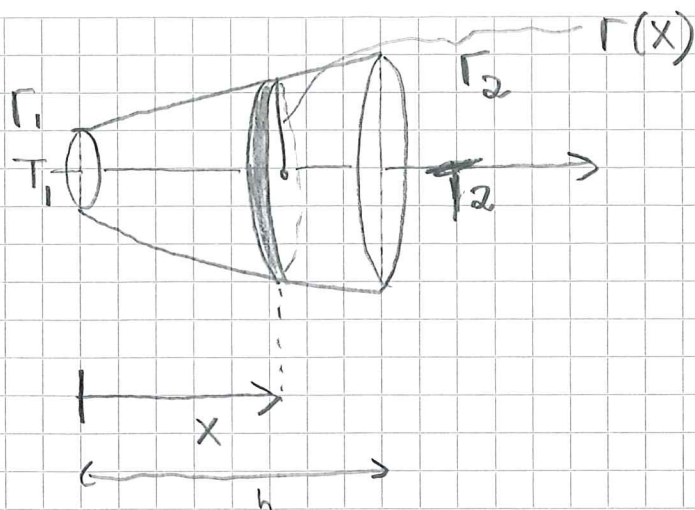
$$\Rightarrow \underline{P_2 = \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{5/3} P_1}$$

Arbeit $dW = -dU \Rightarrow W = U_1 - U_2$

$$\begin{aligned} W &= U_1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{2/3} U_1 = U_1 \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{2/3} \right] \\ &= \underline{\underline{\frac{3}{2} N k_0 T_1 \left[1 - \left(\frac{V_1}{V_2} \right)^{2/3} \right]}} \end{aligned}$$

4

a)



Radius til infinitesimal cylinder i afstand x fra bund er

$$r(x) = r_1 + \frac{r_2 - r_1}{h} x \quad (\text{Lign. for rett linje})$$

Varmestrømmen $\dot{Q} = J \cdot A(x)$ må være konstant pga energibevarelse.

$\dot{Q}$: varmestrom-tæthed
 $A(x)$: areal som varme strømmes igennem

DVS $\dot{Q} = J \cdot A(x) = \underbrace{-K \frac{dT}{dx}}_{J \text{ kun afhængig af } x} \cdot \pi r^2(x)$ } separabel diff. lign.

$$\Rightarrow -\frac{\dot{Q}}{K\pi} \int_0^h \left[r_1 + \frac{r_2 - r_1}{h} x \right]^{-2} dx = \int_{T_1}^{T_2} dT$$

$$\Rightarrow \frac{\dot{Q}}{K\pi} \cdot \frac{h}{r_2 - r_1} \left[\frac{1}{r_1 + \frac{r_2 - r_1}{h} x} \right]_0^h = T_2 - T_1$$

$$\frac{\dot{Q} h}{K\pi(r_2 - r_1)} \left[\frac{1}{r_2} - \frac{1}{r_1} \right] = T_2 - T_1$$

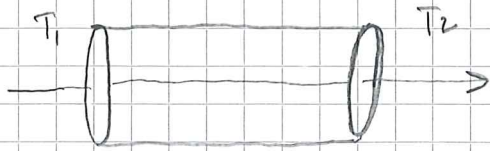
$$-\frac{\dot{Q} h}{K\pi} \left[\frac{r_1 - r_2}{r_1 r_2} \right] \frac{1}{r_1 - r_2} = T_2 - T_1$$

$$\Rightarrow \dot{Q} = \frac{r_1 r_2}{h} K\pi (T_1 - T_2)$$

$$[\dot{Q}] = \frac{m^2}{m} \cdot \frac{J}{SmK} \cdot K$$

$$= \frac{J}{s}$$

b) $r_1 = r_2 = s \Rightarrow$ ^{konstant} Zylinder



$$\dot{Q} = J \cdot \pi s^2 = -\kappa \frac{dT}{dx} \pi s^2$$

$$-\frac{\dot{Q}}{\kappa \pi s^2} \int_0^h dx = \int_{T_1}^{T_2} dT$$

$$-\frac{\dot{Q}}{\kappa \pi s^2} h = T_2 - T_1 \Rightarrow \dot{Q} = \frac{\kappa \pi s^2}{h} (T_1 - T_2) \quad \text{stimmt mit a)}$$

Temperaturprofil:

$$-\frac{\dot{Q}}{\kappa \pi s^2} \int_0^x dx = \int_{T_1}^{T(x)} dT \Rightarrow -\frac{\dot{Q}}{\kappa \pi s^2} x = T(x) - T_1$$

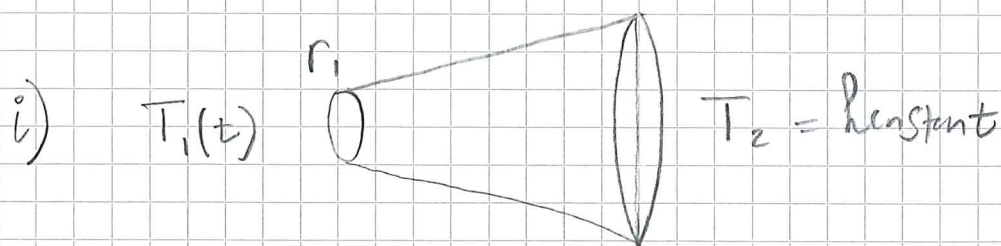
$$\Rightarrow T(x) = T_1 - \frac{\dot{Q}}{\kappa \pi s^2} x$$

$$\Rightarrow \underline{T(x)} = T_1 - x \cdot \frac{1}{\kappa \pi s^2} \cdot \frac{\kappa \pi s^2}{h} (T_1 - T_2)$$

$$= T_1 - (T_1 - T_2) \frac{x}{h}$$

Samme sem mellem 2 uendelige
Plader (1-dimension)

c) 1. et stationært problem



På ethvert tidspunkt må vi have

$$\dot{Q}(t) = \frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{h} \kappa \pi (T_1(t) - T_2)$$

og $C = \frac{dQ}{dT_1} \Rightarrow dQ/dt = C dT_1/dt$

$$\Rightarrow \dot{Q}(t) = -C \frac{dT_1}{dt} \quad (C > 0)$$

T_1 må synke med tiden t , og $\dot{Q}$ skal være positiv.

Dette giver Newtons afkølingslov med Rigegeometri:

$$\boxed{\frac{\Gamma_1 \Gamma_2}{h} \kappa \pi (T_1(t) - T_2) = -C \frac{dT_1}{dt}}$$

ii) $\Rightarrow -\frac{\Gamma_1 \Gamma_2 \kappa \pi}{h} \frac{1}{C} \int_0^t dt = \int_{T_1(0)}^{T_1(t)} \frac{dT_1}{T_1 - T_2}$

$$-\frac{\Gamma_1 \Gamma_2 \kappa \pi}{h} \frac{1}{C} t = \left[\ln(T_1 - T_2) \right]_{T_1(0)}^{T_1(t)}$$

$$-\frac{\Gamma_1 \Gamma_2 \kappa \pi}{h C} t = \ln \frac{T_1(t) - T_2}{T_1(0) - T_2}$$

$$\Rightarrow \frac{T_1(t) - T_2}{T_1(0) - T_2} = e^{-\frac{\Gamma_1 \Gamma_2 K \pi}{h c} t}$$

$$\Rightarrow \underline{T_1(t) = T_2 + [T_1(0) - T_2] e^{-\frac{\Gamma_1 \Gamma_2 K \pi}{h c} t}}$$

iii) Relaxationstid $\underline{t_0 = \frac{h c}{\Gamma_1 \Gamma_2 K \pi}}$

$$[t_0] = \frac{m \cdot \frac{J}{K}}{m^2 \cdot \frac{J}{smK}} = \frac{\cancel{mJ}}{K} \cdot \frac{smK}{\cancel{m^2 J}} = s$$

När $K=0$ er det ingen varmestrøm så $T_1(t) = T_1 = \text{konstant}$

När $K \rightarrow \infty$ er varmestrømmen veldig stor slik at temperaturutjevningen skjer umiddelbart. Dvs $T_1(t) \rightarrow T_2 = \text{konstant}$ for alle t .